

高濃度流れに関する研究(1)

——粘性係数と沈降速度——

芦田 和男・山野 邦明・神田 昌幸

STUDY ON HYPERCONCENTRATED FLOW (1)

——VISCOSITY AND FALL VELOCITY——

By Kazuo ASHIDA, Kuniaki YAMANO and Masayuki KANDA

Synopsis

The constitutive equation of hyperconcentrated solid-liquid phase flow is proposed and the character of each term in this equation is considered. And relative viscosity of hyper-concentrated flow with fine sand is discussed taking account of electro-chemical force between solid-liquid interface. As a result, the electric double layer plays important role, and this effect on viscosity is discussed as the thickness of the layer of water moving along the particle, and fall velocity is estimated by the same way.

1. 緒 言

従来、土砂礫を高濃度に含む流れとして、土石流、土砂流や泥流が知られており、防災工学、砂防工学上の急を要する問題として数多く研究されてきた。そして、それぞれの流れについて一応の概念を作り上げてきている。また最近、International Symposium on River Sedimentation, が中国において開催され(第1回は1980年、第2回は1983年)、黄河中流域においても土砂を高濃度に含む流れが問題となっていること、そしてその流れが、土石流・土砂流・泥流とはかなり異なった非常に特異な流れであることが報告された¹⁾²⁾。黄河中流域における流れの概要は2.で述べることにするが、これらの事情は、土砂を高濃度に含む流れをいかにして総括的に把握するかといった問題を提起する。そして、その中で各々の現象がどのように説明されるかという問題を解決することを要求する。

このような問題を解決するためには、高濃度とはどのような状態をいうのかを力学的に明らかにする必要があるわけであるが、ここではその問題にはふれず、理想的な高濃度な流れが与えられたとして、その力学的特性について考察してみる。具体的には、高濃度流れを、固・液混相流の一形態として考えるのであるが、巨視的な流れは、固・液両相の運動・相互作用の統計的平均として現われるとして、連続体としての取り扱いが可能であると考ええる。すると問題は、連続体としての構成式がどのように決定されるかという問題となり、この問題を解決することが流れの構造を解明することになる。

本研究では、以上の観点から従来の高濃度固液混相流の流動機構に関する研究を整理し、そのうち考察が不十分なままに置かれている微細砂を高濃度に含む場でのみかけの粘性係数、および沈降速度を電気化学的な力を考慮して説明してゆく。

2. 黄河中流域における高濃度流れ

黄河中流域において観察される高濃度流れは、独特な現象を呈しており、高濃度固・液混相流の流動機構

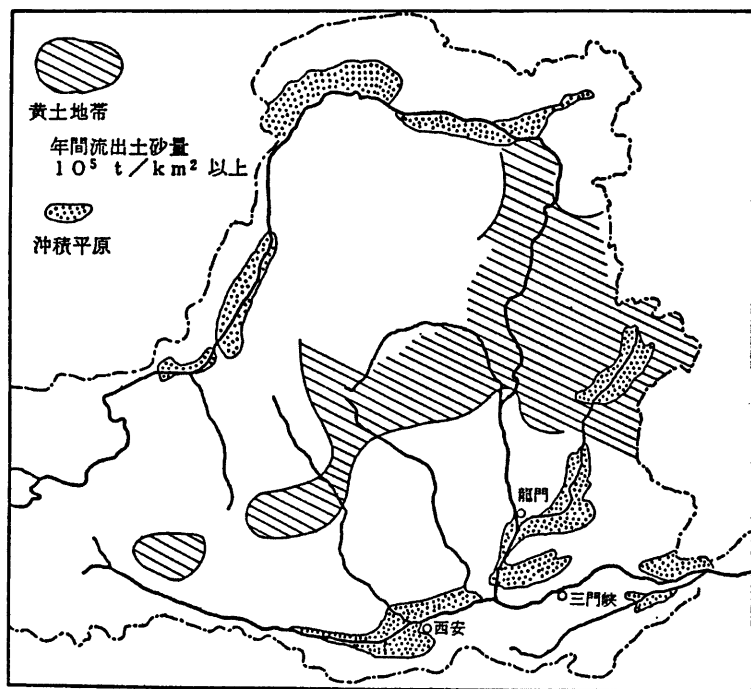


Fig. 1 Middle basin of Yellow River

を統一的に理解するためには、その概要を知っておくことが必要であると思われる。

黄河中流域は、Fig. 1 に示すように広大な黄土レス台地からなり、ここで生産される土砂量は、黄河全体の生産土砂量の90%におよぶ。黄土レスは、平均粒径が約 0.05mm で、0.1mm を超える粒子が 2.0%

