

平板状構造断面のガスト応答に関する 2, 3 の考察

白石 成人・松本 勝・岸本章士・丸山 俊

A FEW CONSIDERATIONS ON AERODYNAMIC RESPONSES OF PLATE-LIKE STRUCTURES DUE TO RANDOM GUSTS

By *Naruhito SHIRAISHI, Masaru MATSUMOTO,*
Shoshi KISHIMOTO and Satoshi MARUYAMA

Synopsis

This paper presents timely varying aerodynamic responses of plate-like structures due to random gusts. The aerodynamic admittance or the dynamic lift functions for a few typical structural sections, which are considered indispensable in determination of aerodynamic forces due to fluctuation of wind velocities in lateral and longitudinal directions, are examined by use of wind tunnel tests and are compared with the Sears function and the Horlock function for thin plate. Based on these aerodynamic lift function, aerodynamic lift function, aerodynamic responses of thin airfoil (NACA-0012) and of long-spanned suspension bridge are numerically calculated, the results of which indicate a fairly good agreement with the experimental results.

1. ま え が き

自然風に含まれる乱れに起因する長大橋梁のガスト不規則振動は、それによって破壊に至らないまでも、部材の疲労の問題、走行車輛の安定性等の問題を含み、最近急速に注目されはじめた空力不安定現象である。この問題は、本州四国連絡橋の場合においては、静的な風荷重の割増し（水平長補正係数）として風に含まれる乱れの特性を設計にとり入れられようとしている。これは、A.G. Davenport の研究¹⁾に代表されるように周波数軸での統計的評価で最終的には、標準偏差値あるいは、それに極値分布理論を適用して得られる最大応答期待値という形で行なわれた研究に立脚している。しかし、これは自然風の有する時間的かつ空間的な変動特性、あるいは構造断面の特性等に関係し、未だ多くの問題点が残されている。

一方、これらの研究を一步進めるものとして、最近このガスト不規則振動を時間領域で評価する研究が、小西、白石、松本等²⁾、篠塚³⁾、伊藤、宮田⁴⁾等によって報告されている。

本研究は、この時間領域でのガスト過渡応答の問題に着目し、第17回⁵⁾、第18回⁶⁾の防災研究所発表会で発表された研究の一環であり、入力として新たに主流方向変動風速を考え、鉛直方向変動風速との2入力系、出力を鉛直たわみ応答1出力系と考えた場合の、動的揚力関数について、風洞実験等による評価を加え、ガスト過渡応答数値計算においては、2成分変動風速を用いて解析を行ない、実験値と比較し、検討を加えるものである。

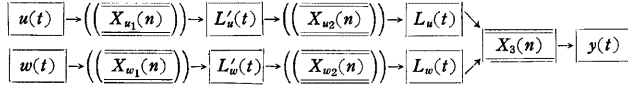
2. 空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance)

空力増幅関数あるいは空力伝達関数は入力である変動風速と出力である構造断面に作用する流体力とを関連づけるインピーダンスである。これらの関数を正確に把握することが、ガスト応答解析上極めて重要とな

る。

本研究においては、主流成分変動風速 $u(t)$ 、および鉛直成分変動風速 $w(t)$ によって、鉛直たわみ応答 $y(t)$ が発現する、いわゆる 2 入力 1 出力系について、新たに評価を加えるものである。

従って、入力、出力の関係は従来 (1 入力 ($w(t)$) 1 出力 ($y(t)$)) と異なり、次のように考える。



ただし $u(t)$; ある代表点の主流方向変動風速

$w(t)$; ある代表点の鉛直方向変動風速

$L'_u(t)$, $L'_w(t)$; $u(t)$, $w(t)$ に起因して単位スパン長当りに作用する変動揚力

$L_u(t)$, $L_w(t)$; $u(t)$, $w(t)$ に起因して全スパン長に渡って作用する変動揚力

$y(t)$; 鉛直たわみ応答

上図において ($\equiv$) で示されるものは、それぞれの入力と出力を関連づけるインピーダンスを表わし、便宜上 $X_{u1}(n)$, $X_{w1}(n)$, $X_{u2}(n)$, $X_{w2}(n)$, $X_3(n)$ なる記号で表わすものとする。

入力である 2 成分変動風速 $u(t)$ および $w(t)$ と、出力である鉛直たわみ応答 $y(t)$ のクロススペクトルは、一般の不規則振動論を用いて、次の様に表わすことができる。

$$S_{yu}(n) = X_3^*(n) \{ X_{u2}^*(n) X_{u1}^*(n) S_{uu}(n) + X_{w2}^*(n) X_{u1}^*(n) S_{uw}(n) \} \dots\dots\dots (2. 1)$$

$$S_{wy}(n) = X_3(n) \{ X_{w2}(n) X_{w1}(n) S_{ww}(n) + X_{u2}(n) X_{w1}(n) S_{uw}(n) \} \dots\dots\dots (2. 2)$$

$$S_{yu}(n) = X_3^*(n) \{ X_{u2}^*(n) X_{u1}^*(n) S_{uu}(n) + X_{w2}^*(n) X_{u1}^*(n) S_{uw}(n) \} \dots\dots\dots (2. 3)$$

$$S_{wy}(n) = X_3(n) \{ X_{w2}(n) X_{w1}(n) S_{ww}(n) + X_{u2}(n) X_{w1}(n) S_{uw}(n) \} \dots\dots\dots (2. 4)$$

ただし、* ; conjugate

従って、これら各インピーダンス $X_{u1}(n)$, $X_{w1}(n)$, $X_{u2}(n)$, $X_{w2}(n)$, $X_3(n)$ の絶対値の自乗 ($X^*(n) \times X(n)$) は次の各量に対応づけることができる。

$$|X_{u1}(n)|^2, |X_{w1}(n)|^2 \Rightarrow \text{Aerodynamic Admittance } |Ad(n)|^2$$

$$|X_{u2}(n)|^2, |X_{w2}(n)|^2 \Rightarrow \text{Joint Mode Acceptance } |J(n)|^2$$

$$|X_3(n)|^2 \Rightarrow \text{Mechanical Admittance } |H(n)|^2$$

以下、これらインピーダンスについて簡単に述べる。

$|X_{u1}(n)|^2$, $|X_{w1}(n)|^2$ はそれぞれ $u(t)$, $w(t)$ のパワースペクトルと単位スパン長当りの構造断面に作用する二次元変動揚力 $L'_u(t)$, $L'_w(t)$ のパワースペクトルを関連づけるもので、空力増幅関数を表わし、次の様に仮定する。

$$|X_{u1}(n)|^2 = \{ \rho \bar{U} B C_F(0) \}^2 \frac{\{ C_F(k) \}^2}{C_F^2(0)} \cdot \frac{2}{\tau_{xu}^2} (\tau_{xu} - 1 + e^{-\gamma_{xu}}) \dots\dots\dots (2. 5)$$

$$|X_{w1}(n)|^2 = \left\{ \frac{1}{2} \rho \bar{U} B \frac{dC_F}{d\alpha}(0) \right\}^2 \frac{\{ dC_F(k)/d\alpha \}^2}{\{ dC_F(0)/d\alpha \}^2} \cdot \frac{2}{\gamma_{xw}} (\tau_{xw} - 1 + e^{-\gamma_{xw}}) \dots\dots\dots (2. 6)$$

