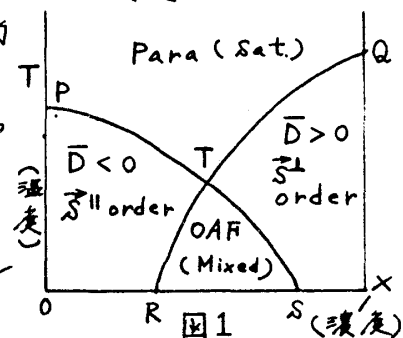


場のくりこみ論による競合するスピン異方性をもつ磁性混晶の多重臨界現象

東大教養 奥 通 敬

§1. 序

はじめに、直交するスピン異方性をもつ反強磁性体混晶の理論と実験を概観しておく。
 A, B 二種の競合するスピン異方性をもつ反強磁性体の代表的な相図を、図1に与えた。まず、分子場近似の結果を概括する。^{1)~3)} 松原-猪苗代¹⁾は、直交する一軸性異方性をもつ反強磁性体混晶 ($\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = 1$) の中間濃度域に、OAF相 (oblique-antiferromagnet) を見つけた。小石-石川²⁾は、これを、斜方 (orthorhombic) スピン異方エネルギーをもつ反強磁性体混晶 ($\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$) に、拡張した。更に、栗谷³⁾は、 α_1, α_2 の大きさを任意で、 A, B の異方エネルギーと、 AB 間の異方交換相互作用で定められる場合へ一般化した。しかし、多重臨界点近傍の転移の性質をみるには、Fishman-Aharony⁴⁾によるくりこみ群の考えが信頼できる。彼らは、多重臨界点近くで、 A, B の、互いの秩序に影響されずにオーダーする decoupled tetra-critical point を発見であることを示した。



これらを実証する多くの実験が行われたが、^{5)~11)} ここでは $Fe_{1-x}Co_xCl_2 \cdot 2H_2O$ と $Fe_{1-x}Co_xCl_2$ ^{8), 9)} に限る。PTQ転移は、鈍い二次転移である。RTS転移に関しては、系のマクロな描像が得られる。中性子散乱、帯磁率、地熱など測定によると、 $Fe_{1-x}Co_xCl_2 \cdot 2H_2O$ では二次転移であるが、 $Fe_{1-x}Co_xCl_2$ では、(少なくともTR線は) なまの転移となる^{8), 10)}。ここから報告されている。しかし、系のミクロなピクチャーを与えるメスバウアー効果の測定では、どちらのサンプルに対しても、RT, STで顕著な変化は観測されていない。^{6), 7), 9)} この原因が、最近接及公オニ最近接原子のスピンに影響 (環境効果¹²⁾ ¹³⁾にあるという仮説のもとに、 $Fe_{1-x}Co_xCl_2 \cdot 2H_2O$ のメスバウアースペクトルが二重構造と解析された。⁷⁾

上記の二次相転移のなまりは、ランダム磁場効果に帰せられることが多^{14)~17)}。Mukamel-Grinstein¹⁸⁾は、ランダム磁性体においては、不純物により局所的な結晶の対称性がこわされ、対称性の低い結晶場により誘起される大きなスピン格子結合、ないしは、双極子双極子相互作用のために、縦横スピンをつなぐ非対角な異方性エネルギー (RAM) が重要になることを示唆した。加えて、RAMにより、 N 個のオーダーパラメーターをもつ系の転移の性質が、ドラスティックに変化する (一次転移) ことも示された。¹⁸⁾ この項は、対称なIsing-Ising及び非対称な多重臨界点の転移の性質をも変えるであろうか? 結晶の対称性から導かれるエネルギー-エネルギー-的でない他の種類の非対角なゆらぎが、多重臨界点に及ぼす効果は、既に調べられており、一次転移と考へられている。^{19), 17)} ここでは、場のくりこみ論²⁰⁾ レゾノ法^{21), 22), 4)}を用いて、RAMが、競合するスピン異方性をもつランダム

* $Fe_{1-x}Co_xBr_2$ では、RT, STをも、明らかに示している。¹¹⁾

な磁性液晶の多重臨界点に与える効果について、報告する。

§2. モデル

Fishman-Aharonyのモデルは

$$\mathcal{H}_{FA} = - \sum_{\langle ij \rangle} (T_{ij} + D_{ij}) \vec{S}_i^{\perp} \cdot \vec{S}_j^{\perp} - \sum_{\langle ij \rangle} (T_{ij} - D_{ij}) \vec{S}_i^{\parallel} \cdot \vec{S}_j^{\parallel} \quad (1) \quad \text{である}^{4)}$$

