

時空間格子を用いた有限積分法による電磁界解析と その数値分散特性に関する検討

清水 辰吾[†] 美船 健[†] 松尾 哲司[†]

[†] 京都大学大学院工学研究科 〒 615-8503 京都府京都市西京区京都大学桂

あらまし 時空間格子を用いた有限積分法による電磁界計算では、計算格子を柔軟に構成することが可能であり、計算効率の向上が期待できる。本稿ではその計算精度に関して理論的な検討を行うため、3種類の時空間格子を用いて平面波伝搬における数値分散特性について検討を行った。その結果 FDTD 法と同様の分散特性を持つことを示す。

キーワード 有限積分法, 時空間格子, 電波伝搬, 数値分散特性

A Study of Electromagnetic Field Analysis and Its Numerical Dispersion Property Using Finite Integration Method on Space-Time Grid

Shingo SHIMIZU[†], Takeshi MIFUNE[†], and Tetsuji MATSUO[†]

[†] Department of Electrical Engineering, Graduate School of Engineering

Abstract An electromagnetic field computation using finite integration method on space-time grids is expected to realize efficient computation owing to its adaptive construction of grids. This paper examines the numerical dispersion property for plane wave propagation using three types of space-time grids to study the computational accuracy theoretically. The obtained dispersion property is similar to that of FDTD method.

Key words Finite integration method, space-time grid, wave propagation, numerical dispersion property

1. はじめに

電気・電子機器を設計する際、電磁環境性を考慮するために電磁界シミュレーションを行うが、近年では機器の精密化が進んでおり、シミュレーションの高効率化が要求されている。そのため、これまでに様々な解析の手法が研究・開発されている[1]。例えば、空間的には有限積分法[2]-[6]により計算格子を柔軟に構成をすることが可能である。しかし、通常、電磁界計算では時間と空間は別々に扱われ、時間方向については一般的な時間刻みによる処理が一般的である。一方で、特殊相対論では時空間を統一的に扱うことが自然であり、電磁界計算においても時空間を統一的に扱うことが可能である。時空間で格子を生成すると、部分的に時間の刻み幅を変化させたり、空間格子を時間的に変化させたり、柔軟に格子を構成することが可能となり、計算効率の向上が期待できる。これまで、部分的に時間の刻み幅を半分にする時空間格子などを用いた電磁界計算により、計算時間を大幅に短縮できることが示されている[7][8]。しかし、計算精度に関する理論的な検討は不十分である。そこで本稿では、時空間格子を用いた電磁界計算における精度について、数値分散特性をみることで検討を行う。

2. 時空間格子有限積分法

以下、特に断らない限り、ユークリッド計量を用いるものとする。光速 c 、透磁率 μ 、誘電率 ε は一定であるとし、

$$w = ct, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (1)$$

とおく。簡単のためソース項はないとし、電界 x - y 方向、磁界 z 方向の電磁波を (x, y, w) 3次元時空間で考える。

$$\mathcal{E}_x = \frac{E_x}{c}, \quad \mathcal{E}_y = \frac{E_y}{c}, \quad \mathcal{H}_z = \frac{H_z}{c} \quad (2)$$

とし、

$$\mathbf{F} = (\mathcal{E}_y, -\mathcal{E}_x, B_z), \quad \mathbf{G} = (-D_y, D_x, \mathcal{H}_z) \quad (3)$$

と形式的におくと、マクスウェル方程式

$$\frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial w} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial D_x}{\partial w} = -\frac{\partial D_y}{\partial w} - \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial x} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

より、

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{G} = 0 \quad (6)$$

が得られる。ただし、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial w)$ である。式(6)より (x, y, w) 時空間の閉曲面 S と閉曲線 C に対して、

$$\oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (7)$$

$$\oint_C \mathbf{G} \cdot \mathbf{t} ds = 0 \quad (8)$$

が得られる。ただし、 $\mathbf{n}$ は単位法線ベクトル、 $\mathbf{t}$ は単位接線ベクトルとする。式(7)、(8)を用いて有限積分法を適用することができる。すなわち、主格子とその双対格子を用い、変数は主格子の各面に対する積分値と、双対格子の各辺に対する積分値として、

$$f = \int_{S_p} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS, \quad g = \int_{l_d} \mathbf{G} \cdot \mathbf{t} ds \quad (9)$$