ただし、 ρ ; 空気密度、 $\bar{U}$; 平均風速、 B ; 床板 chord 長、 $C_F(0)$; 準定常揚力係数、 $C_F(k)$; 非定常揚力係数、 k ; 換算振動数 ($= B\omega/2\bar{U}$)、 $dC_F(0)/d\alpha$; 準定常揚力係数勾配、 $dC_F(k)/d\alpha$; 非定常揚力係数勾配

$$\frac{2}{\tau_{xu}^2} (\tau_{xu} - 1 + e^{-\gamma_{xu}}) ; u(t) \text{ の主流方向 (chord 方向) の coherency}$$

$$\frac{2}{\tau_{xw}} (\tau_{xw} - 1 + e^{-\gamma_{xw}}) ; w(t) \text{ の主流方向 (chord 方向) の coherency}$$

$$\tau_{xu} = k_{ux} \cdot B \cdot n / \bar{U}$$

$$\tau_{xw} = k_{wx} \cdot B \cdot n / \bar{U}$$

次に, $|X_{u2}(n)|^2$, $|X_{w2}(n)|^2$ は単位スパン長当りの構造断面に作用する二次元変動揚力 $L'_u(t)$, $L'_w(t)$ のパワースペクトルと全スパン長に渡って作用する変動揚力 $L_u(t)$, $L_w(t)$ のパワースペクトルを関係づけるもので, modal function 1.0 の二次元剛体断面では, Joint Mode Acceptance を次の様に仮定する。

$$|X_{u2}(n)|^2 = l^2 \frac{2}{\gamma_{zu}^2} (\gamma_{zu} - 1 + e^{-\gamma_{zu}}) \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

$$|X_{w2}(n)|^2 = l^2 \frac{2}{\gamma_{zw}^2} (\gamma_{zw} - 1 + e^{-\gamma_{zw}}) \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

ただし, l ; 模型スパン長

$$\frac{2}{\gamma_{zu}^2} (\gamma_{zu} - 1 + e^{-\gamma_{zu}}); u(t) \text{ のスパン方向 coherency}$$

$$\frac{2}{\gamma_{zw}^2} (\gamma_{zw} - 1 + e^{-\gamma_{zw}}); w(t) \text{ のスパン方向 coherency}$$

$$\gamma_{zu} = k_{uz} \cdot l \cdot n / \bar{U}$$

$$\gamma_{zw} = k_{wz} \cdot l \cdot n / \bar{U}$$

また, $|X_3(n)|$ は変動揚力 $L_u(t)$, $L_w(t)$ のパワースペクトルを鉛直たわみ応答 $y(t)$ のパワースペクトルと関係づけるもので, Mechanical Admittance を表わし, 次式の様に表わすことができる。

$$|X_3(n)|^2 = \frac{1}{m_y^2 (2\pi n_{0y})^4} \cdot \frac{1}{\left\{ \left(1 - \frac{n^2}{n_{0y}^2} \right)^2 + 4\zeta_y^2 \frac{n^2}{n_{0y}^2} \right\}} \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

ただし, m_y ; 鉛直たわみ振動系における質量

n_{0y} ; 鉛直たわみ振動系における固有振動数

n ; 振動数

ζ_y ; 平均風速 $\bar{U}$ における鉛直たわみ振動系の減衰比

$$\zeta_y = \zeta_{0y} + \zeta_{ay}$$

ζ_{0y} ; 無風時における系の構造減衰比

ζ_{ay} ; 空力減衰項

ここで, 空力減衰項 ζ_{ay} は次の様に表わせる。

$$\zeta_{ay} = \frac{\rho B \bar{U}}{8\pi m_y n_{0y}} \cdot \frac{dC_F}{d\alpha}(k) = \frac{\rho B \bar{U} \cdot l \cdot \frac{dC_F}{d\alpha}(0)}{8\pi m_y n_{0y}} \cdot \left\{ \frac{dC_F(k)/d\alpha}{dC_F(0)/d\alpha} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

しかし, これら各インピーダンスの評価に未だ十分解明されていない点が多い。

また, 2成分変動風速 $u(t)$, $w(t)$ および鉛直たわみ応答より逆にインピーダンスを一括して評価を加えると, $u(t)$ と $y(t)$, および $w(t)$ と $y(t)$ のクロススペクトルは, 式 (2.2) および式 (2.4) に示されるように, それぞれ $u(t)$, $w(t)$ のパワースペクトルおよび $u(t)$ と $w(t)$ のクロススペクトルによって表わすことができる。

$$S_{uy}(n) = AH_1(n)S_{uw}(n) + AH_2(n)S_{uu}(n) \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

$$S_{wy}(n) = AH_1(n)S_{wu}(n) + AH_2(n)S_{ww}(n) \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

$$\text{ただし} \quad AH_1(n) = X_{u1}(n)X_{u2}(n)X_3(n) \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

$$AH_2(n) = X_{w1}(n)X_{w2}(n)X_3(n) \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

ここで, 各種インピーダンスは, 次の様におくことができる。

$$X_{u1}(n) = \rho \bar{U} B \cdot C_F(0) \cdot \bar{X}_{u1}(n)$$

$$X_{w1}(n) = \frac{1}{2} \rho \bar{U} B \frac{dC_F}{d\alpha}(0) \cdot \bar{X}_{w1}(n)$$

$$X_{u2}(n) = l \cdot \bar{X}_{u2}(n)$$

$$X_{w2}(n) = l \cdot \bar{X}_{w2}(n)$$

$$X_3(n) = \frac{1}{m_{0y} \cdot (2\pi n_{0y})^2} \cdot \tilde{X}_3(n)$$

ただし,

$$\tilde{X}_{u_1}(0) = \tilde{X}_{w_1}(0) = \tilde{X}_{u_2}(0) = \tilde{X}_{w_2}(0) = \tilde{X}_3(0) = 1.0$$

$$C_F(0), \frac{dC_F}{d\alpha}(0); \text{ reduced frequency } k=0 \text{ のときの } C_F \text{ 値, } \frac{dC_F}{d\alpha} \text{ 値}$$

従って, 2成分変動風速 $u(t)$, $w(t)$ および鉛直たわみ応答 $y(t)$ より, 各種パワースペクトルおよびクロススペクトル ($S_{uy}(n)$, $S_{wy}(n)$, $S_{uu}(n)$, $S_{ww}(n)$, $S_{uw}(n)$, $S_{wu}(n)$) を実験結果を用いて解析的に求め, 上式 (2.11), (2.12) の連立方程式を解くことにより, $AH_1(n)$, $AH_2(n)$ を周波数の複素関数として求めることができる。

一方, $AH_1(n)$, $AH_2(n)$ は, 本来, 次の各物理量より構成されている。

$$AH_1(n) = \rho \bar{U} B \cdot l \cdot C_F \cdot \frac{1}{m_{0y}(2\pi n_{0y})^2} \tilde{X}_{u_1}(n) \tilde{X}_{u_2}(n) \tilde{X}_3(n) \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

$$AH_2(n) = \frac{1}{2} \rho \bar{U} B l \frac{dC_F}{d\alpha} \frac{1}{m_{0y}(2\pi n_{0y})^2} \tilde{X}_{u_1}(n) \tilde{X}_{w_2}(n) \tilde{X}_3(n) \quad \dots\dots\dots(2.16)$$

すなわち, 無次元化された各インピーダンスとするため, 式 (2.15) および (2.16) にそれぞれ $\left\{ \frac{m_{0y}}{(2\pi n_{0y})^2} \cdot \frac{1}{\rho \bar{U} B l \cdot C_F} \right\}$, $\left\{ \frac{2}{\rho \bar{U} B l \cdot dC_F/d\alpha} \right\}$ をかけることによって

$$\frac{m_{0y}(2\pi n_{0y})^2}{\rho \bar{U} B \cdot l \cdot C_F} \cdot AH_1(n) = \tilde{X}_{u_1}(n) \tilde{X}_{u_2}(n) \tilde{X}_3(n) \quad \dots\dots\dots(2.17)$$

$$\frac{2m_{0y}(2\pi n_{0y})^2}{\rho \bar{U} B \cdot l \cdot dC_F/d\alpha} \cdot AH_2(n) = \tilde{X}_{u_1}(n) \tilde{X}_{w_2}(n) \tilde{X}_3(n) \quad \dots\dots\dots(2.18)$$

と表わせる。ここで両辺の自乗をとると次の様に表わすことができる。

$$\frac{m_{0y}^2(2\pi n_{0y})^4}{(\rho \bar{U} B \cdot l \cdot C_F)^2} \cdot |AH_1(n)|^2 = |\tilde{X}_{u_1}(n) \tilde{X}_{u_2}(n) \tilde{X}_3(n)|^2 \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

$$\frac{4m_{0y}^2(2\pi n_{0y})^4}{(\rho \bar{U} B \cdot l \cdot C_F/d\alpha)^2} \cdot |AH_2(n)|^2 = |\tilde{X}_{u_1}(n) \tilde{X}_{w_2}(n) \tilde{X}_3(n)|^2 \quad \dots\dots\dots(2.20)$$