ここに、 T_{ij} , D_{ij} は、ランダムな短距離の交換相互作用及び異性交換相互作用である。

$T_{ij} = \bar{T}_{ij} + \Delta T_{ij}$; $D_{ij} = \bar{D}_{ij} + \Delta D_{ij}$ (2) で表わされ、 $\bar{T}_{ij}$, $\bar{D}_{ij}$ は平均値、 ΔT_{ij} , ΔD_{ij} は、ガウス型分布に従ったランダム変数である。

$$[\Delta T_{ij}] = [\Delta D_{ij}] = 0 \quad \text{又} \quad \langle i,j \rangle = (kl) \text{ のときのみ } [\Delta T_{ij} \Delta T_{kl}] = 0 \\ [\Delta D_{ij} \Delta D_{kl}] = 0 \quad (3) \quad \text{但し } [---] \text{ は、ランダム変数の配置平均である。}$$

RAM (random anisotropy model) は、ランダム磁気異性^{22), 24)}の一般化である。不純物による格子の局所的な変形や、結晶の対称性を下げる。鉄族(Fe^{2+} , Co^{2+} , Ti^{3+} など)では、対称性の低い結晶場や、最外殻不対称電子の基底状態の縮退を解き、スピン格子相互作用を促す。他方、希土類金属(Ho , Tb , Dy , Er など)では、内殻電子の双極子双極子相互作用が、重要な役割を演じる。²⁵⁾

我々の問題に適するように、RAMを次のように変形する。

$$\mathcal{H}_{RAM} = - \sum_{\langle ij \rangle} \left[\sum_{\mu, \nu} D_{ij\mu\nu}^1 S_i^{\mu} S_j^{\nu} + \sum_{\mu, \nu} D_{ij\mu\nu}^2 S_i^{\mu} S_j^{\nu} + \sum_{\mu, \nu} D_{ij\mu\nu}^3 S_i^{\mu} S_j^{\nu} \right] \quad (4)$$

$D_{ij\mu\nu}^{\alpha}$ もガウス型ランダム変数と仮定されている。即ち

$$[D_{ij\mu\nu}^{\alpha}] = 0 \quad \text{かつ、} \alpha = \beta, i = j, (\mu\nu) = (kl) \text{ のときのみ } [D_{ij\mu\nu}^{\alpha} D_{jkl}^{\beta}] \neq 0 \quad (5)$$

ここで、通常のスピン理論の重み関数と連続スピンモデルに移行する。²⁶⁾ 重みは

$$W(\vec{S}_i) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} t_0 \vec{S}_i^2 - V \vec{S}_i^4\right) \quad (6) \quad \text{で与えられ、分配関数は}$$

$$Z \propto \int \prod_i [d\vec{S}_i W(\vec{S}_i)] \exp\left[-(\mathcal{H}_{FA} + \mathcal{H}_{RAM})/k_B T\right] \quad (7)$$

クエンチ系の自由エネルギー ($F = -k_B T [\ln Z]$) は、レプリカ法 ($[\ln Z] = \lim_{n \rightarrow 0} \{[Z^n] - 1\}/n$ ^{21), 4)}) により求まる。 $[Z^n]$ より導かれる有効ハミルトニアン密度は場の理論の言葉で書き換えることができる。

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^n \left[m_{\alpha}^2 \Phi_{\alpha}^2 + (D \Phi_{\alpha})^2 \right] + \frac{1}{4!} \sum_{\alpha, \beta=1}^n \left[U_1 \phi_{\alpha}^2 \phi_{\beta}^2 + U_2 \phi_{\alpha}^2 \phi_{\beta}^2 + 2 U_3 \phi_{\alpha}^2 \phi_{\beta}^2 \right] \\ + \frac{1}{4!} \sum_{\alpha, \beta=1}^n \left[U_4 (\phi_{\alpha}^2)^2 + U_5 (\phi_{\beta}^2)^2 + 2 U_6 \phi_{\alpha}^2 \phi_{\beta}^2 \right] \\ + \frac{1}{4!} \sum_{\alpha, \beta=1}^n \left[U_7 (\phi_{\alpha}^{\mu} \phi_{\beta}^{\mu})^2 + U_8 (\phi_{\alpha}^{\mu} \phi_{\beta}^{\mu})^2 + 2 U_9 (\phi_{\alpha}^{\mu} \phi_{\beta}^{\mu}) (\phi_{\alpha}^{\nu} \phi_{\beta}^{\nu}) \right] \quad (8)$$

$\Phi_{\alpha} = (\phi_{\alpha}^{(1)}, \phi_{\alpha}^{(2)}, \dots, \phi_{\alpha}^{(N_1)}, \phi_{\alpha}^{(1)}, \dots, \phi_{\alpha}^{(N_2)})$ は、 $N_1 N_2$ -成分スピン場を表わし、 $i = 1, 2$ は、それぞれ横(1), 縦(2)成分に対応し、 $N_1 + N_2 = N$ である。質量・項は、

$$m_1^2 \propto t_0 k_B T - \bar{T}(0) - \bar{D}(0), \quad m_2^2 \propto t_0 k_B T - \bar{T}(0) + \bar{D}(0) \quad (9)$$

