

非弾性剛体球系の自由冷却過程における初期エネルギー減衰 に対する速度相関の影響

九州大学 理学府 河原 亮¹
九州大学 理学研究院 中西 秀²

非弾性剛体球系は粉体のモデルとして使われることもありますが、最も単純な非平衡系のモデルの一つでもあります。特に外場や抵抗を無視した場合の時間発展を自由冷却過程といい、Enskog-Boltzmann 方程式をはじめとする分子運動論による統計力学的な説明との関連から、シミュレーションと理論の両面で研究が行なわれています。

この系の大きな特徴は、非弾性衝突のために運動エネルギーを失うことです。それにともない、弾性剛体球系とは異なる振舞いを見せます。初期状態において弾性系の平衡状態 (一様な密度とランダムな速度) を与えると、比較的非弾性の度合いが弱い場合には (i) 密度が一様のままランダムな衝突が起きる (==一様冷却状態)、(ii) 密度が一様のまま速度相関が支配的になる (==ずり流状態)、(iii) 密度クラスターが生じる (==クラスター状態)、と発展していきます。

今回の発表では、MD シミュレーションを使って自由冷却過程の初期の段階におけるエネルギーの減衰を調べ、速度分布の形および速度相関の影響を考察した結果を報告します。

1 粒子の平均運動エネルギー (あるいは温度) を $E = (1/2)\langle v_i^2 \rangle = (d/2)T$ とします。一様冷却状態では、エネルギーの減衰は Haff の一様冷却則

$$T_{\text{Haff}}(\tau) = T_0 \exp[-2\gamma_0\tau]. \quad (1)$$

でよく近似できます。ここで τ は一粒子当たりの平均衝突回数で、実際の時間とは 1 粒子の平均衝突頻度 $\omega(t)$ を通し、 $d\tau = \omega(t)dt$ という関係にあります。また $\gamma_0 = (1 - e^2)/2d$ 、(e は反発係数) は速度分布に Maxwell-Boltzmann 分布を仮定した時の一回の衝突によるエネルギー減衰率です。これはランダムな非弾性衝突の結果、エネルギーが衝突のたびに一定の割合 γ_0 ずつ減っていくことを意味します。

$$\frac{dT}{d\tau}(\tau) = -2\gamma_0 T(\tau) \quad (2)$$

しかしエネルギー減衰はその後、速度相関のためこの法則からずれます。また、速度分布関数は Maxwell-Boltzmann 分布からわずかにずれることが知られています [1]。

図 1(a) は系のエネルギーの長時間に渡る振舞いです。初期の段階では Haff の一様冷却則で良く近似できるように見えます。一方、図 1(b) はエネルギー減衰率 γ の短時間的な振舞いであり、図 1 の対数プロットでのグラフの傾きとして求められたものですが、 γ_0 からわずかにずれていて、密度依存性があることが分かります。理論値は速度分布関数の Maxwell-Boltzmann 分布からのずれを、Enskog-Boltzmann 方程式に基づいて取り込んだもので、高密度ではこの値を大きく下回ります。

¹E-mail: ryokawa@stat.phys.kyushu-u.ac.jp

²E-mail: naka4scp@mbox.nc.kyushu-u.ac.jp

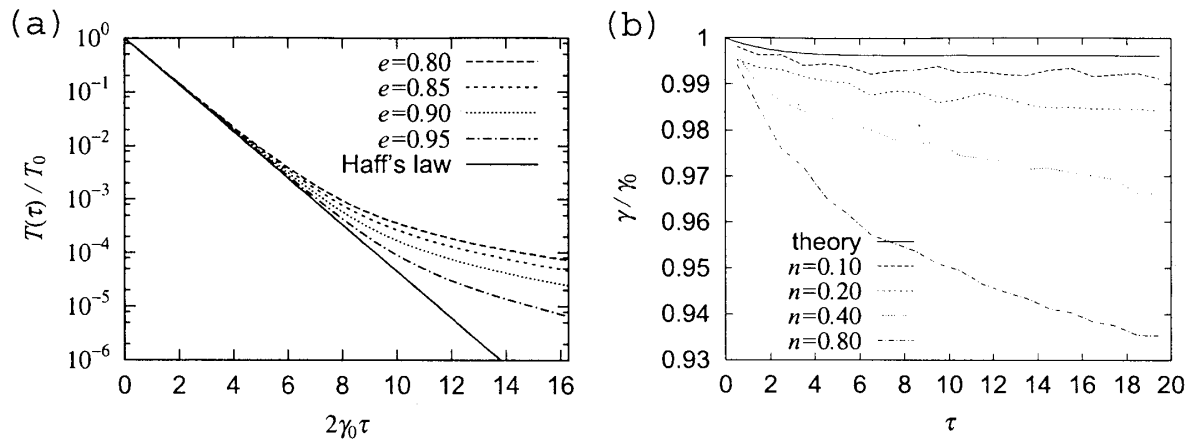


図 1: (a). 系のエネルギーの減衰。実線の直線は Haff の法則。(b). 様々な密度についてのエネルギー減衰率の初期段階での変化。理論値は E-B 方程式より速度分布の Gauss 分布からのずれを考慮したもの。

Enskog-Boltzmann 方程式では速度相関が取り込まれておらず、またこのような密度依存性は再現できません。従って一様冷却状態とみなされるような初期の段階でも、エネルギーの振舞いに速度相関を取り込むことが重要です。

今回、速度相関がやがて流体的なマクロな流れ $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ として現れることに着目し、文献 [2] と同様の局所的温度 $T_L = (1/d)\langle(\mathbf{v}_i - \mathbf{u})^2\rangle$ を導入して、現象論的に式 (2) を

$$\frac{dE}{d\tau}(\tau) = -2\gamma_0 \left(\frac{d}{2} T_L(\tau) \right) \quad (3)$$

と拡張しました。そして流体力学近似 [3] あるいはリング近似 [4] から求められた速度相関関数を用いると、エネルギー減衰率の密度、反発係数依存性のある程度再現できることが分かりました。

参考文献

- [1] M.Huthmann, Jose A. G. Orza, and Ricardo Brito. Dynamics of deviations from the Gaussian state in a freely cooling homogeneous system of smooth inelastic particles. *Granular Matter*, Vol. 2, 189-199, , 2000.
- [2] R. Brito and M. H. Ernst. Extension of Haff's cooling law in granular flows. *EUROPHYSICS LETTERS*, Vol. 43 (5), pp.497-502, , 1998.
- [3] T. P. C. van Noije and M. H. Ernst. Cahn-Hilliard theory for unstable granular fluids. *PHYSICAL REVIEW E*, Vol. 61, 2, , 2000.
- [4] T.P.C. van Noije, M.H. Ernst, and R. Brito. Ring kinetic theory for an idealized granular gas. *Physica A*, Vol. 251, , 1998.