なお, 上式における各種インピーダンスが周波数 $n=0$ のときそれぞれ

$$\tilde{X}_{u_1}(0) = \tilde{X}_{w_1}(0) = \tilde{X}_{u_2}(0) = \tilde{X}_{w_2}(0) = \tilde{X}_3(0) = 1.0 \quad \dots\dots\dots(2.21)$$

であることより, 式 (2.19), (2.20) より計算される結果の周波数が十分小さいところでは

$$\lim_{n \rightarrow 0} \left\{ \frac{m_{0y}^2(2\pi n_{0y})^4}{(\rho \bar{U} B l)^2} \cdot |AH_1(n)|^2 \right\} = C_F^2 \quad \dots\dots\dots(2.22)$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \left\{ \frac{4m_{0y}^2(2\pi n_{0y})^4}{(\rho \bar{U} B l)^2} \cdot |AH_2(n)|^2 \right\} = \left(\frac{dC_F}{d\alpha} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(2.23)$$

の関係があることがわかる。

一方, 式 (2.13), (2.14) で表わされる $AH_1(n)$, $AH_2(n)$ は, 絶対値の自乗 ($|AH_1(n)|^2$, $|AH_2(n)|^2$) で表わすと次の様になる。

$$\begin{aligned} |AH_1(n)|^2 &= |X_{u_1}(n)|^2 |X_{u_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 + 4\{R_{u_1}^2 R_{u_2} I_{u_2} R_3 I_3 + I_{u_1}^2 R_{u_2} I_{u_2} R_3 I_3 \\ &\quad + R_{u_1} I_{u_1} R_{u_2}^2 R_3 I_3 + R_{u_1} I_{u_1} I_{u_2}^2 R_3 I_3 + R_{u_1} I_{u_1} R_{u_2} I_{u_2} R_3^2 + R_{u_1} I_{u_1} R_{u_2} I_{u_2} I_3^2\} \quad \dots\dots\dots(2.24) \end{aligned}$$

ただし,

$$X_{u_1}(n) = R_{u_1} + iI_{u_1}$$

$$X_{u_2}(n) = R_{u_2} + iI_{u_2}$$

$$X_3(n) = R_3 + iI_3$$

$$\begin{aligned} |AH_2(n)|^2 &= |X_{w_1}(n)|^2 |X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 + 4\{R_{w_1}^2 R_{w_2} I_{w_2} R_3 I_3 + I_{w_1}^2 R_{w_2} I_{w_2} R_3 I_3 \\ &\quad + R_{w_1} I_{w_1} R_{w_2}^2 R_3 I_3 + R_{w_1} I_{w_1} I_{w_2}^2 R_3 I_3 + R_{w_1} I_{w_1} R_{w_2} I_{w_2} R_3^2 + R_{w_1} I_{w_1} R_{w_2} I_{w_2} I_3^2\} \quad \dots\dots\dots(2.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } X_{w_1}(n) &= R_{w_1} + iI_{w_1} \\ X_{w_2}(n) &= R_{w_2} + iI_{w_2} \end{aligned}$$

上式 (2.24), (2.25) において, それぞれ第 2 項を無視することにより, 次の様に近似式を仮定することができる。

$$|AH_1(n)|^2 \doteq |X_{w_1}(n)|^2 |X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 \quad \dots\dots\dots (2.26)$$

$$|AH_2(n)|^2 \doteq |X_{w_1}(n)|^2 |X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 \quad \dots\dots\dots (2.27)$$

よって, 本研究で問題とする, 2 入力 1 出力系の空力増幅関数 $|\tilde{X}_{u_1}(n)|^2$ および $|\tilde{X}_{w_1}(n)|^2$ は式 (2.19), (2.20), (2.26), (2.27) より, それぞれ次式で与えられる。

$$|\tilde{X}_{u_1}(n)|^2 = \frac{m_{0y}^2 (2\pi n_{0y})^4}{(\rho \bar{U} B l C_F)^2} \cdot \frac{|AH_1(n)|^2}{|X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2} \quad \dots\dots\dots (2.28)$$

$$|\tilde{X}_{w_1}(n)|^2 = \frac{4m_{0y}^2 (2\pi n_{0y})^4}{(\rho \bar{U} B l d C_F / d\alpha)^2} \cdot \frac{|AH_2(n)|^2}{|X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2} \quad \dots\dots\dots (2.29)$$

なお, 2 成分変動風速 $u(t)$, $w(t)$ がそれぞれ鉛直たわみ応答 $y(t)$ に, どの程度寄与しているかは興味ある問題である。鉛直たわみ応答 $y(t)$ のパワースペクトル $S_{yy}(n)$ は, $u(t)$ のパワースペクトル $S_{uu}(n)$, $w(t)$ のパワースペクトル $S_{ww}(n)$, $u(t)$ と $w(t)$ のクロススペクトル $S_{uw}(n)$, $S_{wu}(n)$ によって次式の様に表わせる。

$$\begin{aligned} S_{yy}(n) &= |X_{u_1}(n)|^2 |X_{u_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 S_{uu}(n) + |X_{w_1}(n)|^2 |X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 S_{ww}(n) \\ &\quad + |X_3(n)|^2 \{X_{w_2}(n) X_{u_2}^*(n) X_{u_1}(n) X_{u_1}^*(n) S_{uw}(n) + X_{u_2}(n) X_{w_2}^*(n) X_{u_1}(n) X_{u_1}^*(n) S_{wu}(n)\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.30)$$

ここで, $S_{uw}(n)$, $S_{wu}(n)$ が $S_{uu}(n)$, $S_{ww}(n)$ に比べて十分小さいものと仮定すると, 式 (2.30) は近似的に

$$S_{yy}(n) \doteq |X_{u_1}(n)|^2 |X_{u_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 S_{uu}(n) + |X_{w_1}(n)|^2 |X_{w_2}(n)|^2 |X_3(n)|^2 S_{ww}(n) \quad \dots\dots\dots (2.31)$$

と表わせる。一方, 式 (2.26), (2.27) を代入することにより,

$$S_{yy}(n) \doteq |AH_1(n)|^2 \cdot S_{uu}(n) + |AH_2(n)|^2 S_{ww}(n) \quad \dots\dots\dots (2.32)$$

と表わすことができる。

すなわち, $|AH_1(n)|^2$, $|AH_2(n)|^2$ はそれぞれ近似的に $S_{uu}(n)$, $S_{ww}(n)$ を $S_{yy}(n)$ に変換する Admittance であり, 従って, $u(t)$ および $w(t)$ が $y(t)$ におよぼす寄与の度合を示すものと考えられる。

3. ガスト応答問題の検討

ガスト応答を時間領域で解析する上で, 空力伝達関数あるいは空力増幅関数を正確に把握する事が重要である点については, 第 2 章において述べたが, ここで構造断面模型を対象としたガスト不規則振動実験に対する応答解析 (時間領域における解析) を行なう場合必要となる空力伝達関数について, A.G. Davenport の研究, 薄翼を対象とした空力弾性学分野における Wagner 問題および Küssner 問題と比較検討を行なう。

3. 1 W.R. Sears の研究⁷⁾

W.R. Sears は Kármán の薄翼に作用する非定常空気力理論を応用して, 一樣流に正弦波的な鉛直乱れが含まれている場合に薄翼に作用する乱れに起因する非定常空気力を次式の様に誘導している。

$$L_u = \pi \rho C U v_0 e^{i\omega t} \phi(k) \quad \dots\dots\dots (3. 1)$$

ただし ρ ; 空気密度, C ; 弦長, U ; 平均風速, ω ; 円振動数, $k = \omega C / 2U$ (換算振動数)

$\phi(k)$; Sears 関数

ここで, Sears 関数 $\phi(k)$ は次式で与えられる。

$$\phi(k) = \frac{J_0(k)K_1(ik) + iJ_1(k)K_0(ik)}{K_1(ik) + K_0(ik)} \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