$\bar{T}(0)$, $\bar{D}(0)$ は、 $\bar{T}_{ij}$, $\bar{D}_{ij}$ の運動量空間へのFourier変換のユークリッド成分 ($\vec{p} = 0$) である。 $m_1 > m_2$ ($\bar{D}(0) < 0$) のとき、縦方向秩序 ϕ_2 が先にオーダーし、又、vice versa。したがって、 $m_1 \approx m_2$ ($\bar{D}(0) \approx 0$) は、tetrachritical 状態に対応する。系の温度を下げる、 $m_1 = m_2 = 0$ のとき、 ϕ_1 と ϕ_2 は同時にオーダーする。^{*}

* 厳密には、より正確な質量 m_1, m_2 により議論されなければならない。

§3. β_i ($i=1, \dots, 9$) 関数、臨界指数 λ_i ($i=1, 2$) 及び、固定点の性質

β 関数などは、通常の場合のくりこみ論のルートに²⁰⁾沿って求むる。 ϵ 展開 ($\epsilon = 4-d$: d は空間次元) の $O(\epsilon^2)$ までの結果を、Appendix に列挙した。^{*} 結合定数を $\beta_i = 4\pi^2 \epsilon X_i$ ($i=1, 2, \dots, 9$) とスケールし、固定点 (β 関数の零点) を求むる。固定点には、対称な $Ising-Ising$ ($N_1=N_2=1$)、非対称な $XY-Ising$ ($N_1=2, N_2=1$) の多重臨界点に対して、それぞれ 12 個ずつある。その内 128 個 ($X_9=X_8=0$ のケース) は手で計算できるが、残りの 128 個 ($X_9 \neq 0, X_8 \neq 0$ のケース) 及び、256 個 ($X_9 \neq 0$ のケース) はかなり面倒な数値計算に頼るしかない。^{**)}

しかし、 $X_9 \neq 0$ のときの大まかな評価は、数値計算を多少までもなく可能である。 $X_9 \neq 0$ の式で、 $\beta_8=0$ の式より、次の簡単な式が得られる。

$$X_8 = -[(N_1+2)X_4 + (N_2+2)X_5] X_9 / [2 + (N_1+2)X_4 + (N_2+2)X_5] \quad (10)$$

$(N_1+2)X_4 + (N_2+2)X_5 = 0$ のときは、 $X_8=0$ だが、 $\beta_3=0$ より

$$4X_3^2 + 2X_3X_9 - (N_1X_4 + N_2X_5 + X_9 + X_8)X_9 - X_9^2 = 0 \quad (11)$$

よって $X_3 \neq 0$ 。又、 $(N_1+2)X_4 + (N_2+2)X_5 \neq 0$ のときは $X_8 \neq 0$ となる。いずれにせよ、coupled fixed critical point は存在しない。この安定性は、 $B = (\partial\beta_i/\partial\beta_j)$ 行列の固有値を調べるまでもなく、Mukamele-Grinstein¹⁸⁾ の結果から、素外不安定 (一次転移) であることが分る。結論として、RAM は無視できないという液晶の相図は、図 3 のようになることが予想される。平均場近似により RAM を考慮して、図の ③・領域の転移を研究すること、残された課題となる。

以上の結果、²⁹⁾ 及び、数値計算によるその確認²⁰⁾ は、せめて発表する。

^{*} 4 点バーアップスのくりこみ定数の計算には、図 2 (b) のダイアグラムも考えなければならぬが、このダイアグラムは、 β 関数には効かないので²⁷⁾、出発点から図 2 (a) のみ考慮した。

^{**} これらの中には、数値計算の精度をどうにかして不安定な解 (いわゆる run away solutions) が含まれる。これは、 $\sqrt{\epsilon}$ 展開に相当する解で²⁸⁾、ここまでは $O(\epsilon^3)$ 項まで入れて、手で解が計算できる。