で与えられる。ただし、 S_p は主格子の面、 l_d は双対格子の辺である。ここで、

$$\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_w), \quad \mathbf{t} = (-n_x, -n_y, n_w) \quad (10)$$

とおけば、

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} = \mathcal{E}_y n_x - \mathcal{E}_x n_y + B_z n_w = Z(\mathbf{G} \cdot \mathbf{t}) \quad (11)$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (12)$$

が成立する。よって主格子の面と双対格子の辺が図1のように交わっていれば、

$$f = Z \frac{\Delta S}{\Delta s} g \quad (13)$$

と変換を行うことができ、構成方程式を簡潔に表現することができる。ただし、 ΔS は S_p の面積、 Δs は l_d の長さである。このとき、 S_p と l_d はローレンツ計量において直交している [7] [8]。

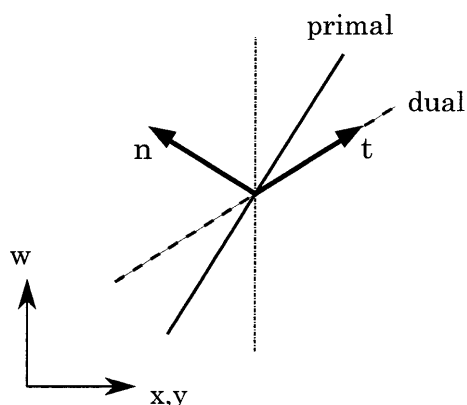


図1 主格子の面と双対格子の辺の関係

Fig. 1 Relation between face of primal grid and edge of dual grid.

3. 分散方程式の導出

以下、簡単のため規格化により誘電率と透磁率を1とする。したがって c も1となり、 $w = t$ 、 $Z = 1$ が成立する(無次元化しているとする)。電磁界諸量を表すベクトルを $\mathbf{f}$ とし、その

成分を

$$f_i = f_a \exp(j\omega t - jkx) \quad (14)$$

として平面波を表現する。ただし、 f_a は平面波の振幅、 j は虚数単位を表す。時空間格子を用いた有限積分法の計算スキームは、式(7)、(8)、(9)、(13)によって表現され、これらの処理を繰り返す事で計算を行う。ゆえにソース項が無い場合では、繰り返しの1回の計算ステップの処理を、

$$\mathbf{A}\mathbf{f} = 0 \quad (15)$$

として、行列 $\mathbf{A}$ を用いてまとめて表現することができる。 $\mathbf{f}$ が自明ではない解を持つ条件

$$\det \mathbf{A} = 0 \quad (16)$$

から分散方程式を導き、数値分散特性や格子の最適な形状について検討を行う。本稿では、3種類の時空間格子を用いた有限積分法における、平面波の伝搬に関する分散方程式を導出する。

3.1 格子 1

まず、電界成分を y 方向に限定し、 x 方向に伝搬する空間1次元の2次元時空間格子を用いた有限積分法において、平面波の伝搬について検討を行う。この場合、上記で説明した3次元時空間格子において x 方向の電界成分を0とし、 y 方向の幅を1に固定して考えればよい。格子1を図2に示す。

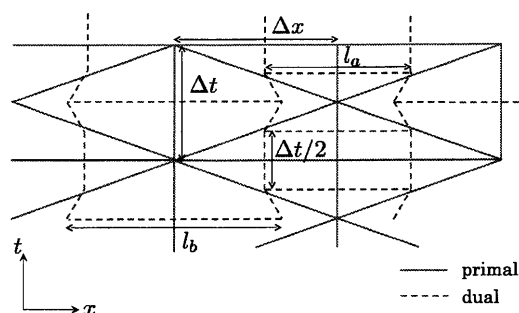


図2 時空間格子 1

Fig. 2 Space-time grid 1.

