

(論文内容の要旨)

有限次元変分不等式問題は、交通流均衡モデル、経済均衡モデル、電力市場モデルなどオペレーションズリサーチや経済学などの諸分野における様々な均衡問題の数理モデルとして広範に用いられている。従来、変分不等式問題に関する研究においては、問題に含まれる関数が単調性あるいはそれを拡張した性質を有することを仮定して、問題の理論的性質の解明や解法の開発が行われてきた。しかしながら、現実の問題においては、単調性の仮定が成立することが期待できない場合も少なくない。このことから、問題に特別な性質を仮定しない汎用的な手法を開発することは、実用性の観点からも非常に重要な課題である。本論文は単調性を仮定しない一般的な変分不等式問題に対して、大域的最適化の考え方に基づくいくつかの解法を提案するとともに、数値実験によって提案手法の有効性を示したものであり、全6章と付録から成っている。

第1章は序論であり、変分不等式問題および大域的最適化手法に関する従来の研究を概観し、本研究の動機付けを与えると同時に、論文全体の構成を説明している。

第2章では、変分不等式問題に関する基本的な概念と理論的な性質を簡単に説明し、さらに本論文において中心的な役割を演じる、変分不等式問題を再定式化することにより得られる等価な最適化問題とそれらの性質について述べている。特に、再定式化によって得られる最適化問題が、大域的最小値がゼロであるという顕著な性質を有することを指摘し、それが本論文で提案するいくつかの手法の有効性の根拠となることを言明している。

第3章では、一般的な変分不等式問題を、残差関数を用いて等価な最適化問題に再定式化し、その最適化問題に対するハイブリッド進化型アルゴリズムを提案している。特に、変分不等式問題の解を一つだけでなく、できるだけ多く求めるために、解が一つ見つかるたびに、トンネリング技法を工夫したハンプ・トンネリング技法を用いて適合度関数に修正を加えることにより、同じ解を再び得ることを避けている。さらに、詳細な計算実験を通して、提案したアルゴリズムの有効性を確かめている。

第4章では、一般的な変分不等式問題に対して、Josephy-Newton法と呼ばれるニュートン型アルゴリズムの修正版を提案している。Josephy-Newton法は、変分不等式問題を定義する関数を各反復において線形近似した部分問題を解くことにより、解に2次収束する点列を生成する効率的な方法である。しかし、その局所的収束性が理論的に保証されるためには、解のまわりで強い意味での単調性が成立している必要があり、一般の場合には、線形近似した部分問題が解をもつことが保証されず、反復法自体が定義できない。この欠点を克服するため、本章では部分問題を等価な最適化問題に再定式化し、それに対して前章で提案したハイブリッド進化型アルゴリズムを適用して解を求めるとともに、非線形最適化における有力な技法である信頼領域法からヒントを得た手法を用いることにより、理論的に2次収束性と大域的収束性を有する手法の開発に成功している。さらに、様々なテスト問題を用いて行った数値実験により、得られた理論的成果の正当性を確認している。

第5章では，一般的な変分不等式問題を再定式化して得られる等価な最適化問題に対して，分枝限定法に基づく解法を提案している．問題を定義する関数に対するリップシッツ連続性の仮定のもとで，部分問題の下界値が評価でき，さらに最小値が決して負にならないという変分不等式問題の特性を利用して，効果的な分枝限定法のアルゴリズムを構築している．さらに，提案手法の理論的収束性を証明するとともに，様々なテスト問題を用いた数値実験により，その有効性を確認している．

第6章は結論であり，本論文のまとめと今後の展望を述べている．さらに，巻末の付録では，各章の数値実験で用いたテスト問題をまとめて示している．

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、単調性を仮定しない一般的な変分不等式問題に対して、大域的最適化の考え方に基づくいくつかの解法を提案するとともに、数値実験によって提案手法の有効性を示したものであり、得られた成果は以下のとおりである。

1. 一般的な変分不等式問題を等価な最適化問題に再定式化し、その最適化問題に対するハイブリッド進化型アルゴリズムを提案した。特に、できるだけ多くの解を求めるために、トンネリング技法を工夫したハンプ・トンネリング技法を用いて、適合度関数に逐次修正を加えるという新しい考え方を導入した。さらに、詳細な計算実験により、提案したアルゴリズムの有効性を確かめた。

2. 一般的な変分不等式問題に対して、Josephy-Newton法と呼ばれるニュートン型アルゴリズムの修正版を提案した。特に、部分問題を等価な最適化問題に再定式化し、それに対してハイブリッド進化型アルゴリズムを適用して解を求めるとともに、信頼領域法の考え方にに基づく手法を用いることにより、元の問題が単調性をもたないときに生じる困難を解決した。さらに、提案手法が2次収束性と大域的収束性を有することを理論的に明らかにし、数値実験により、得られた理論的成果の正当性を確認した。

3. 一般的な変分不等式問題を再定式化して得られる等価な最適化問題に対して、問題を定義する関数に対するリップシッツ連続性の仮定のもとで、部分問題の下界値が評価でき、さらに最小値が決して負にならないという変分不等式問題の特性を利用して、効果的な分枝限定法のアルゴリズムを構築した。提案手法の理論的収束性を証明するとともに、数値実験により、その有効性を確認した。

以上のように、本論文は一般的な変分不等式問題に対して、大域的最適化に基づく手法を提案し、それらの有効性を数値実験により確認したものであり、得られた成果は学術上および応用上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成21年2月23日に実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。