Appendix — 9: 9 階関数 c. 臨界指数 β_1 と β_2 —

$$\begin{aligned} \beta_1 = & -\varepsilon \beta_1 + (K_d/6) \left[(\pi N_1 + 8) \beta_1^2 + 2(N_1 + 2) \beta_1 \beta_2 + \pi N_2 \beta_3^2 + 2N_2 \beta_3 \beta_4 + 2N_2 \beta_3 \beta_5 + 3\beta_7^2 + 2\beta_4 \beta_7 \right. \\ & + 2(N_1 + 1 + \pi) \beta_1 \beta_7 \left. \right] + 2\beta_1 \beta_1 - (K_d^2/18) \left\{ \left[(5\pi N_1 + 22) \beta_1^3 + 12(N_1 + 2) \beta_1^2 \beta_2 + 3(N_1 + 2) \beta_1 \beta_2^2 \right. \right. \\ & + 2\pi N_2 \beta_3^3 + 6N_2 \beta_3^2 \beta_4 + 2N_2 \beta_3 \beta_4^2 + 3\pi N_2 \beta_3 \beta_5^2 + 6N_2 \beta_1 \beta_3 \beta_5 + N_2 \beta_1 \beta_5^2 \left. \right]_{FA} + \left[\frac{N_2}{2} \beta_7^3 + (N_2 \right. \\ & + \pi N_2) \beta_3 \beta_7^2 + \frac{N_2}{2} \beta_5 \beta_7^2 + \frac{N_2 + \pi N_2}{2} \beta_1 \beta_7^2 + \frac{N_2}{2} \beta_4 \beta_7^2 + 4N_2 \beta_3 \beta_5 \beta_7 + 6N_2 \beta_3^2 \beta_7 + 6N_2 \beta_1 \beta_3 \beta_7 \\ & + 2N_2 \beta_1 \beta_5 \beta_7 \left. \right]_{OI} + \left[\frac{3(N_1 + 3 + \pi)}{2} \beta_7^3 + \frac{3(N_1 + \pi N_1 + 15 + \pi)}{2} \beta_1 \beta_7^2 + (N_1 + 8) \beta_4 \beta_7^2 + 2\beta_2^2 \beta_7 \right. \\ & + 12(N_1 + 1 + \pi) \beta_1^2 \beta_7 + 6(N_1 + 4) \beta_1 \beta_4 \beta_7 + N_2 \beta_7 \beta_7^2 \left. \right]_0 \left. \right\} \\ \beta_2 = & -\varepsilon \beta_2 + (K_d/6) \left[4\beta_3^2 + (\pi N_1 + 2) \beta_1 \beta_3 + (\pi N_2 + 2) \beta_2 \beta_3 + (N_1 + 2) \beta_3 \beta_4 + (N_2 + 2) \beta_3 \beta_5 + N_1 \beta_1 \beta_6 \right. \\ & + N_2 \beta_2 \beta_6 + N_1 \beta_1 \beta_7 + N_2 \beta_2 \beta_7 + \beta_7^2 + (N_1 + 1 + \pi) \beta_3 \beta_7 + (N_2 + 1 + \pi) \beta_3 \beta_8 + \beta_6 \beta_7 + \beta_6 \beta_8 + \beta_7 \beta_7 \\ & + \beta_8 \beta_7 \left. \right] + (\beta_1 + \beta_2) \beta_3 - (K_d^2/18) \left\{ \left[\frac{N_1 + N_2}{2} \beta_3 \beta_6^2 + \frac{N_1 \beta_1^2 \beta_6 + N_2 \beta_2^2 \beta_6}{2} + \frac{3N_1 + 6}{2} \beta_3 \beta_6^2 + \frac{3N_2 + 6}{2} \beta_3 \beta_6^2 \right. \right. \\ & + 3(N_1 + 2) \beta_1 \beta_3 \beta_4 + 3(N_2 + 2) \beta_2 \beta_3 \beta_5 + \frac{3(\pi N_1 + 2)}{2} \beta_1^2 \beta_3 + \frac{3(\pi N_2 + 2)}{2} \beta_2^2 \beta_3 + (N_1 + N_2) \beta_3^2 \beta_6 \\ & + 3(N_1 + 2) \beta_3^2 \beta_4 + 3(N_2 + 2) \beta_3^2 \beta_5 + \frac{\pi(N_1 + N_2) + 8}{2} \beta_3^3 + 3(\pi N_1 + 2) \beta_1 \beta_3^2 + 3(\pi N_2 + 2) \beta_2 \beta_3^2 \\ & + (N_1 \beta_1 + N_2 \beta_2) \beta_6^2 + 4(N_1 \beta_1 + N_2 \beta_2) \beta_3 \beta_6 \left. \right]_{FA} + \left[\frac{N_1 + N_2 + 4 + 2\pi}{4} \beta_7^3 + \frac{N_1 + \pi N_1 + 3}{2} \beta_1 \beta_7^2 \right. \\ & + \frac{N_2 + \pi N_2 + 3}{2} \beta_2 \beta_7^2 + \left(\frac{N_1 + 2}{4} \beta_4 + \frac{N_2 + 2}{4} \beta_5 \right) \beta_7^2 + \frac{(1 + \pi)(N_1 + N_2) + 12}{4} \beta_3 \beta_7^2 + \frac{N_1 + N_2 + 8}{4} \beta_6 \beta_7^2 \\ & + (N_1 \beta_1^2 + N_2 \beta_2^2) \beta_7 + (N_1 + N_2) \beta_3^2 \beta_7 + (N_1 + N_2) \beta_3 \beta_6 \beta_7 + 4(N_1 \beta_1 + N_2 \beta_2) \beta_3 \beta_7 + 2(N_1 \beta_1 + N_2 \beta_2) \beta_6 \beta_7 \left. \right]_{OI} \\ & + \left[\frac{3(N_1 + \pi N_1 + 3 + \pi)}{4} \beta_3 \beta_7^2 + \frac{3(N_2 + \pi N_2 + 3 + \pi)}{4} \beta_3 \beta_8^2 + \left(\frac{N_1 + 1}{2} \beta_7^2 + \frac{N_2 + 1}{2} \beta_8^2 \right) \beta_6 + 3(N_1 + 1 + \pi) \beta_3^2 \beta_7 \right. \\ & + 3(N_2 + 1 + \pi) \beta_3^2 \beta_8 + \left(\frac{N_1 + 1}{2} \beta_7^2 + \frac{N_2 + 1}{2} \beta_8^2 \right) \beta_7 + \frac{3N_1 + 5 + 2\pi}{4} \beta_1 \beta_7^2 + \frac{3N_2 + 5 + 2\pi}{4} \beta_2 \beta_7^2 \\ & + 2(\beta_1 \beta_7 + \beta_2 \beta_8) \beta_7 + 3(N_1 + 1 + \pi) \beta_1 \beta_3 \beta_7 + 3(N_2 + 1 + \pi) \beta_2 \beta_3 \beta_8 + 2(\beta_1 \beta_7 + \beta_2 \beta_8) \beta_6 + 3(N_1 + 2) \beta_3 \beta_4 \beta_7 \\ & + 3(N_2 + 2) \beta_3 \beta_5 \beta_8 + 4(\beta_7 + \beta_8)(\beta_6 + \beta_9) \beta_3 + 2(\beta_7 + \beta_8) \beta_6 \beta_7 \left. \right]_0 \left. \right\} \\ \beta_4 = & -\varepsilon \beta_4 + (K_d/6) \left[(N_1 + 8) \beta_4^2 + 12\beta_1 \beta_4 + N_2 \beta_6^2 + 2N_2 \beta_6 \beta_7 + 2(N_1 + 5) \beta_4 \beta_7 \right] + 2\beta_1 \beta_4 \\ & - (K_d^2/18) \left\{ \left[(5\pi N_1 + 22) \beta_4^3 + 12(N_1 + 5) \beta_1 \beta_4^2 + 3(\pi N_1 + 14) \beta_1^2 \beta_4 + 2N_2 \beta_6^3 + 4N_2 \beta_3 \beta_6^2 + 2N_2 \beta_1 \beta_6^2 \right. \right. \\ & + 3\pi N_2 \beta_3^2 \beta_4 + 6N_2 \beta_3 \beta_4 \beta_6 + \left. \left. \frac{3N_2 \beta_4 \beta_6^2}{2} \right]_{FA} + \left[\frac{6N_2 + \pi N_2}{2} \beta_6 \beta_7^2 + \frac{3N_2}{2} \beta_4 \beta_7^2 + 6N_2 \beta_6^2 \beta_7 + 8N_2 \beta_3 \beta_6 \beta_7 \right. \right. \\ & + 6N_2 \beta_3 \beta_4 \beta_7 + 4N_2 \beta_1 \beta_6 \beta_7 + 6N_2 \beta_1 \beta_6 \beta_7 \left. \right]_{OI} + \left[\frac{17N_1 + \pi N_1 + 71 + 5\pi}{2} \beta_4 \beta_7^2 + (14N_1 + 58) \beta_4^2 \beta_7 \right. \\ & + 6(3N_1 + 11 + \pi) \beta_1 \beta_4 \beta_7 + 2N_1 \beta_6^2 \beta_7 + 4N_2 \beta_6 \beta_7 \beta_7 \left. \right]_0 \left. \right\} \\ \beta_6 = & -\varepsilon \beta_6 + (K_d/6) \left[4\beta_6^2 + 8\beta_3 \beta_6 + 2\beta_1 \beta_6 + 2\beta_2 \beta_6 + (N_1 + 2) \beta_4 \beta_6 + (N_2 + 2) \beta_5 \beta_6 + (N_1 + 2) \beta_4 \beta_7 + (N_2 + 2) \beta_5 \beta_7 \right. \\ & + (N_1 + 1) \beta_6 \beta_7 + (N_2 + 1) \beta_6 \beta_8 + 4\beta_6 \beta_7 \left. \right] + (\beta_1 + \beta_2) \beta_6 - (K_d^2/18) \left\{ \left[\frac{N_1 + N_2 + 8}{2} \beta_6^3 + 2(N_1 + 3) \beta_1 \beta_6^2 \right. \right. \\ & + 2(N_2 + 3) \beta_2 \beta_6^2 + 3(N_1 + 2) \beta_4 \beta_6^2 + 3(N_2 + 2) \beta_5 \beta_6^2 + (N_1 + N_2 + 12) \beta_3 \beta_6^2 + \left(\frac{\pi N_1 + 6}{2} \beta_7^2 + \frac{\pi N_2 + 6}{2} \beta_8^2 \right) \beta_6 \\ & + \frac{\pi(N_1 + N_2) + 24}{2} \beta_3^2 \beta_6 \left. \right] + 3 \left(\frac{N_1 + 2}{2} \beta_4^2 + \frac{N_2 + 2}{2} \beta_5^2 \right) \beta_6 + 3(N_1 + 2) \beta_1 \beta_4 \beta_6 + 3(N_2 + 2) \beta_2 \beta_5 \beta_6 \\ & + 6(N_1 + 2) \beta_3 \beta_4 \beta_6 + 6(N_2 + 2) \beta_3 \beta_5 \beta_6 + 2(\pi N_1 + 6) \beta_1 \beta_3 \beta_6 + 2(\pi N_2 + 6) \beta_2 \beta_3 \beta_6 \left. \right]_{FA} \\ & + \left[\frac{5(N_1 + N_2) + 20 + 4\pi}{4} \beta_6 \beta_7^2 + \frac{(6 + \pi)(N_1 + 2)}{4} \beta_4 \beta_7^2 + \frac{(6 + \pi)(N_2 + 2)}{4} \beta_5 \beta_7^2 + 2(N_1 + 2) \beta_1 \beta_4 \beta_7 \right. \\ & + 2(N_2 + 2) \beta_2 \beta_5 \beta_7 + 3 \left(\frac{N_1 + 2}{2} \beta_4^2 + \frac{N_2 + 2}{2} \beta_5^2 \right) \beta_7 + (N_1 + N_2 + 12) \beta_3 \beta_6 \beta_7 + \frac{3(N_1 + N_2) + 20}{2} \beta_6^2 \beta_7 \\ & + 4(N_1 + 2) \beta_3 \beta_4 \beta_7 + 4(N_2 + 2) \beta_3 \beta_5 \beta_7 + 2(N_1 + 3) \beta_1 \beta_6 \beta_7 + 2(N_2 + 3) \beta_2 \beta_6 \beta_7 + 5(N_1 + 2) \beta_4 \beta_6 \beta_7 \\ & + 5(N_2 + 2) \beta_5 \beta_6 \beta_7 \left. \right]_{OI} + \left[\frac{3N_1 + \pi N_1 + 9 + \pi}{4} \beta_6 \beta_7^2 + \frac{3N_2 + \pi N_2 + 9 + \pi}{4} \beta_6 \beta_8^2 + (3N_1 + 5) \beta_6^2 \beta_7 \right. \\ & + (3N_2 + 5) \beta_6^2 \beta_8 + 2(N_1 + 2) \beta_4 \beta_7 \beta_7 + 2(N_2 + 2) \beta_5 \beta_8 \beta_7 + (3N_1 + 3 + \pi) \beta_1 \beta_6 \beta_7 + (3N_2 + 3 + \pi) \beta_2 \beta_6 \beta_8 \\ & + 3(N_1 + 2) \beta_4 \beta_6 \beta_7 + 3(N_2 + 2) \beta_5 \beta_6 \beta_8 + (6N_1 + 6 + 2\pi) \beta_3 \beta_6 \beta_7 + (6N_2 + 6 + 2\pi) \beta_3 \beta_6 \beta_8 \\ & + (3N_1 + 5) \beta_6 \beta_7 \beta_7 + (3N_2 + 5) \beta_6 \beta_8 \beta_7 \left. \right]_0 \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\beta_7 = -\varepsilon \partial_7 + (K_d/6) \left[N_2 \partial_7^2 + (N_1 + 4 + \kappa) \partial_7^2 + 1/2 \partial_1 \partial_7 + 4 \partial_4 \partial_7 \right] + 2 \partial_1 \partial_7 - (K_4^2/18) \left\{ \left[\frac{(2+\kappa)N_2}{2} \partial_7^3 + 4N_2 \partial_3 \partial_7^2 + 2N_2 \partial_6 \partial_7^2 + 2N_2 \partial_1 \partial_7^2 + N_2 \partial_4 \partial_7^2 \right]_{0I} + \left[\frac{5N_1 + 2\kappa N_1 + 2\gamma + 5\kappa}{2} \partial_7^3 + 6(2N_1 + 5 + 2\kappa) \partial_1 \partial_7^2 + (N_1 + 6) \partial_4^2 \partial_7 + (5N_1 + 20) \partial_4 \partial_7^2 + 3(\kappa N_1 + 14) \partial_1^2 \partial_7 + 6(N_1 + 6) \partial_1 \partial_4 \partial_7 + 3\kappa N_2 \partial_3^2 \partial_7 + N_1 \partial_6^2 \partial_7 + 6N_2 \partial_3 \partial_7 \partial_7 + 2N_2 \partial_6 \partial_7 \partial_7 + 6N_2 \partial_3 \partial_6 \partial_7 + \frac{3N_2 + \kappa N_2}{2} \partial_1 \partial_7^2 \right]_0 \right\}$$