ただし, $J_n(k)$, $K_n(k)$; n 次の Bessel 関数および変形 Bessel 関数

3.2 J.H. Horlock の研究⁸⁾

J.H. Horlock は W.R. Sears が薄翼に対して作用する, 鉛直変動風成分による非定常空気を導いたのに対して, 主流方向変動風成分による非定常空気を求め, 次式のように表わした。

$$L_u = \pi \rho C U u_0 \alpha e^{i\omega t} T(k) \quad \dots\dots\dots(3.3)$$

ただし, α ; 迎え角, $T(k)$; Horlock 関数

$$T(k) = X(k) + iY(k) \quad \dots\dots\dots(3.4)$$

$$X(k) = (2-a)J_0(k) - bJ_1(k) \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

$$Y(k) = (a+1)J_1(k) - bJ_0(k) \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

$$a + ib = 1 - C(k) = \frac{K_1(ik)}{K_0(ik) + K_1(ik)} \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

ただし, $C(k)$; Theodorsen 関数

なお, Fig. 1 に Sears 関数, Horlock 関数および Theodorsen 関数を示した。

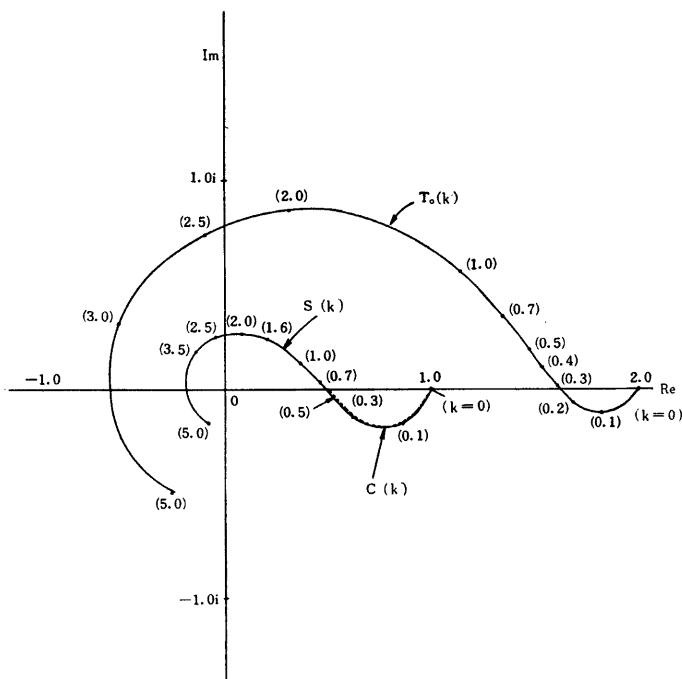


Fig. 1. Vector diagrams of $C(k)$, $S(k)$ and $T(k)$.
 $C(k)$: Theodorsen Function
 $S(k)$: Sears Function
 $T(k)$: Horlock Function

3. 3 A.G. Davenport の研究¹⁾

Sears および Horlock の研究は、入力である変動風が正弦波的なものであるのに比べ、A.G. Davenport は、自然風の乱れが時々に変化する、いわゆるランダム量であるため、この不規則過程に対する統計的な手法を導入して、空力増幅関数を提案した。

$$|X(k)|^2 = \frac{8\pi^2}{\lambda^2 k^2} \left\{ -1 + \frac{\lambda k}{2\pi} + \exp\left(-\frac{\lambda k}{2\pi}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (3. 8)$$

上式中 λ は定数であり、地表面形状特性によって変化するが、A.G. Davenport は、自然風観測より、 $\lambda=7$ として解析を行なっている。一方、自然風の観測データより、 $\lambda=20$ あるいは 30 という大きな値も報告されている点に留意し、また、対象断面を平板状構造断面とし、断面の振動状態を表わす動的補正係数として、Theodorsen 関数 $C(k)$ を用いた場合について、空力増幅関数を Fig. 2 に示す。

なお、 λ については、 $\lambda=7, 30, 50$ について示し、また時間領域でガスト応答を評価する場合、空力伝達関数として必要な Sears 関数より得られる空力増幅関数 $|\phi(k)|^2$ を同時に示した。

これより、Sears 関数より得られる空力増幅関数は、乱れの特性を考慮して提案された、A.G. Davenport の空力増幅関数において、 $\lambda=7$ かつ Theodorsen 関数 $C(k)$ で動的補正を行なったものと、極めて傾向が似ていることがわかる。

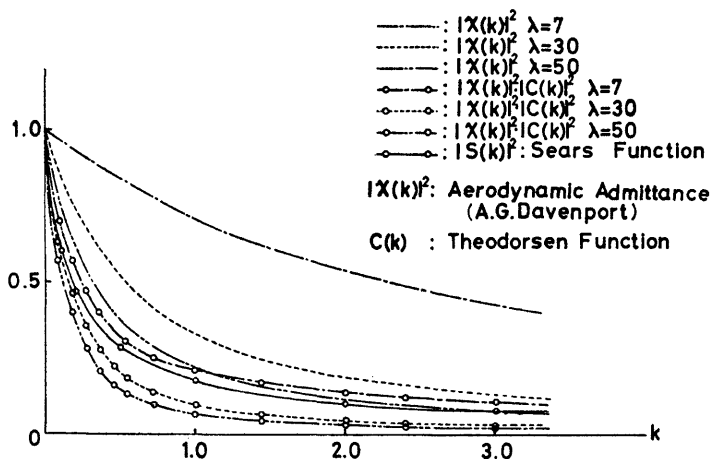


Fig. 2. Aerodynamic admittance.

3. 4 ステップ応答関数

ガスト応答を時間領域で議論する場合、構造断面の変動風からのエネルギー吸収過渡状態を正確に把握する必要がある。このような研究は古くから空力弾性学の分野で薄翼を対象とした Küssner 問題、あるいは Wagner 問題として知られている⁹⁾。しかし、これらの研究の実験的検証は極めて難しいのが現状である。

ここでは、第 5 章で行なうガスト過渡応答解析において必要な空力伝達関数（動的揚力関数）について、ステップ応答（Indicial Response）により、A.G. Davenport の与えた空力増幅関数と比較し、その位置づけを行なう。

まず、薄翼を対象とした正弦波の鉛直変動風速と変動揚力を関係づける空力伝達関数である Sears 関数より求まるステップ応答関数つまり、等価な Indicial Admittance である、Küssner 関数および、主流方

向変動風速と変動揚力を関係づける空力伝達関数である Horlock 関数 $H_0(k)$ より求まる等価な Indicial Admittance を Fig. 3 に示す。なお、同時に、Wagner 関数および Horlock 関数より求まるステップ応答関数の $1/2$ 値を示す。これによると、Kussner 関数に比べ、Horlock 関数より求まるステップ応答関数の方が、無次元時間 $\tau=0$ 付近で立ち上がりが早く、従って、エネルギー吸収より定常状態に至る時間が短いことがわかる。

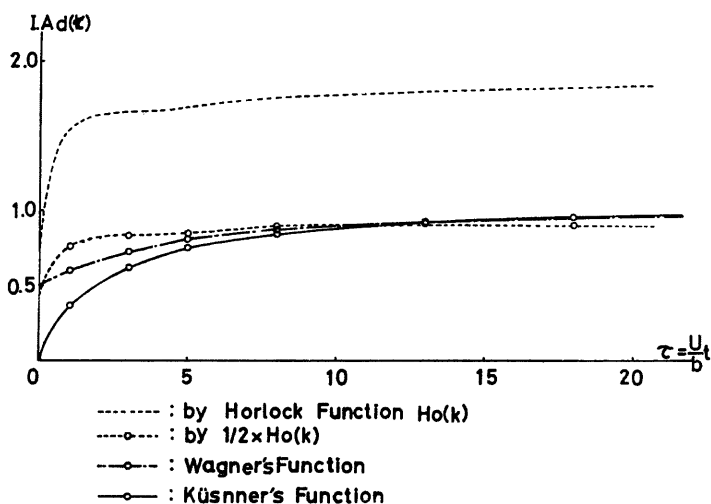


Fig. 3. Indicial admittance.