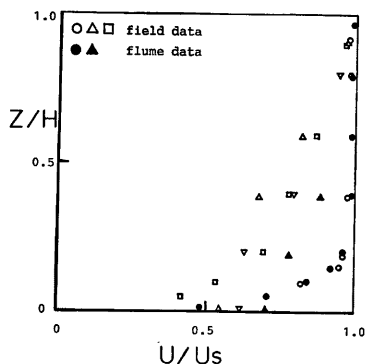


Fig. 2 Velocity distribution of hyper-concentrated flow

以下、1mm を超える粒子はほとんど存在しないような粒度分布を持っている。鉱物相成としては、 SiO_2 として50%以上、主な金属酸化物では、 Al_2O_3 として約10%、 FeO 、 Fe_2O_3 として5%、また、 CaCO_3 が約10%含まれている。そして、この風化の進んだ微細な土砂が洪水時には体積濃度で20~40%もの高きで輸送されている。この高濃度流れについては、現地での広範な観察があり、要約するとほぼ以下のようなことがわかっている。

1) 流速分布は対数則に近い分布形である。河床位に関する不明確さはあるが、濃度に対する Kármán 定数の変化は、濃度の増加に伴ない体積濃度10%までは減少、それ以上は増加の傾向をもつ。Fig. 2 は、実測された流速分布の一例と、黄土レスを用いた開水路実験の結果を表面流速で無次元化したものを示したも

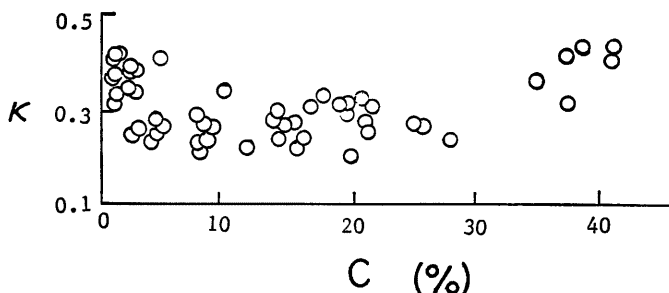


Fig. 3 Relation of Kármán's constant and concentration

のであるが²⁾、後者がほぼ Bingham 流体としての流動を示していると考えられるのに対し、前者はむしろ対数則に従うように見える。一方、実測された流速分布から Kármán 定数を推定し、濃度との関係を見たものが Fig. 3 である²⁾。

2) 水深方向の濃度分布は、ほぼ一様であるが、わずかな濃度勾配を持つ。また、河床近傍では濃度は急激に増加し、河床堆積層（沖積層）の濃度に接続する。

3) 高濃度流が沖積河道を通過するとき、侵食・堆積による数 m 以上におよぶ河床変動を生じ洪水中に河床位のみならず、水位・流路形状も大きく変化する。

4) 洪水末期に流れが間欠的に停止と流動をくりかえす clogging と呼ばれる現象が観察される。Fig. 4 によると⁴⁾、振幅が 0.2～0.5m、周期が 10～100 分程度である。

これらの諸現象に関する理論的説明は、まだ、個々の現象ごとになされている状態であり^{1), 2), 5), 6)}、統一的に取り扱うまでは至っていないようである。