$$\beta_9 = \partial_9 \left(-\varepsilon + (K_d/6) \left[(\kappa + 2) \partial_9 + 2 \partial_1 + 2 \partial_2 + (N_1 + 1) \partial_9 + (N_2 + 1) \partial_9 + 8 \partial_3 + 8 \partial_6 \right] + \beta_1 + \beta_2 - (K_4^2/18) \left\{ \left[\frac{N_1 + N_2 + 8 + 2\kappa}{4} \partial_9^2 + \frac{4N_1 + 6 + 3\kappa}{2} \partial_1 \partial_9 + \frac{4N_2 + 6 + 3\kappa}{2} \partial_2 \partial_9 + (N_1 + 2) \partial_4 \partial_9 + (N_2 + 2) \partial_5 \partial_9 + 4 \partial_6 \partial_9 + (N_1 + N_2 + 6 + 3\kappa) \partial_3 \partial_9 + \frac{\kappa N_1 + 6}{2} \partial_1^2 + \frac{\kappa N_2 + 6}{2} \partial_2^2 + (N_1 + 2) \partial_1 \partial_4 + (N_2 + 2) \partial_2 \partial_5 + \frac{\kappa(N_1 + N_2) + 24}{2} \partial_3^2 + 2 \partial_6^2 + (N_1 + N_2 + 12) \partial_3 \partial_6 + 2(\kappa N_1 + 6) \partial_1 \partial_3 + 2(\kappa N_2 + 6) \partial_2 \partial_3 + 2(N_1 + 2) \partial_3 \partial_4 + 2(N_2 + 2) \partial_3 \partial_5 + 2(N_1 + 3) \partial_1 \partial_6 + 2(N_2 + 3) \partial_2 \partial_6 + (N_1 + 2) \partial_4 \partial_6 + (N_2 + 2) \partial_5 \partial_6 \right]_{0I} + \left[\frac{6N_1 + 3\kappa N_1 + 14 + 3\kappa}{4} \partial_9 \partial_9 + \frac{6N_2 + 3\kappa N_2 + 14 + 3\kappa}{4} \partial_9 \partial_9 + (3N_1 + 3 + \kappa) \partial_1 \partial_9 + (3N_2 + 3 + \kappa) \partial_2 \partial_9 + (N_1 + 2) \partial_4 \partial_9 + (N_2 + 2) \partial_5 \partial_9 + 2(3N_1 + 3 + \kappa) \partial_3 \partial_9 + 2(3N_2 + 3 + \kappa) \partial_3 \partial_9 + (3N_1 + 5) \partial_6 \partial_9 + (3N_2 + 5) \partial_6 \partial_9 \right]_0 \right\} \right)$$