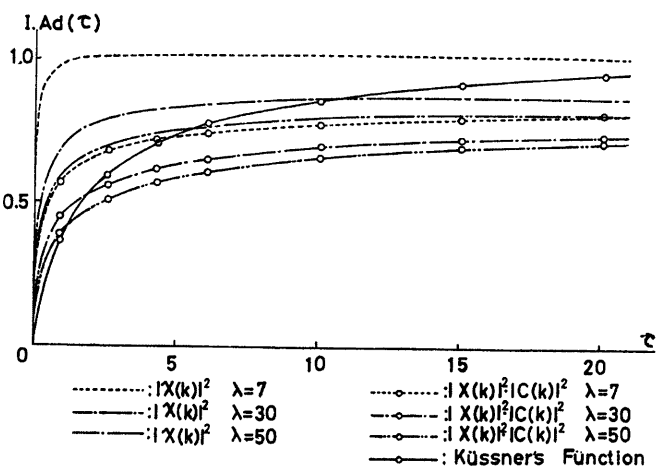


Fig. 4. Indicial admittance.

また, A.G. Davenport の提案した空力増幅関数 ($|x(k)|^2$ あるいは $|C(k)|^2 \cdot |x(k)|^2$) の平方根 ($\sqrt{\quad}$) を取ることによって与えられる空力伝達関数を用いて計算される, 等価な Indicial Admittance ($\lambda = 7, 30, 50$) と Küssner 関数を Fig. 4 に示す。これより, Küssner 関数は, A.G. Davenport の場合に比べ, $\tau=0$ 付近での立ち上り傾向に差がみられる。また, 本来, 構造断面の有する空力特性である Admittance が風の特性格 (λ の変化) によっても変化し, エネルギー吸収過渡状態に相異がみられる。

4. 風洞実験

4.1 実験目的

本実験の目的は次の二点にある。(i) 各構造断面特有の静的・動的空力特性の把握つまり静的・動的空力係数および動的揚力関数を求める。(ii) ガスト過渡応答解析において数値計算値との比較検証のための実験応答値を観測する。

4.2 風洞および模型

(i) 風洞は京都大学工学部土木工学教室に設置されたエッフェル型吸込み式風洞で, 測定断面は, 高さ 1.5 m, 幅 2.5 m であり, 長さ約 8.5 m に渡り測定可能となっている。風速は 0~18 m/sec の範囲で連続的に制御することができる。

(ii) 模型は翼 NACA-0012, 偏平六角 A 断面 (箱桁断面) および偏平六角 B 断面 (箱桁断面) である。各模型断面および支持状態を Fig. 5 に示し, また, それぞれの諸元は Table 1 に示した。なお, 薄翼断面を研究の対象とした理由は (1) 従来より理論的解析が進んでおり, 実験より得られた結果と, 理論的な結果と比較検討ができること (2) 吊橋のトラス補剛断面では, その空力特性を支配するのが床板部分であり, 形状的にも薄平板に近く, またその空力特性も定性的に薄翼断面に似ていること等によるものである。

4.3 実験装置および測定器具

(i) 静的実験……静的空気力の測定において, 揚力, 抗力, およびピッチングモーメントは, 風洞に設置された六分力天秤で測定し, X-Y レコーダによって記録した。

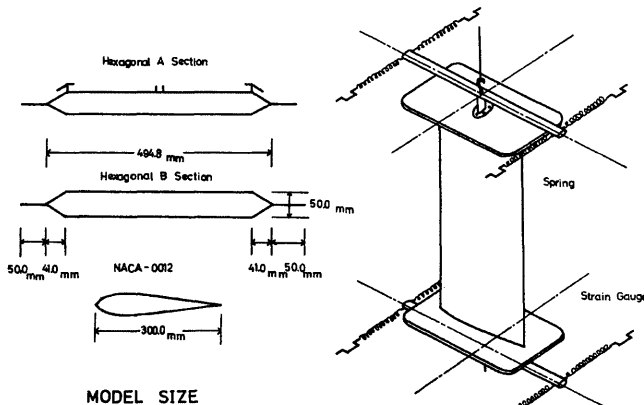


Fig. 5. Support of model.

Table 1 Characteristics of Models

Notation		Dimension	Truss	Hexa. A	Hexa. B	NACA0012
span length	l	m	8.00	0.93	0.93	0.93
mass per unit span length	m	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{m}^{-2}$	41.314	0.6767	0.6524	0.4576
half chord length	b	m	1.71	0.30	0.30	0.15
initial circular frequency	ω_0	sec^{-1}	1.3196	10.300	10.550	10.400
initial damping ratio	ζ_0		0.00955	0.00099	0.00090	0.00070
slope of force coefficient	$\frac{dC_F}{d\alpha}$		1.5915	3.67	4.06	4.20
air density	ρ	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{m}^{-4}$	0.125	0.125	0.125	0.125

(ii) 動の実験……模型支持状態は **Photo. 1** にみられるように、二次元部分模型を鉛直に吊り下げ、模型を8本のコイルスプリングによって、模型支持ターンテーブルに取りつけ、ピアノ線でたわみ1自由度振動系になるように拘束を加える。このとき、迎え角は連続的に変えられる。模型の応答量は、コイルスプリング端のコの字型エレメントに貼り付けられた歪ゲージの抵抗値の変化として電氣的に検出し、動歪計および D.C. Amp. により増幅し、データレコーダーにより磁気テープに記録するとともに、ローパスフィルターを通して後ペン書きレコーダーに記録した。また平均風速はピトー管により、変動風速は、熱線風速計により検出し、データレコーダーおよびペン書きレコーダーに記録した。

(iii) 変動流発生装置

風洞の上流部に6枚の可動薄翼 (NACA-0012) をもつ装置を用いて、風洞内に、周期的および Random な変動流を発生させた。

4. 4 実験結果及びその評価

(i) 静的空気力係数

Fig. 6 に翼断面の揚力係数図を示す。これより、失速角は 15° 付近で見受けられる。

また、偏平六角 A 断面、偏平六角 B 断面の揚力係数図をそれぞれ **Fig. 7**, **Fig. 8** に示す。これより、迎え角 $\alpha=0^\circ$ 付近の揚力係数勾配は、翼断面が一番大きく、その値は 4.8 で、六角 B 断面、六角 A 断面の順にその値が小さくなっている。なお、それぞれの静的空気力係数勾配 ($dC_F/d\alpha$) を求めると以下のようである。

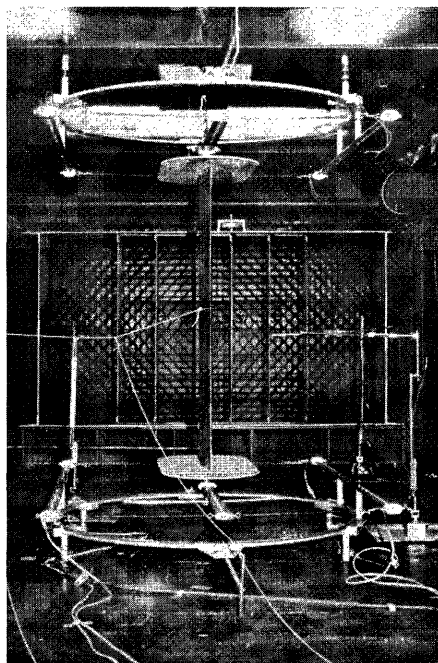


Photo. 1. Generator of fluctuating wind velocity and thin airfoil in wind tunnel.