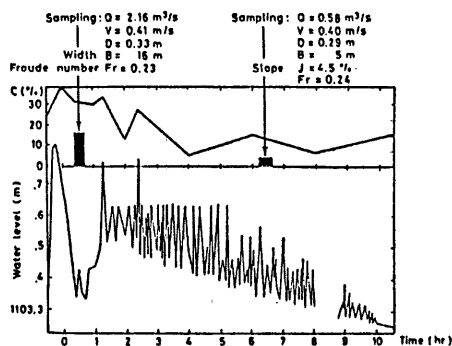


Fig. 4 An example of clogging phenomenon

3. 高濃度流れの流動機構

1. において述べたように、土石流、土砂流、泥流、黄河中流域においてみられる高濃度流れ等を統一的に説明しようとするとき、流れを構成している固・液両相のミクロ的な運動を統計的に平均化して連続体として取り扱うことは有効な手段であると考えられる。

従来の固・液混相流に関する研究を連続体としての構成則という観点から整理すると、構成式は、せん断力について、

$$\tau = \tau_s + (\mu_t + \mu_v) \left(\frac{du}{dz} \right) + \rho l \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \dots\dots\dots (1)$$

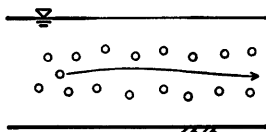
と表わされる。ここで、 τ_s はせん断降伏値、 μ_t は液体相の散逸エネルギーに相当するみかけの粘性係数、

μ_s は粒子の衝突に起因する散逸エネルギーに相当する粘性係数, ρ は平均密度を表わす。また l は混合距離であるが, エネルギー散逸力に関するスケールが粒径オーダーであるため, 最小スケールでも粒子群のオーダーとならなければならない。すなわち, 層流とは, **Fig. 5 (a)** に示すように, 注目している粒子がほぼ同じ層に留まって流下する場合をいい, 乱流とは, **Fig. 5 (b)** に示すようにいくつかの粒子が一同となって混合するような場合をいう。

ところで, 式(1)で流動機構を説明しようとすることは, 右辺の各項とそれらの間の関係をあきらかにしてゆくことと同じである。そこで右辺各項のもつ性質について簡単な考察を加える。

1) セン断降伏値: セン断降伏値は, 歪速度に依存しない応力項で, 粒子の接触時の重力成分による固体摩擦力, 粒子間の結合力などによって支配される。前者は主に非粘着性の粒径の大きな粒状体において, 後者は, 粘着性の土やシルト・砂において支配的な要因である。両者共に, 濃度に依存しており, 濃度が高くなるとセン断降伏値も大きくなる。

laminar flow



turbulent flow

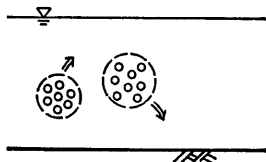


Fig. 5 Concept of laminar and turbulence flow of solid-liquid phase flow

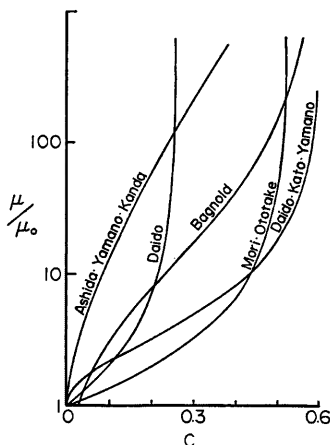


Fig. 6 Relation between relative viscosity and concentration

2) 液体相のみかけの粘性係数 μ_l : 固・液混相流においては, 固体粒子が存在することにより実質セン断空間が減少し, みかけの粘性係数が大きくなる。粒径が小さくなると, 粒子・流体間, 粒子間の電気化学的な力, van der Waals の力などによる液体相の吸着, フロック内の水の閉じ込めなどによって, さらにセン断空間が減少し, さらに粘性係数が大きくなる。**Fig. 6** に従来提案されている高濃度固・液混相流の相対粘度式の比較を示すが, 図から, 粒径が小さくなると, 同一濃度に対してみかけの粘性係数ははるかに大きくなっているのがわかる。

3) 固体相の粘性係数 μ_s : 固体相の粘性係数に関しては, 従来の粒子流に関する研究¹¹⁾から, 粒子間摩擦を μ_s 粒子の反発係数を e として,

$$\mu_s = f(C, e, \mu_s) \sigma D^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \dots \dots \dots (2)$$