空間方向の刻み幅を Δx とし、時間方向の刻み幅は Δt と $\Delta t/2$ の部分が混在する。格子の形状を決定するパラメータとして図2に示す l_a 、 l_b を導入する。式(11)を満たすように格子を構成する場合、 l_a と l_b 独立なパラメータではないが、これが妥当かどうかについても検討を行う。主格子の x 方向に平行な辺では、 $\mathbf{F}$ の成分が B_z のみであり、変数 f は磁束を表す。この面に交わる双対格子の辺に対応する変数 g は電界の積分値を表す。また、主格子の t 方向に平行な辺では $\mathbf{F}$ の成分が $\mathcal{E}_y$ のみであり、変数 f は電界の積分値を表す。この面に交わる双対格子の辺に対応する変数 g は電束を表す。その他の辺や面における変数は、電界と磁界の成分をともにもつ。

式(15)における行列 $\mathbf{A}$ の導出方法を以下に示す。まず、式(9)を用いて9つの変数を図3のように割り当てる。次に、式(7)、(8)を用いて f 、 g の関係式を導く。平面波が式(14)

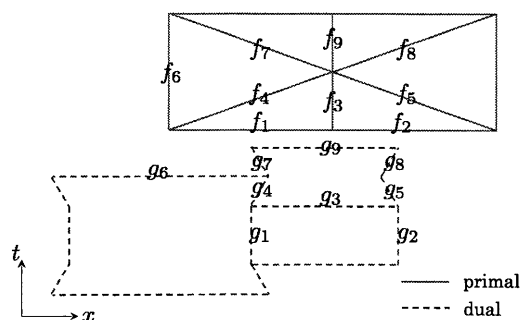


図3 変数の位置と番号づけ 格子1

Fig. 3 Positions and number ordering of variables: grid 1.

によって表現される場合、格子上的ある位置における変数 f_i に対して、 Δt 離れた格子位置に対応する変数は $f_i \exp(j\omega\Delta t)$ で表される。同様に、 $2\Delta x$ 離れた格子位置に対応する変数は $f_i \exp(-2jk\Delta x)$ で表される。主格子では式 (7) より以下の6つの f に関する式が得られる。

$$-f_1 + f_3 + f_4 = 0 \quad (17)$$

$$-f_2 - f_3 + f_5 = 0 \quad (18)$$

$$-f_4 - f_6 + f_7 = 0 \quad (19)$$

$$-f_5 + f_6 \exp(-2jk\Delta x) + f_8 = 0 \quad (20)$$

$$f_1 \exp(j\omega\Delta t) - f_7 + f_9 = 0 \quad (21)$$

$$f_2 \exp(j\omega\Delta t) - f_8 - f_9 = 0 \quad (22)$$

同様に、双対格子では式 (8) から以下の3つの g に関する式が得られる。

$$-g_3 - g_4 + g_5 - g_7 + g_8 + g_9 = 0 \quad (23)$$

$$-g_1 + g_2 + g_3 - g_9 \exp(-j\omega\Delta t) = 0 \quad (24)$$

$$g_1 - g_2 \exp(2jk\Delta x) + g_4 - g_5 \exp(2jk\Delta x) + g_6 [1 - \exp(-j\omega\Delta t)] + g_7 \exp(-j\omega\Delta t) - g_8 \exp(2jk\Delta x - j\omega\Delta t) = 0 \quad (25)$$

ここで、構成方程式 (式 (13)) より

$$f_i = z_i g_i \quad (i = 1, \dots, 9) \quad (26)$$

と表せるので、式 (23)~式 (24) は f に関する式に変換することができる。ただし、 z_i は f_i と g_i を式 (13) により関係付ける係数とする。以上より、式 (17)~式 (25) は 9×9 の行列 A を用いて式 (15) の形で表すことができる。

3.2 格子 2

格子2を図4に示す。格子1と同様に、電界成分を y 方向に限定した空間1次元の2次元時空間格子である。格子の形状を決定するパラメータとして図4に示す l_a , l_b を導入する。格子1同様に l_a と l_b が独立かどうかについても検討を行う。変数についても格子1の場合と同様である。すなわち変数 f は、主格子の x 方向に平行な面では磁束を表し、 t 方向に平行な面では電界の積分値を表す。それぞれに交わる双対格子の辺において、変数 g は磁界の積分値と電束を表す。その他の辺や面にお

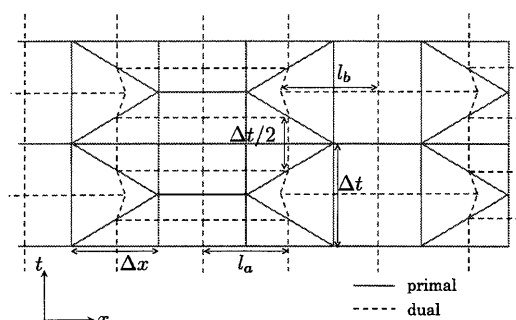


図4 時空間格子2

Fig. 4 Space-time grid 2.