$O(\partial_2^3)$ 項のオッコは、それぞれ、[Fishman-Aharony] $_{FA}$, [奥-王+森] $_{OI}$, [奥]。による算出であること示している。

$$\beta_1 = (K_4^2/72) \left[(\kappa N_1 + 2) \partial_1^2 + 2(N_1 + 2) \partial_1 \partial_4 + (N_1 + 2) \partial_4^2 + \kappa N_2 \partial_3^2 + 2N_2 \partial_3 \partial_6 + N_2 \partial_6^2 + \frac{(1+\kappa)(N_1 + 2)}{2} \partial_7^2 + 2(N_1 + 1 + \kappa) \partial_1 \partial_7 + 2(N_1 + 2) \partial_4 \partial_7 + \frac{(1+\kappa)N_2}{2} \partial_7^2 + 2N_2 \partial_3 \partial_7 + 2N_2 \partial_6 \partial_7 \right]$$

ここに、 $K_d^{-1} = 8\pi^2 (1 + \frac{\varepsilon}{2})^{-1}$ 、 $K_4^{-1} = 8\pi^2$ である。

$\beta_2, \beta_5, \beta_8, \beta_9$ は $N_1 \leftrightarrow N_2, \partial_1 \leftrightarrow \partial_2, \partial_4 \leftrightarrow \partial_5, \partial_7 \leftrightarrow \partial_8$ の置き換えてすることにより得られる。

$\kappa = 1$, $\partial_1 = \partial_2 = \dots = \partial_9$ とおいたときの総係数は、 $O(\varepsilon)$ の項は $4 \times 3^2 (N+8)$, $O(\varepsilon^2)$ に関しては、[] $_{FA} = 4 \times 2^3 (5N+22)$, [] $_{FA} + []_{OI} + []_0 = 4 \times 3^2 (5N+22)$ となり、期待される値になっている。Fishman-Aharony による [] $_{FA}$ は、これを満たさないのは、 $\square$ で示した項の計算が、誤っているためである。又、このとき $\beta_1 + \beta_2$ が期待通り、 $2 \times 3^2 (N+2)$ となっている。

尚、上の表式において、裸の結合定数 K_i ($i=1, \dots, 9$) は、対称なくりみ点においてくりみ点に無関係の結合定数が、 ∂_i ($i=1, \dots, 9$) である。

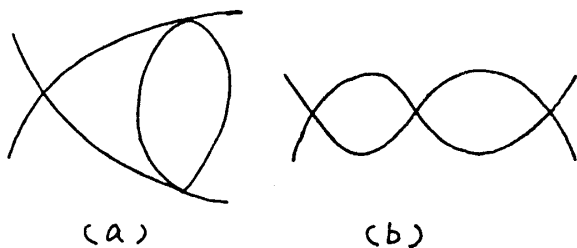


図 2.

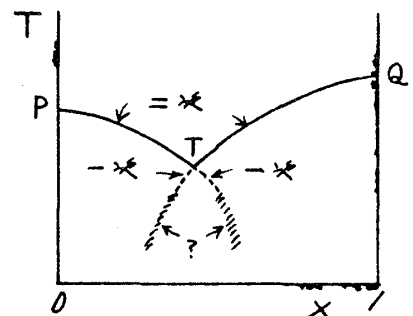


図 3.