と表わされる。ここで, σ は粒子の密度, D は粒径である。

4) レイノルズ応力または混合距離 l : 先にも述べたように乱れが粒子のスケールを基本として考えら

れるため、一般的には水のような連続流体とは異なった構造をもつと考えられ、特に流体と粒子の相互作用が問題となろう。

以上の考察から、粒径は構成式を決定するうえで最も重要な要素であることがわかる。一方、流れが式(1)で与えられたとき、マクロな流れを支配する無次元パラメーターとして、どのような量が考えられるであろうか。式(1)右辺のせん断降伏応力を移項し、流動に関する応力について考えると、粒子相と液体相の散逸エネルギーの大きさの比 η 、

$$\eta = \mu_s / \mu_l \dots\dots\dots (3)$$

とレイノルズ数 R_s 、

$$R_s = \frac{\rho u_m h}{\mu_l + \mu_s} \dots\dots\dots (4)$$

が考えられる。ここで、 u_m は平均流速、 h は流動層厚である。

このことから、マクロな流れに対しては、 μ_l 、 μ_s が重要な要因であることがわかるが、このうち μ_l については粒径が小さいとき、過剰なせん断空間の減少をみかけの濃度を用いて説明している状態である。さらに乱流構造を明らかにしてゆく際に問題となる固・液両相の相互作用の大きさを表わす指標として粒子の沈降特性について考察する必要がある。また、 τ_y の流れにおよぼす影響については考察を加えなかったが、clogging 等の現象は、 τ_y と外力とがほぼ等しい状態で生じると思われ、粒子沈降によるせん断降伏値の変化が重要な役割をはたしていると考えられる。そこで、次に、固液界面での両相の相互作用に着目して、粘性係数 μ_l と沈降速度について考察する。

4. 電気二重層を考慮した相対粘度及び沈降速度

微細土砂が水中に含まれると、微細土砂はその表面に負の電荷を生じ、その回りに Fig. 7 に示すような電気二重層を生じる。Gouy 層内の電位 ψ の分布は、 ζ 電位を ψ_ζ として、

$$\psi = \psi_\zeta e^{-\kappa z} \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。ここで、 κ は Debye-Hückel のパラメーターで

$$\psi_\zeta = \frac{4\pi\sigma_\zeta}{\epsilon} \cdot \frac{1}{\kappa} \dots\dots\dots (6)$$

を満たすようなパラメーターである。ここで、 σ_ζ は Gouy 層に関する有効表面電荷密度、 ϵ は Gouy 層の誘電率である。式(6)が表わす κ の物理的意味は、電荷密度 σ_ζ を持つ平板コンデンサーが誘電率 ϵ の空間に置かれているとき、平板の間隔が $1/\kappa$ となるということであるが、一般には、 $1/\kappa$ をもって Gouy 層の厚さと考えられている。誘電率 ϵ は、粒子回りのイオン雰囲気によって変化し、その結果、Gouy 層での電位の分布が異なってくる。このような場を

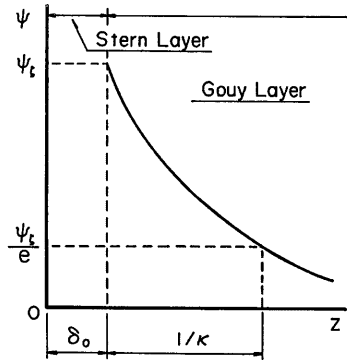


Fig. 7 Electric double layer

水のような双極子が充てんしていると、分子は電位に従って向きを変え、一定の方向へ並ぼうとし、その結果、分子運動が抑制され、水素結合による結合エネルギーが増加する。こうした粒子の近傍では化学的に安定な領域が形成されるが、その程度は、結局、電位の分布で与えられるので、電位 ψ と同じ結合エネルギーの分布 ϕ を考えることができる。すなわち

$$\phi = \phi_\zeta e^{-\kappa z} \dots\dots\dots (7)$$

である。ここで ϕ_ζ は、Stern 層と Gouy 層の境界面での結合エネルギーである。

式(7)は微細砂が水中に含まれるときの粒子・流体間の電気化学的な力をモデル化したものといえるが、このような場のもとのみかけの粘性係数、 μ を求めてみよう。粒子は高濃度に流れの中に含まれているので、粒子間隔は狭く、粘性が卓越していると考えられるので、流れは層流かそれに近いものと思われる。従って、このような場においては流れの各点における散逸エネルギーが等しいとして取り扱っても十分であろう。ところで式(7)で与えられる結合エネルギーで結合している双極子を活性化させるのに必要な単位時間、単位体積当りのエネルギー ϕ_c は

$$\phi_c = \phi_c e^{-\xi} \cdot \xi \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。ただし ξ は単位時間当りに結合を切る回数で、単位長さを l として