ける変数は、電界と磁界の成分が混在する。

式 (15) における行列 A の導出方法は以下のとおりである。式 (9) を用いて15の変数を図5のように割り当てる。主格子

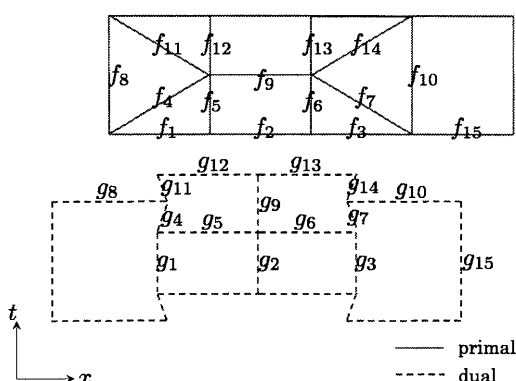


図5 変数の位置と番号づけ 格子2

Fig. 5 Positions and number ordering of variables: grid 2.

では式 (7) より9つの f に関する式が得られ、双対格子では式 (8) より6つの g に関する式が得られる。格子1と同様に構成方程式 (式 (13)) を用いて、 g に関する6つの式を f に関する式に変換すれば、 15×15 の行列 A を用いて式 (15) の形で表すことができる。

3.3 格子 3

次に、2章で説明したように、電界 $x-y$ 方向、磁界 z 方向とし、簡単な形状の3次元時空間格子について検討を行う。格子3を図6に示す。図中上部は y 軸方向から見た格子を表しており、下部は格子の単位セルを表現している。

空間方向の刻み幅は、 x 軸方向を Δx , y 軸方向を Δy とし、時間方向の刻み幅を Δt とする。また、格子の形状を決定するパラメータとして図6に示す l_a を導入する。主格子において $x-z$ 平面に平行な面では F の成分が $\mathcal{E}_x$ のみであり、変数 f は電界の x 成分の積分値を表す。その面に交わる双対格子の辺では G の成分が D_x のみであり、変数 g は x 方向の電束を表す。また、主格子の $y-z$ 平面に平行な面では F の成分が $\mathcal{E}_y$ のみであり、変数 f は電界の y 成分の積分値を表す。その面に交わる双対格子の辺では G の成分が D_y のみなので、変数 g は y 方向の電束を表す。その他の辺や面における変数には電界と磁界の成分が混在する。

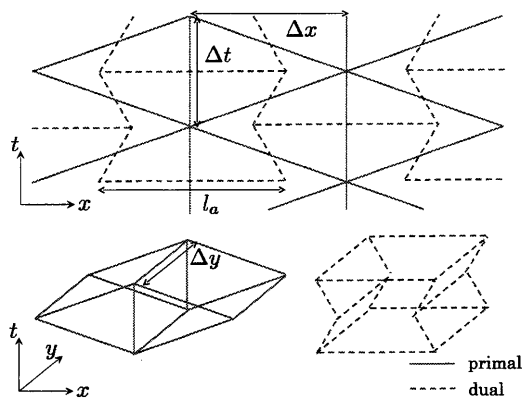


図 6 時空間格子 3
Fig. 6 Space-time grid 3.

式 (15) における行列 $\mathbf{A}$ の導出方法は以下に示す. 式 (9) を用いて 9 つの変数を図 7 のように割り当てる. 主格子では式 (7)

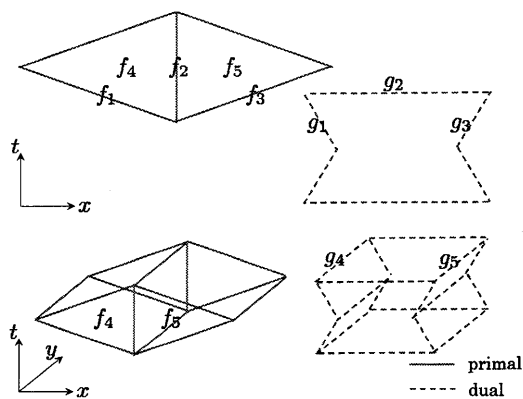


図 7 変数の位置と番号づけ 格子 3
Fig. 7 Positions and number ordering of variables: grid 3.