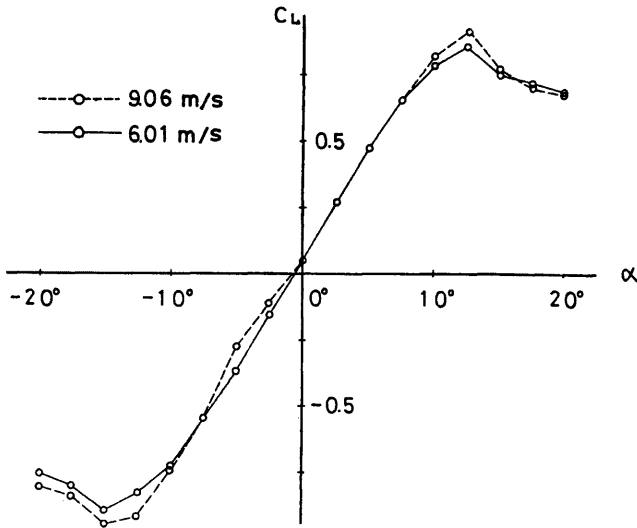


Fig. 6.
Lift force coefficient.
(NACA-0012)

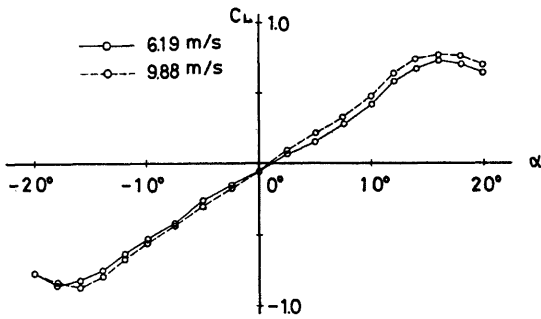


Fig. 7.
Lift force coefficient.
(Hexagonal A Section)

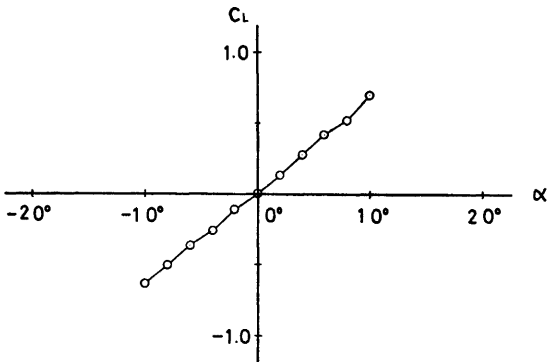


Fig. 8.
Lift force coefficient.
(Hexagonal B Section)

1. 翼 (NACA-0012) $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=0}=4.8$ $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=5}=4.5$ $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=10}=2.5$
2. 偏平六角 A 断面 $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=0}=3.7$
3. 偏平六角 B 断面 $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=0}=4.0$ $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=5}=3.8$

(ii) 動的空気力係数 H_1

従来の研究により、薄翼に対する無次元化された動的空気力係数 H_1^* に対しては、次式のような近似式が提案されている¹⁰⁾¹¹⁾。

$$H_1^*(k) = -\frac{2\pi}{k} F(k) \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

ただし、 $F(k)$; Theodorsen 関数の実部

式 (4.1) を一般的な構造断面に適号するため、準定常理論的な取扱いにより翼に対する理論的な静的空気力係数勾配 $\left(\frac{dC_F}{d\alpha}\right)_{\alpha=0}=2\pi$ をその断面の静的空気力係数で置き換えることにより、次式で近似的に表わせるものと考えられる。

$$H_1^*(k) = -\frac{dC_F/d\alpha}{k} \cdot F(k) \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

実験結果を、迎え角 $\alpha=10^\circ$ の場合の薄翼について、**Fig. 9** に示した。なお、式 (4.2) で表わされる近似曲線と、実験より得られる換算風速 ($V=U/b\omega$) の 2 次関数として近似した曲線を同時に示している。

(iii) 動的揚力関数

実験的に式 (2.29) によって求められた、動的揚力関数の結果 (迎え角 $\alpha=10^\circ$ における薄翼 (NACA-0012)) を **Fig. 10** に示す。また、偏平六角 A 断面 ($\alpha=0^\circ$)、偏平六角 B 断面 ($\alpha=5^\circ$) に対する動的揚

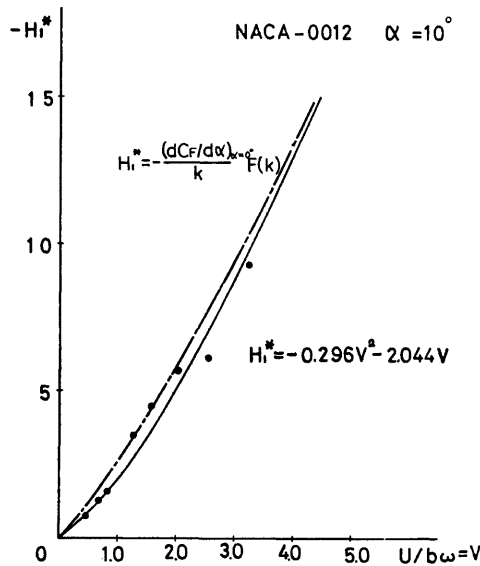


Fig. 9. H_1^* -Reduced velocity.

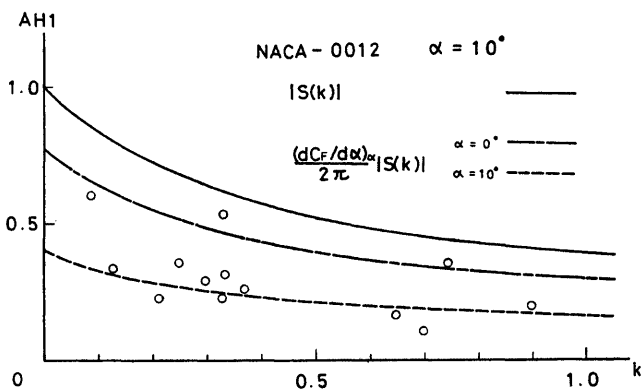


Fig. 10. Dynamic lift function.

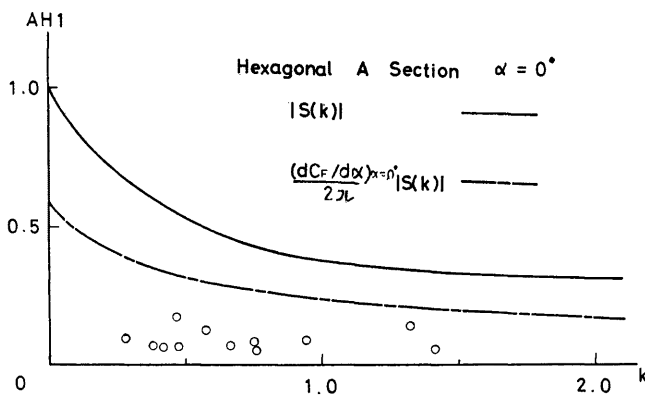


Fig. 11. Dynamic lift function.

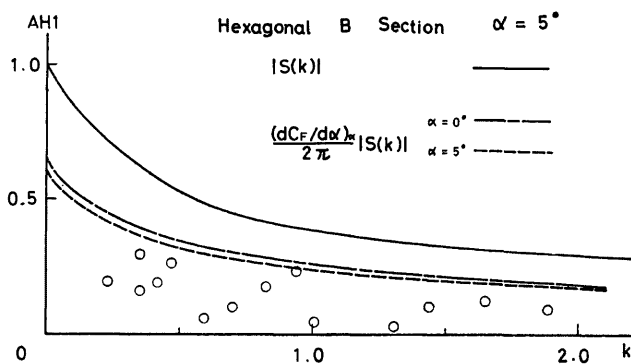


Fig. 12. Dynamic lift function.

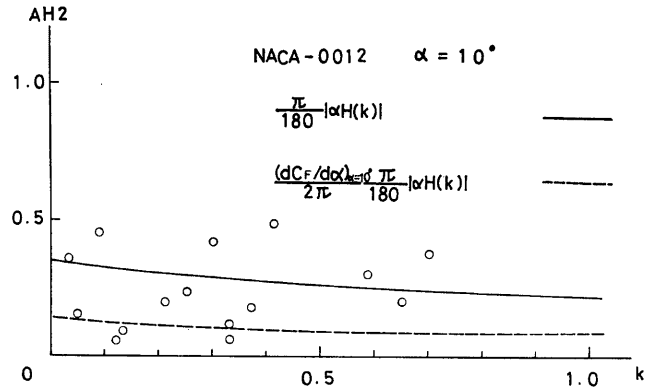


Fig. 13. Dynamic lift function.