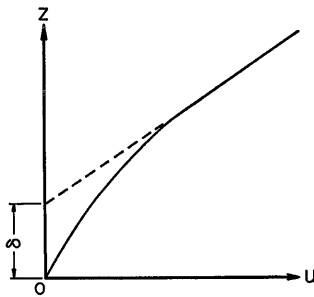


Fig. 8 Velocity distribution near the particle

$$\xi = \frac{\delta u}{l} = \frac{l \left(\frac{du}{dz} \right)}{l} = \frac{du}{dz} \dots\dots\dots (9)$$

と表わされる。一方、粘性により散逸されるエネルギーは ϕ_0 は、

$$\phi_0 = \mu_0 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \dots\dots\dots (10)$$

で表わされる。ただし、 μ_0 は流体の真の粘性係数である。こうして、単位体積当りに散逸されるエネルギー ϕ は式(9)と式(10)で表わされる。結局、

$$\phi = \phi_c e^{-\xi} \left(\frac{du}{dz} \right) + \mu_0 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \dots\dots\dots (11)$$

と求まる。粒子近傍では第一項が卓越し、離れると第2項が卓越するとし、その境界で歪速度が等しいとすると、

Fig. 8 のような流速分布を得る。粒子近傍での流速の減少を粒子と共に運動する吸着水層として評価するため、Fig. 8 の破線のように流速分布をモデル化する。すると、吸着水層の厚さ δ は、

$$\delta = \Psi \cdot \frac{1}{\kappa} \dots\dots\dots (12)$$

$$\Psi = \log \left(\frac{\phi_c}{\phi} \sqrt{\frac{\phi}{\mu_0}} \right) + \frac{\phi}{\phi_c} \sqrt{\frac{\mu_0}{\phi}} - 1$$

と求められる。式(12)の性質としては、 ϕ_c が大きくなると δ は大きくなり、 κ 、 η_0 が大きくなると δ は小さくなる。粒子間隔を bD で表わすと、相対粘度 μ_r は、

$$\mu_0 \frac{\delta u}{bD - D - 2\delta} = \mu_r \frac{\delta u}{bD} \dots\dots\dots (13)$$

より

$$\mu_r = \frac{\mu_r}{\mu_0} = \frac{b}{b - 1 - 2 \frac{\delta}{D}} \dots\dots\dots (14)$$

と表わされる。 b を λ を用いて表わすと、

$$\mu_r = 1 + \lambda \cdot \frac{1 + 2 \frac{\delta}{D}}{1 - 2 \lambda \frac{\delta}{D}} \dots\dots\dots (15)$$

と求まり、濃度のみならず粒子径にも依存し、粒径が小さくなると相対粘度が大きくなるのがわかる。従来電気化学的な力をフロック濃度や吸着水層におきかえて現象を説明してきたことは、式(15)中の δ を一定値に固定したことに相当する。ここでの展開は、電気化学的な力を見積ることにより、 δ を ϕ_c 、 $1/\kappa$ 、 C の関数として表現したことによってより現実的な相対粘度式を得たことになる。Fig. 9(a)~(c) は式(15)の $1/\kappa$ 、 ϕ_c による変化を見るため、 $D=0.020\text{mm}$ として計算したものである。 ϕ_c が大きい程、 $1/\kappa$ が大きい程、相