より 2 つの f に関する式が得られ, 双対格子では式 (8) より 3 つの g に関する式が得られる. 格子 1, 2 と同様に構成方程式 (式 (13)) を用いて, g に関する 3 つの式を f に関する式に変換すれば, 5×5 の行列 $\mathbf{A}$ を用いて式 (15) のように表現できる.

4. 格子の形状に関する検討

導出した分散方程式 (式 (16)) について, 空間の刻み幅および時間の刻み幅に対して ω , k が十分に小さい場合, 光速で伝搬する平面波が表現できる条件を求める. 格子 1 では,

$$l_b = 2\Delta x + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} - l_a \quad (27)$$

という関係式が得られる. 幾何的に得られる関係式と式 (27) は一致する結果となった. また, 格子 2 では,

$$l_b = 2\Delta x + \frac{\Delta t^2}{8\Delta x} - l_a \quad (28)$$

という式が得られる. この結果も l_a と l_b の幾何的な関係式と一致している. また, 格子 3 では 0° , 45° , 90° 方向の伝搬について同様の検討を行った. いずれの場合についても,

$$l_a = \Delta x + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \quad (29)$$

となり, 幾何的に決定される l_a と一致した. 以降は, それぞれの格子において, 式 (27)~式 (29) を満たすものとして検討を行う.

5. 数値分散特性に関する検討

分散方程式から数値分散特性を求める. まず, 格子 1, 2 について検討を行う. 式 (16) を ω について解き, ω/k と k の関係を調べる. 格子の刻み幅は空間方向を $\Delta x = 1$, 時間方向を $\Delta t = 1/2$ として検討を行う. いずれの格子についても l_a は自由に動かせる変数であるが, $\Delta x = 1$ の場合, 格子 1 では $l_a = 1$ 付近で精度良く計算できる事がわかっている [9]. しかし, 厳密な l_a の最適値は明らかになっていない. そこで, 本稿では $l_a = 1$ の場合における分散特性と, 最適な l_a を用いてプロットした分散特性との比較を行う. 最適な l_a としては, $l_a = 1$ 付近において ω/k が最大となる値, すなわち, $\partial(\omega/k)/\partial l_a = 0$ となる値を数値的に求める. また, FDTD 法による分散特性 [10] との比較も同時に行う. 格子 1, 2 の結果をそれぞれ図 8, 9 に示す. $l_a = 1$ の場合を曲線で, 最適な l_a を用いた結果を点でプロットする.

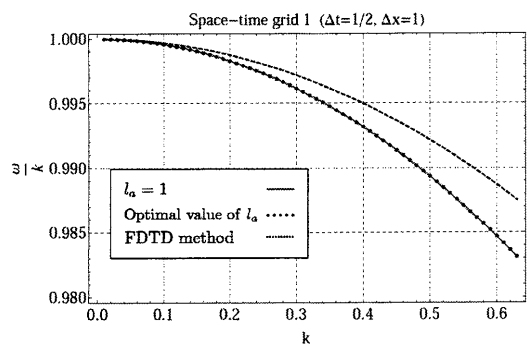


図 8 分散特性 格子 1
Fig. 8 Dispersion property: grid 1.

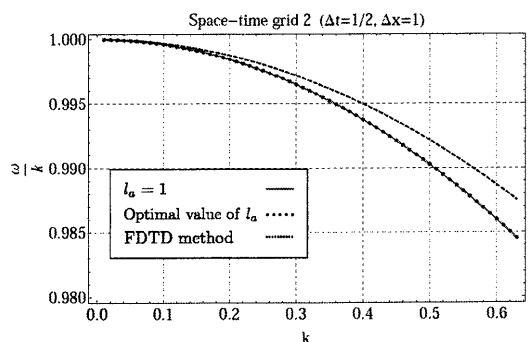


図 9 分散特性 格子 2
Fig. 9 Dispersion property: grid 2.