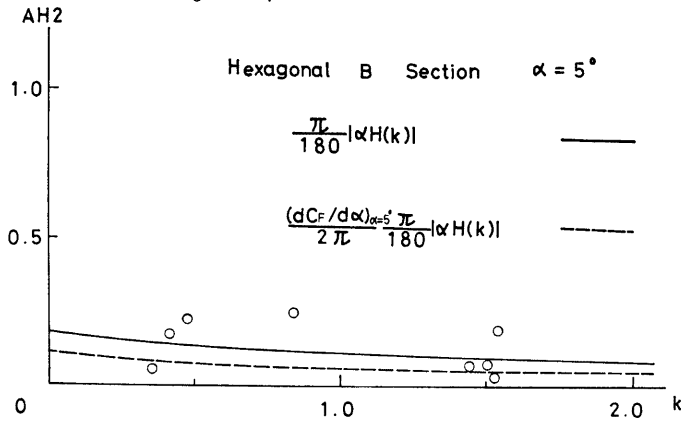


Fig. 14. Dynamic lift function.

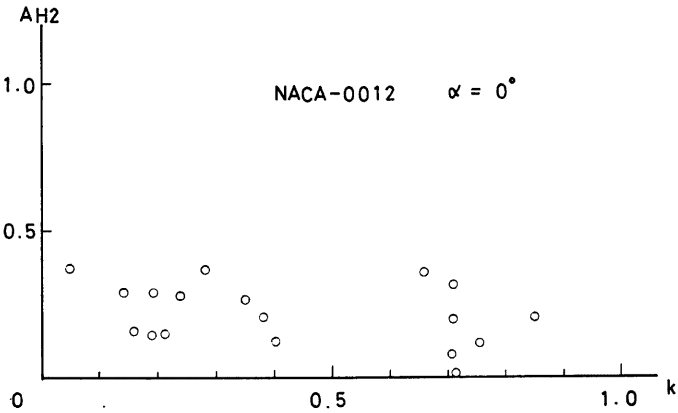


Fig. 15. Dynamic lift function.

力関数実験結果をそれぞれ、Fig. 11, Fig. 12 に示す。これらは、鉛直方向変動風速による動的揚力関数と考えられ、薄翼における Sears 関数に対応づけられるものである。実験結果と同時に、従来の方法（1 入力： $w(t)$ ，1 出力： $y(t)$ ）による動的揚力関数 $|Ad(k)|$ を示すが、その断面形状および迎え角の大きさのいかんを問わず、 $|Ad(k)|$ の方が大きい値を示している。これは従来の方法においては鉛直たわみ応答の原因を全て $|Ad(k)|$ によって鉛直方向変動風速にもたせているためと考えられる。また、迎え角の増加とともに、実験結果における動的揚力関数の値は小さくなる傾向がみられ、鉛直たわみ応答への主流方向変動風速の寄与が大きくなっていることを示している。

また、式 (2.28) によって求められた実験結果を、薄翼 ($\alpha=10^\circ$) については Fig. 13、偏平六角 B 断面については Fig. 14 に示す。これらの値は、主流方向変動風速による動的揚力関数と考えられ、薄翼における Horlock 関数に迎え角 α をかけ合せたものに対応づけられる。実験結果図には、同時に、Horlock 関数の絶対値 $|H(k)|$ に迎え角 α を乗じた関数を示す。また、迎え角 $\alpha=0^\circ$ の場合の薄翼についても、動的揚力関数の実験結果を Fig. 15 に示す。これより迎え角 $\alpha=0^\circ$ においては理論的に主流方向変動風速による動的揚力関数の値は 0 であるが、実験結果はある値を有し、迎え角 $\alpha=0^\circ$ の場合にも、主流方向変動風速による鉛直たわみ応答への寄与がうかがえる。また、迎え角の変化による動的揚力関数の値の変化は、鉛直方向変動風速のそれに比べ、顕著にはみうけられないようである。これらの問題については、今後検討を加える必要があるものと思われる。

一般に、鉛直方向変動風速に対する動的揚力関数の値は、主流方向変動風速に対するその値より大きく、鉛直方向変動風速による鉛直たわみ応答への影響が大であることが知られよう。

5. ガスト過渡応答

本章においては、前章までで述べた、空力増幅関数あるいは動的揚力関数を用いた、時間領域でのガスト応答解析方法を述べるとともに、耐風実験橋および風洞実験による 2, 3 の平板状構造断面を対象とした、数値計算を行ない、実験観測値と比較検討を行なうものである。

5. 1 数値計算

本研究においては、計算時間の短縮化を目標として、動的揚力関数、動的空気力係数および周波数応答関数を周波数の関数として与えることにより、周波数の関数として得られる応答関数を最終的に逆フーリエ変換 (F.F.T. による) することによって、時間の関数として求める。

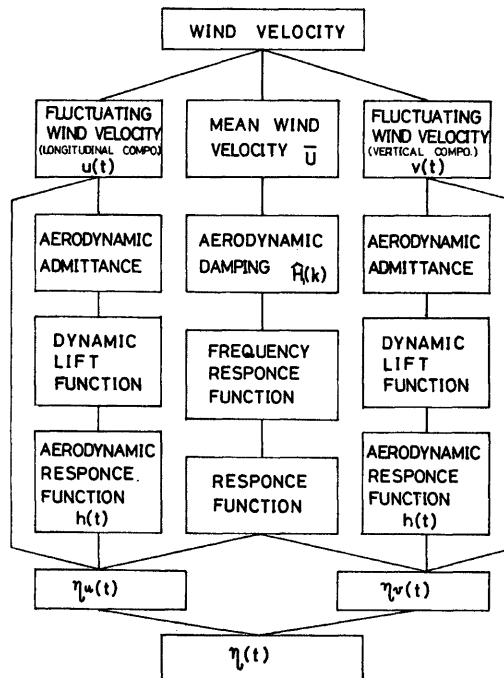


Fig. 16.

なお、動的揚力関数は、実験により対象断面の静的揚力係数を求め、迎え角に対する揚力係数勾配を求め、これを用いて、Sears 関数および Horlock 関数の絶対値を補正した関数、つまり

$$Ad_w(k) = \frac{dC_F/d\alpha}{2\pi} \cdot |\phi(k)|$$

.....(5. 1)

$$Ad_u(k) = \frac{dC_F/d\alpha}{2\pi} \cdot |H(k)|$$

.....(5. 2)

を用いた。また周波数応答関数を求める場合に必要となる動的空気力係数は、風洞実験の場合には、実験により得られた近似曲線を用い、耐風実験橋の場合は、式(4.2)で与えられる近似式を用いた。計算過程のブロック図を Fig. 16 に示す。

5. 2 実験結果および考察

(1) 耐風実験橋

耐風実験橋は、千葉県館山市郊外の相ノ浜海岸に設置された本州四国連絡橋公団の実験模型であり、断面および支持装置を Fig. 17 に示した。なお、耐風実験橋の諸元は Table 1 に Truss として示されている。

ガスト過渡応答計算結果を Fig. 18 に示す。計算結果は実測値に比べて6~7割程度と小さいが、時間経過に対する応答変化特性についてみると、傾向的にはかなり評価できるものと考えられる。また、自然風である変動風速観測値によれば、鉛直変動風速に比べ主流変動風速の方が大きく、たわみ応答に対する主流方向変動風速の影響は大きいと考えられるが、応答計算結果にその傾向がみられる。また、応答計算値が実測値に比べ小さい値となっている点については、動的空気力係数を乱流中で実測を行っていない点あるいは、本来複素関数である動的揚力関数を絶対値評価(| $\phi(k)$ | および | $H(k)$ |) したため、位相差が考慮されていない点等が問題と考えられる。

また、入力とした変動風速の測定位置は Fig. 17 において W_2 で示されている点であり、風の空間分布特性を考慮せず、二次元乱れとしている面も問題と考えられる。なお、この場合の平均迎え角は約 3.5° であった。

(2) 風洞実験

薄翼断面(NACA-0012)を対象とする計算結果を Fig. 19 に示す。なお、数値計算に用いた変動風は Random Gust であり、迎え角 $\alpha=10^\circ$ 、また平均風速 $\bar{U}=4.0$ m/sec である。