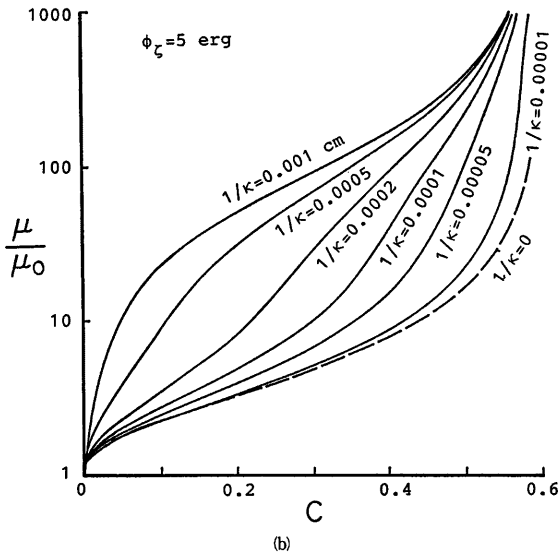
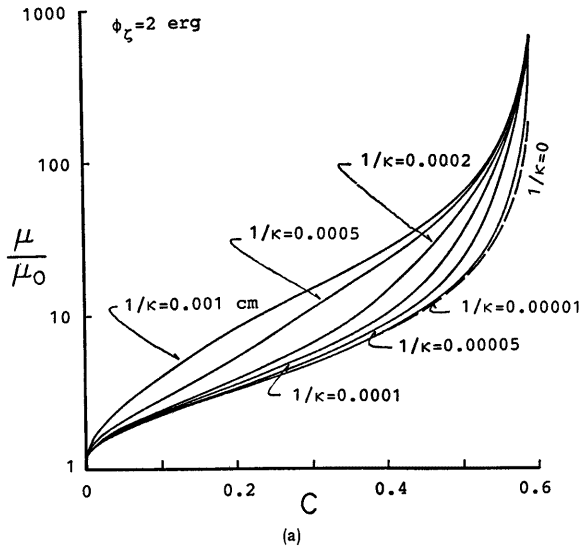


Fig. 9 (a), (b) Variation of relative viscosity by ϕ_ζ and κ

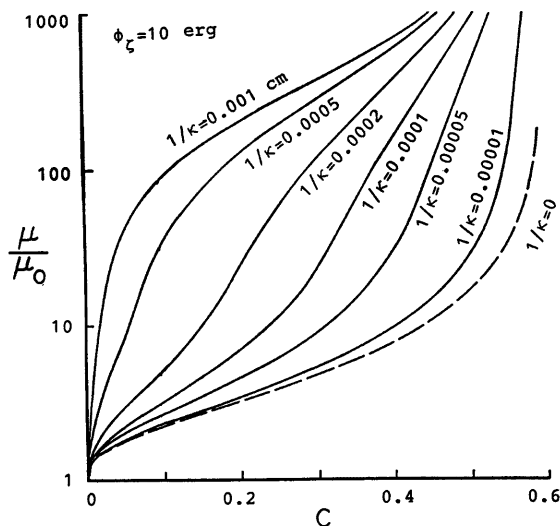
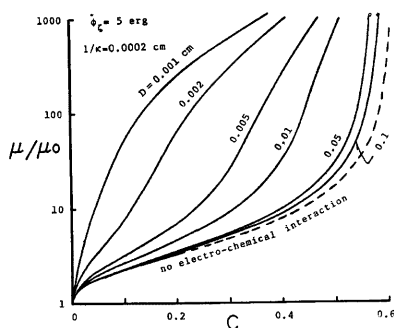
Fig 9 (c) Variation of relative viscosity by ϕ_ζ and κ 

Fig. 10 Variation of relative viscosity by diameter

対粘度が大きくなっているのがわかる。**Fig. 10** は、粒径の効果を見るため ϕ_ζ と $1/\kappa$ を固定して D を変化させて計算した結果であるが、 D が小さくなるにつれて相対粘度が大きくなるのがわかる。**Fig. 9 (a)~(c)**, **Fig. 10** 中の破線は、電気化学的の力がないとした場合の相対粘度で、 $\delta=0$ とおくことによって

$$\mu_r = 1 + \lambda \dots\dots\dots (16)$$

と得られる。これは、**Fig. 6** 中の大同、加藤、山野による相対粘度に一致する。

次に粒子の沈降速度について考察する。沈降速度は、散逸エネルギー ϕ を粒子の沈降によって失なった位置エネルギーに等しいとおき、式(12)で、吸着水層厚を求めそれを加えたみかけの粒径を用いることによ