いずれの格子においても $l_a = 1$ の場合と最適な l_a を用いた場合の結果にほとんど差は見られない. FDTD 法の分散特性と同様に, 平面波の波長が格子の空間的な刻み幅に対して小さい場合, 光速からのずれが大きくなるが, この傾向は格子 2 の場合に比べ, 格子 1 の場合について顕著にみられる. 続いて, k

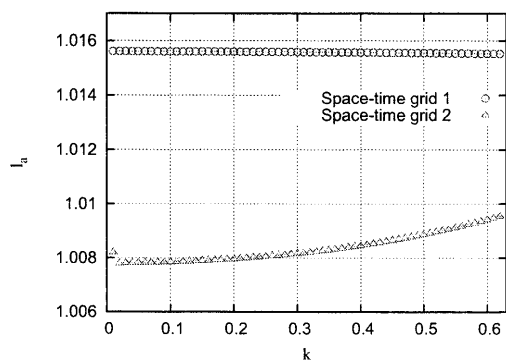


図 10 l_a の最適値

Fig. 10 Optimal value of l_a .

と最適な l_a の値の関係を図 (10) に示す。

格子 1, 2 のいずれにおいても最適な l_a は一定でなく, k に依存することがわかる。また, 最適な l_a の 1 からのずれは, それぞれ式 (27), (28) における右辺第 2 項の $1/4$ に非常に近い。式で表すと格子 1 では,

$$l_a \simeq \Delta x + \frac{\Delta t^2}{16\Delta x}, \quad l_b \simeq \Delta x + \frac{3\Delta t^2}{16\Delta x} \quad (30)$$

となり, 格子 2 では

$$l_a \simeq \Delta x + \frac{\Delta t^2}{32\Delta x}, \quad l_b \simeq \Delta x + \frac{3\Delta t^2}{32\Delta x} \quad (31)$$

となっており, 最適な l_a は l_b よりやや短いことがわかる。

次に, 格子 3 について平面波の伝搬方向による分散特性の検討を行う。空間方向の刻み幅を $\Delta x = 1$, $\Delta y = 1$, 時間方向の刻み幅を $\Delta t = 1/2$ とする。それぞれの伝搬方向に対し, FDTD 法による分散特性との比較を行う。0°, 90° 方向についての結果を図 11 に, 45° 方向についての結果を図 12 に示す。

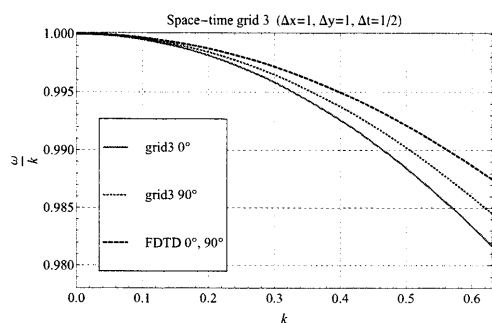


図 11 分散特性 格子 3 (0°, 90° 方向)

Fig. 11 Dispersion property: grid 3 (0°, 90°).

結果より, 90° 方向の分散特性は FDTD 法のそれと比べて比較的近いといえる。

6. 変数間の関係

電磁界諸量を表す変数間の関係を, 格子 1, 2 の場合について検討する。空間の刻み幅は, 平面波の 1 波長を 20 分割するものとし, $\Delta x = 1$, $k = 2\pi/20$ とする。 l_a は 5 章で求めた最適な値を用いる。

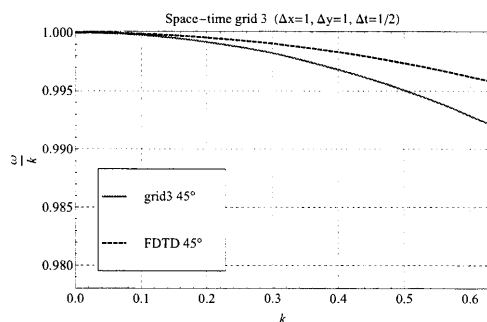


図 12 分散特性 格子 3 (45° 方向)

Fig. 12 Dispersion property: grid 3 (45°).