まず、応答変化特性について、実験結果と計算結果を比較すると、傾向的には、よく合っているものと思

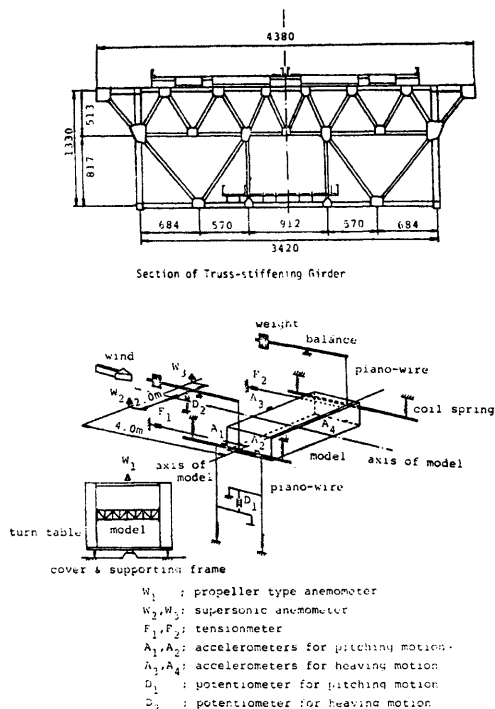


Fig. 17. Section of model and supporting system.

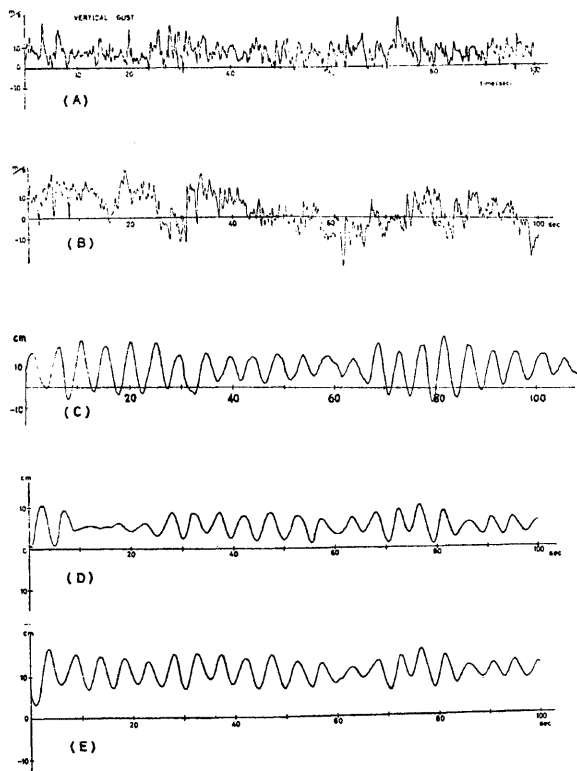


Fig. 18.

- (A) Vertical gust.
- (B) Longitudinal gust.
- (C) Measured response.
- (D) Response due to vertical gust.
- (E) Response due to vertical and longitudinal gust.

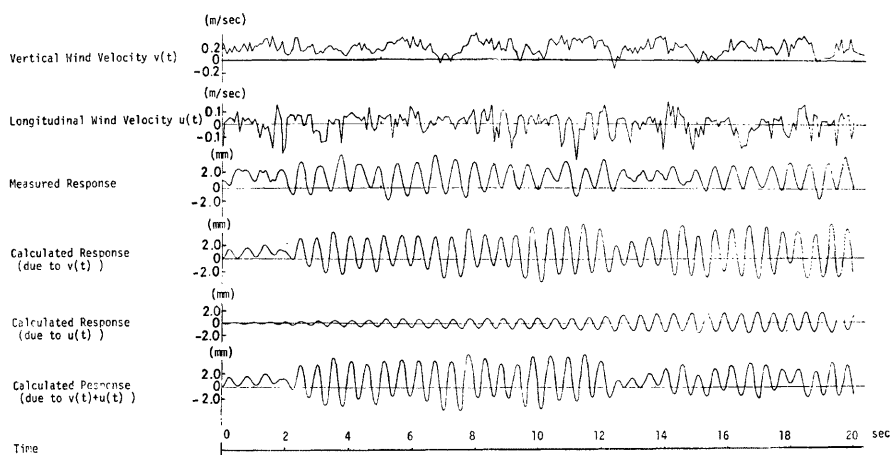


Fig. 19. Calculation of response NACA 0012 ($\alpha=10^\circ$).

われる。また、主流方向変動風による応答計算値は、鉛直方向変動風による応答計算値の約1～2割程度を示し、両者に位相差がみられ、両者の和として得られる最終応答計算値に、プラスの効果の部分とマイナスの効果の部分が現われている。

6. む す び

本研究では、平板状構造断面を有する長大橋梁のガスト不規則振動に関する基礎的研究として、たわみ1自由度振動系における空力増幅関数（あるいは動的揚力関数）について、風洞実験により、Sears 関数あるいは Horlock 関数と比較検討し、また、ガスト応答を時間領域において2、3の構造断面を対象として数値計算を行なった。

以下、本研究で明らかとなった点について列記する。

(1) 構造断面がある迎え角を有した場合、主流方向変動風の鉛直たわみ応答への寄与の割合は迎え角が大きくなる程増し、ガスト応答を研究する上で無視できない問題である。

(2) 主流方向変動風速に対する動的揚力関数は迎え角 $\alpha=0^\circ$ の場合において、理論的には0であるが、実験結果はある値を有し、迎え角が 0° の場合においても主流方向変動風の影響が存在すると考えられる。

(3) 構造断面が迎え角を有した場合、あるいは、主流方向変動風速が鉛直方向変動風速に比べて無視できない程大きい場合、ガスト過渡応答計算を行なう上で、特に主流方向変動風の影響を考慮しなければならない。

なお、今後の課題として

(1) 動的揚力関数を求める場合、あるいは、応答観測値と計算値を位相について評価する場合等において、変動風速測定位置の選択の問題

(2) 風洞における乱流と自然風間の相似則の問題

(3) 風の特性である乱れのスケールと断面特性との相関を考慮した空力増幅関数についての研究

(4) 自然風の時間領域でのシミュレーションの問題

等を挙げることができよう。

最後に本研究を行なうにあたり、終始熱心に御指導いただいた中部工業大学小西一郎教授および、京都大学工学部土木工学教室橋梁研究室の諸氏に深く感謝の意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) Davenport A.G.: A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading of Tall Masts and Suspension Bridges, Ph D. Dissertation, Univ. of Bristol, 1961.
- 2) 小西一郎, 白石成人, 松本 勝: 構造断面の不規則応答に関する一考察, 構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム論文集 1973, pp. 247～254.
- 3) 篠塚正宣: Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes, JASA, 1971.
- 4) 伊藤 学, 宮田利雄ほか: 変動風速による吊橋模型の不規則振動応答, 第28回土木学会年次学術講演会, 1973, pp. 425～426.
- 5) 白石成人, 松本勝ほか: 長大吊橋の不規則な耐風応答特性に関する研究, 京都大学防災研究所年報第17号 B, 1974, pp. 191～208.
- 6) 小西一郎, 白石成人ほか: 長大橋梁の空力増幅関数に関する基礎的考察, 京都大学防災研究所年報第18号 B, 1975, pp. 395～413.
- 7) Sears W.R.: Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, JAS, Vol. 8, No. 3, 1941, pp. 104～108.

- 8) Horlock J.H.,: Fluctuating Lift Forces on Airfoil Moving, Eng'g, Trans. ASME, 1968, pp.494～500.
- 9) Fung Y.C.,: The Theory of Aeroelasticity, J, Wiley, 1955.
- 10) Scanlan R.H., : An Examination of Aerodynamic Response Theories and Model Testing Relative to Suspension Bridges Wind Effects on Buildings and Structures, SAIKON, Co. Ltd., Tokyo, 1971, pp. 941～951.
- 11) Shiraishi N., : An Investigation on Aerodynamic Response of Plate-Like Structures in Fluctuating Gusts, Wind Effects on Buildings and Structures, SAIKON, Co. Ltd., Tokyo, 1971. pp. 1039～1048.