って求めることができる。近接粒子の影響を大島の方法¹²⁾によって考察することになると、沈降速度 w_0 は、

$$w_0 = \frac{(\sigma - \rho)g}{B} \dots\dots\dots (17)$$

$$B = 3\pi\gamma_0(D + 2\delta) \cdot \frac{6}{\pi D_3} \cdot C \cdot f(s)$$

ただし、

$$f(s) = \frac{4(1 + 2s + 3s^2 + 3s^3 + 3s^4 + 2s^5 + s^6)(1 + s + s^2)}{(4 + 7s + 4s^2)(1 - s)}$$

また、 $s = C^{1/3}$ である。大島の考え方は、任意の一個に着目してその占有体積内はストークス流れ、外側はダルシー流れと考え、ダルシー流れの速度と、ストークス流れの平均流速が等しいとしたものである。

5. 実験・及び理論との比較

4.での考え方の妥当性を検証するために、パールクレイ ($D_m \approx 0.020\text{mm}$) を用いて沈降試験と粘性係数

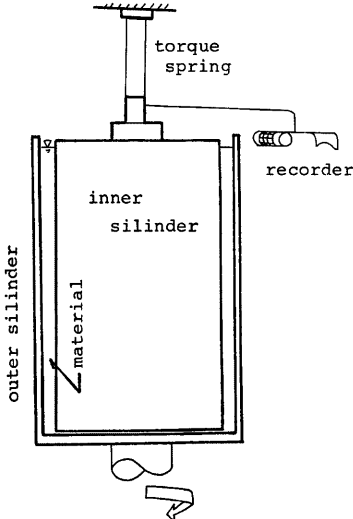


Fig. 11 Viscometer

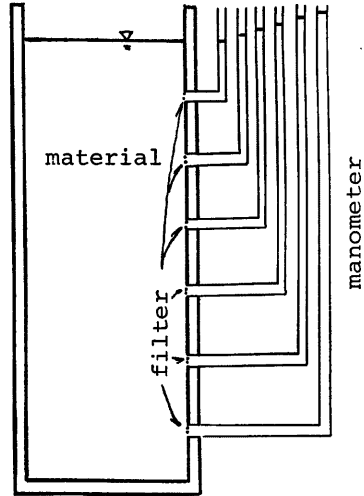


Fig. 12 Apparatus for experiments of settling phenomenon

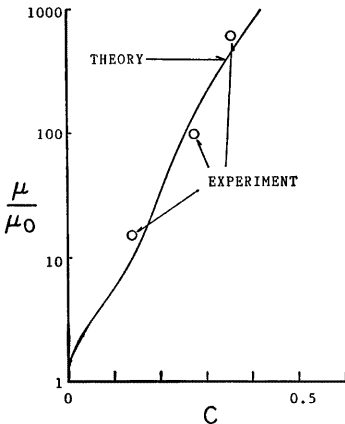


Fig. 13 Comparison between theory and experiments on relative viscosity

の測定を行なった。実験に使用した回転粘度計、沈降試験装置をそれぞれ Fig. 11, Fig. 12 に示す。

Fig. 13 は、実験値と式(4)とを比較したものであるが、 ϕ_c , $1/\kappa$ をそれぞれ $\phi_c = 16\text{erg/cm}^3$, $1/\kappa = 0.000167\text{cm}$ とおくと理論は実験をよく説明する。

一方、沈降試験についてであるが、間隙水圧の測定結果、Fig. 14 から、粒子の水中重量は、間隙水圧によって受け持たれていることがわかる。このことから、得られた沈降速度と式(4)と比較することが可能となるが、粘性係数と同一のパラメーターを用いて求めた理論値と比較すると Fig. 15 に示すように良い一致を示している。このように、理論は、実験値の傾向を良く説明しており、4.での考察が妥当であることを示していると思われる。