式 (16) が成り立つ場合, $\mathbf{A}$ には固有値 0 が存在する。式 (15) より, それに対応する固有ベクトルが $\mathbf{f}$ を与えることがわかる。上記の条件で, 時間の刻み幅が $\Delta t = 1$, $\Delta t = 1/2$ の場合について $\mathbf{f}$ を数値的に求めた。これにより $\mathbf{f}$ の成分の間に成立する関係を調べることができる。

3 章と同様に, 格子 3 上のある位置における変数 f_i に対して, 例えば, Δt 離れた格子位置に対応する変数は $f_i \exp(j\omega\Delta t)$ のように表現できるとすると, 格子 1 では $\mathbf{f}$ の成分の間には以下の関係式が成立すると考えられる。

$$f_2 = f_1 \exp(-jk\Delta x) \quad (32)$$

$$f_6 = (f_3 + f_9) \exp(jk\Delta x) \quad (33)$$

$$f_7 = f_5 \exp(jk\Delta x + j\omega\Delta t/2) \quad (34)$$

$$f_8 = f_4 \exp(-jk\Delta x + j\omega\Delta t/2) \quad (35)$$

$$f_9 = f_3 \exp(j\omega\Delta t/2) \quad (36)$$

また, 格子 2 では以下の関係式が成立すると考えられる。

$$f_2 = f_1 \exp(-jk\Delta x) \quad (37)$$

$$f_3 = f_1 \exp(-2jk\Delta x) \quad (38)$$

$$f_8 = (f_5 + f_{12}) \exp(jk\Delta x) \quad (39)$$

$$f_8 = (f_6 + f_{13}) \exp(2jk\Delta x) \quad (40)$$

$$f_9 = f_2 \exp(j\omega\Delta t/2) \quad (41)$$

$$f_{10} = f_8 \exp(-3jk\Delta x) \quad (42)$$

$$f_{11} = f_7 \exp(2jk\Delta x + j\omega\Delta t/2) \quad (43)$$

$$f_{12} = f_5 \exp(j\omega\Delta t/2) \quad (44)$$

$$f_{13} = f_6 \exp(j\omega\Delta t/2) \quad (45)$$

$$f_{14} = f_4 \exp(-2jk\Delta x + j\omega\Delta t/2) \quad (46)$$

$$f_{15} = f_1 \exp(-3jk\Delta x) \quad (47)$$

これらの理論式と数値的に得られた $\mathbf{f}$ との比較を行う。まず, 絶対値についての比較の結果を表 1, 2 に示す。

結果より, 絶対値は格子 1, 2 のいずれについても式 (32)～式 (47) がほぼ成立していることがわかる。また, $\Delta t = 1$ と比べて $\Delta t = 1/2$ の場合の方がより理論式に近い結果となった。次に, 変数の位置についての検討を行う。各理論式の位相差と, 数値的に得られた $\mathbf{f}$ の位相差を比較した結果を表 3, 4 に示す。

表 1 絶対値の比較 格子 1

Table 1 Comparison of absolute value for grid 1.

比較式	$\Delta t = 1$	$\Delta t = 1/2$
$ f_1/f_2 $	1.000	1.000
$ (f_3 + f_9)/f_6 $	0.996	0.999
$ f_5/f_7 $	1.000	1.000
$ f_4/f_8 $	1.000	1.000
$ f_3/f_9 $	1.000	1.000

表 2 絶対値の比較 格子 2

Table 2 Comparison of absolute value for grid 2.

比較式	$\Delta t = 1$	$\Delta t = 1/2$
$ f_1/f_2 $	1.006	1.001
$ f_1/f_3 $	1.000	1.000
$ (f_5 + f_{12})/f_8 $	0.997	0.999
$ (f_6 + f_{13})/f_8 $	0.997	0.999
$ f_1/f_9 $	1.004	1.001
$ f_8/f_{10} $	1.000	1.000
$ f_1/f_{15} $	1.008	1.002

各変数が、それぞれ辺や面の中心に位置するという仮定が正しければ比較式の値は 1 となる。

表 3 位相差の比較 格子 1

Table 3 Comparison of phase difference for grid 1.

比較式	$\Delta t = 1$	$\Delta t = 1/2$
$(\angle f_2 - \angle f_1)/(-k\Delta x)$	0.922	0.984
$[\angle f_6 - \angle(f_3 + f_9)]/k\Delta x$	1.000	1.000
$(\angle f_7 - \angle f_5)/(k\Delta x + \omega\Delta t/2)$	0.979	0.991
$(\angle f_8 - \angle f_4)/(-k\Delta x + \omega\Delta t/2)$	0.813	0.974
$(\angle f_9 - \angle f_3)/(\omega\Delta t/2)$	1.128	1.030

表 4 位相差の比較 格子 2

Table 4 Comparison of phase difference for grid 2.