References

- 1) F.Matsubara and S.Inawashiro, J.Phys.Soc.Jpn.42(1977),1529; 46 (1979),1740.
- 2) T.Oguchi and T.Ishikawa, J.Phys.Soc.Jpn.45(1978),1213.
- 3) Y.Someya, J.Phys.Soc.Jpn.50(1981),3897.
- 4) S.Fishman and A.Aharony, Phys.Rev.B18(1978),3507.
- 5) K.Kobayashi, K.Katsumata, T.Sato and Y.Miyako, J.Phys.Soc.Jpn.46 (1979),1467.
K.Katsumata, M.Kobayashi and H.Yoshizawa, Phys.Rev.Letters 43 (1979),960.
K.Katsumata, M.Kobayashi, T.Sato and Y.Miyako, Phys.Rev.B19(1979), 2700.
- 6) A.Ito, Y.Someya and K.Katsumata, Solid State Comm.36(1980),681.
- 7) Y.Someya, A.Ito and K.Katsumata, J.Phys.Soc.Jpn.52(1983),254.
- 8) T.Tawaraya and K.Katsumata, Solid State Comm.32(1979),337.
T.Tawaraya, K.Katsumata and H.Yoshizawa, J.Phys.Soc.Jpn.49 (1980),1299.
Po-zen-Wong, P.M.Horn, R.J.Birgeneau, C.R.Safinya and G.Shirane, Phys.Rev.Letters 45(1980),1974.
- 9) M.C.K.Wiltschire, B.D.Howes and C.H.Burton, preprint.
- 10) A.Ito, S.Morimoto, Y.Someya, H.Ikeda, Y.Syono and H.Takei, Solid State Comm.41(1982),507.
A.Ito, S.Morimoto, Y.Someya, Y.Syono and H.Takei, J.Phys.Soc.Jpn. 51(1982),3173.
- 11) K.Katsumata, report at the Annual Meeting of the Physical Society of Japan (Yokohama in spring, Hokkaido in autumn, 1982).
- 12) H.Miwa, preprint.
- 13) H.Mano, preprint.
- 14) P.L.-Gayet and G.Toulouse, J.de Phys.35(1974),425.
Y.Imry and S.-k.Ma, Phys.Rev.Letters 35(1975),1399.
G.Grinstein, Phys.Rev.Letters 37(1976),944.
A.Aharony, Y.Imry and S.-k.Ma, Phys.Rev.Letters 37(1976),1364.
A.P.Young, J.of Phys.C10(1977),L257.
G.Parisi and N.Sourlas, Phys.Rev.Letters 43(1979),744.
E.Pytte, Y.Imry and D.Mukamel, Phys.Rev.Letters 46(1981),1173.
G.Grinstein and S.-k.Ma, Phys.Rev.Letters 49(1982),685.

- 15) S.Fishman and A.Aharony, J.of Phys.C12(1979),L729.
- 16) M.Oku, Prog.Theor.Phys.67(1982),1353.
- 17) M.Oku, Prog.Theor.Phys.67(1982),1365.
- 18) D.Mukamel and G.Grinstein, Phys.Rev.B25(1982),381.
- 19) D.Mukamel, Phys.Rev.Letters 46(1981),845.
- 20) F.Ravndal, *Scaling and Renormalization Groups* (Nordita, Copenhagen, 1976).
D.J.Amit, *Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena* (McGraw-Hill, New York, 1978).
- 21) S.F.Edwards and P.W.Anderson, J.of Phys.F5(1975),956.
D.Sherrington and S.Kirkpatrick, Phys.Rev.Letters 35(1975),1792.
- 22) E.Brezin, J.C.Le Guillou and J.Zinn-Justin, Phys.Rev.B10(1974), 892.
V.J.Emery, Phys.Rev.B11(1975),239.
- 23) R.Harris, M.Plischke and M.J.Zuckermann, Phys.Rev.Letters 31(1973), 160.
A.Aharony, Phys.Rev.B12(1975),1038.
R.W.Cochrane, R.Harris and M.J.Zuckermann, Phys.Rep.C48(1978),1.
- 24) A.Aharony and E.Pytte, Phys.Rev.Letters 45(1980),1583.
- 25) Y.Obata, Solid State Phys.8(1973),585 [in Japanese].
K.Yoshida, *Jisei I* (Magnetism I) (Asakura Shoten, Tokyo, 1972) [in Japanese].
- 26) K.G.Wilson, Phys.Rev.B4(1971),3174,3184.
K.G.Wilson and J.Kogut, Phys.Rep.C12(1974),75.
S.-k.Ma, *Modern Theory of Critical Phenomena* (Benjamin, Massachusetts, 1976)
- 27) E.Brezin, J.C.Le Guillou and J.Zinn-Justin, *Phase Transitions and Critical Phenomena* V01.6 (Academic Press, London, 1976).
- 28) D.E.Khmelnitskii, Soviet Phys.JETF.41(1976),981.
C.Jayaprakash and H.J.Katz, Phys.Rev.B16(1977),3987.
- 29) M.Oku and H.Igarashi, Prog.Theor.Phys., in submission.
- 30) H.Igarashi and M.Oku, Prog.Theor.Phys., to be submitted.