6. 結 語

高濃度流れに関する一般的な構成式を示し、それぞれ

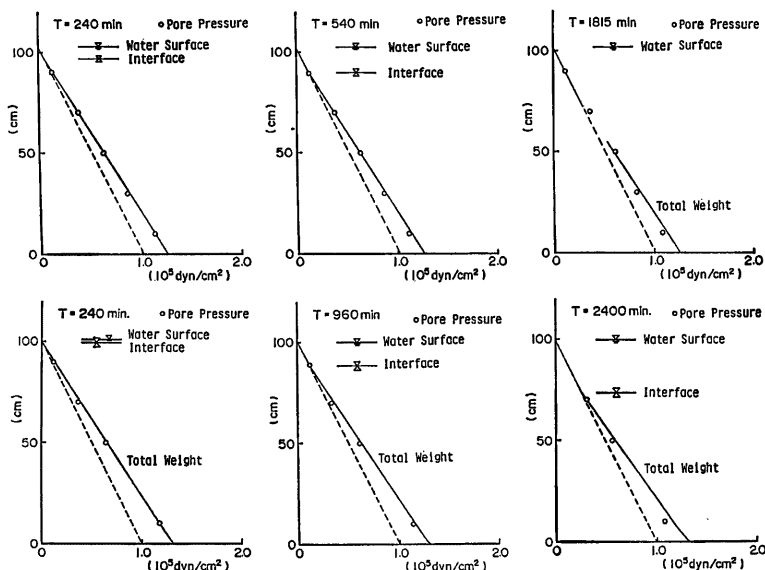


Fig. 14 Comparison between pore pressure and total weight

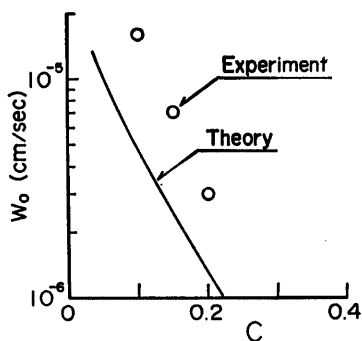


Fig. 15 Comparison between theory and experiments on settling velocity

の項の意味について考察を加え、従来から不明確なままにされていた微細砂を高濃度に含む場での粘性係数、沈降速度について、電気化学的な力を考慮して考察した。その結果を実験と比較すると理論値は実験値の傾向をよく説明することが示されたが、パラメーター ϵ , ϕ_c の決定性についてはまだ不明のままであり、この点をあきらかにする必要がある。また、乱れの構造、 τ の濃度による変化についても研究を行なう予定であり、微細土砂を高濃度に含む開水路流れの特徴、clogging 現象のメカニズム等、明らかにしてゆきたい。最後に、実験、図面作成に多大なる苦勞をお願いした京都大学防災研究所吉田義則技官に心から謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 中国水利学会: Proc. of the International Symposium on River Sedimentation, 1980.
- 2) 中国水利学会: Proc. of the 2nd International Symposium on River Sedimentation, 1983.
- 3) 中国科学出版社: 黄河中遊黄土, 1968.
- 4) Wan, Z.: Some Phenomena Associated with Hyperconcentrated Flow, Euromech. 156, Mechanics of Sediment Transport, Istanbul, 1982, pp. 189—194.

- 5) Wang, S.: The Principle and Application of Sediment Effective Power, Proc. ASCE, Vol. 110, HY2, 1984, pp. 97—107.
- 6) Englund, F. and Z. Wan: Instability of Hyperconcentrated Flow, Proc. ASCE, Vol. 110, HY3, 1984, pp. 219—233.
- 7) 森 芳郎・乙竹 直：懸濁液の粘度について，化学工学20巻，9号，1956.
- 8) Bagnold, R.A.: Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Roy. Soc., A225, 1954, pp. 49~63.
- 9) 大同淳之・加藤一平・山野邦明：流体を含む粒子流の流動機構に関する研究(2)，第34回年講，1979，pp. 139—140.
- 10) 大同淳之：土石流に関する基礎的研究，京大学位論文，1970.
- 11) 山野邦明・大同淳之・三輪浩・西本直史：Newton 流体を含む粒子流の構成方程式のエネルギー的考察，土木学会第39回年講，1984，pp. 367-368.
- 12) 大島信徳：混合流体の力学的諸係数の計算法（第1報，二相流の慣性係数），機械学会論文集（第2部）44巻，384号，1978，pp. 2759-2764.