比較式	$\Delta t = 1$	$\Delta t = 1/2$
$(\angle f_2 - \angle f_1)/(-k\Delta x)$	0.967	0.992
$(\angle f_3 - \angle f_1)/(-2k\Delta x)$	0.967	0.992
$[\angle f_8 - \angle(f_5 + f_{12})]/(k\Delta x)$	1.004	1.001
$[\angle f_8 - \angle(f_6 + f_{13})]/(2k\Delta x)$	1.001	1.000
$(\angle f_9 - \angle f_2)/(\omega\Delta t/2)$	1.000	1.000
$(\angle f_{10} - \angle f_8)/(-3k\Delta x)$	1.002	1.001
$(\angle f_{11} - \angle f_7)/(2k\Delta x + \omega\Delta t/2)$	0.987	0.995
$(\angle f_{12} - \angle f_5)/(\omega\Delta t/2)$	1.062	1.015
$(\angle f_{13} - \angle f_6)/(\omega\Delta t/2)$	1.062	1.015
$(\angle f_{14} - \angle f_4)/(-2k\Delta x + \omega\Delta t/2)$	0.930	0.989
$(\angle f_{15} - \angle f_1)/(-3k\Delta x)$	0.989	0.997

いずれの格子でも、斜め方向の辺に対する表現のずれが大きいがわかる。これは、例えば格子 1 の f_4 , f_5 注目すると、それぞれに交わる双対格子の変数 g_4 , g_5 の位置が、 f_4 , f_5 に対してやや上にずれている (図 2) ことが原因と考えられる。こ

れらのずれが、 $\Delta t = 1$ と比べて $\Delta t = 1/2$ の場合に小さくなっているのは、 Δt が大きいほど、時間方向のずれが大きくなるためと考えられる。一方で、式 (33), (39), (40) の、2 つの面を足し合わせた表現の精度は高いことがわかった。すなわち、平均的には精度よく電磁波の伝搬を表現していると考えられる。

7. む す び

本稿では、時空間格子を用いた有限積分法による電磁界計算の精度について、平面波伝搬における数値分散特性について検討をした。その結果、FDTD 法の分散特性と同様の傾向を確認することができた。また、電磁波の伝搬を精度よく表現できていることが明らかになり、計算に最適な格子形状に関するデータが得られた。今後の課題として、複雑な空間 2, 3 次元の時空間格子を用いた場合における検討などが挙げられる。

文 献

- [1] 本間利久・五十嵐一・川口秀樹, 数値電磁気学, 森北出版, 2002.
- [2] T. Weiland, "Time domain electromagnetic field computation with finite difference methods," Int. J. Numer. Model., vol. 9, pp. 295-319, 1996.
- [3] A. Bossavit and L. Kettunen, "Yee-like schemes on a tetrahedral mesh, with diagonal lumping," Int. J. Numer. Model. 12, pp. 129-142, 1999.
- [4] I. E. Lager, E. Tonti, A.T. de Hoop, G. Mur, and M. Marone, "Finite formulation and domain-integrated field relations in electromagnetics - a synthesis," IEEE Trans. Magn., vol. 39, pp. 1199-1202, May 2003.
- [5] P. Alotto, A. De Cian, and G. Molinari, "A time-domain 3-D fullmaxwell solver based on the cell method," IEEE Trans. Magn., vol. 44, pp. 799-802, Apr. 2006.
- [6] L. Codecasa and M. Politi, "Explicit, consistent, and conditionally stable extension of FD-TD to tetrahedral grids by FIT," IEEE Trans. Magn., vol. 44, pp. 1258-1261, June 2008.
- [7] T. Matsuo, "Electromagnetic Field Computation Using Space-Time Grid and Finite Integration Method," IEEE Trans. Magn., Vol. 46, No. 8, pp. 3241-3244, Aug. 2010.
- [8] T. Matsuo, "Space-Time Finite Integration Method for Electromagnetic Field Computation," 14th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC Chicago), 13P7, 2010.
- [9] S. Shimizu, T. Mifune and T. Matsuo, "Space-Time Grids for Electromagnetic Field Computation Using Finite Integration Method," 2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting, (APSURSI Spokane), IF341.5, pp. 2346-2349, 2011.
- [10] A. Taflov, S.C. Hagness: Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, 2005.