

河床波上の浮遊砂の運動機構

芦田 和男・藤田 正治・向井 健

MECHANISM OF PARTICLE SUSPENSION OVER A SAND WAVE

By *Kazuo* ASHIDA, *Masaharu* FUJITA and *Ken* MUKAI

SYNOPSIS

The characteristics of flow vary with space over sand waves. It is important to consider this nonuniformity in the modeling of motions of suspended particles, but few methods for calculation of suspended load have been proposed by consideration of this effects. In this paper mean velocity and turbulent strength of flow are discussed experimentally over a two-dimensional sand wave and the motion of suspended particle are formulated using these results and authors' theory on model of particle motion over plane bed. The probability density function of height and step length of suspended particle are calculated, and theoretical results are found to fit experimental results well. Then the distribution of pick-up rate along a sand wave is calculated based on this theory.

1. 緒 言

流水中の浮遊砂量の算定精度は、どのような手法を適用するにしても、その算定モデルが乱れと粒子の浮遊運動との関係を正確に表現しているか否かによって決まる。すなわち、粒子の浮遊機構がどの程度明らかにされ、それがそのモデルにどれくらい反映されているかによって算定精度は左右される。著者らは、この点に鑑み、平坦粗面河床を対象にして粒子の浮遊機構を詳細な実験から検討し、浮遊運動のモデル化を行い、それに基づいて浮遊砂量の算定法を提案した¹⁾²⁾。しかし、実河川の洪水時には河床波が形成されている場合が多く、粒子の浮遊運動は河床波の影響をかなり強く受けることが観測や実験から明らかにされており、河床波上の浮遊砂量の算定のためには、平坦河床上と河床波上における粒子の浮遊機構の相異点を明確にする必要がある。また、河床波の発達過程や形状特性に及ぼす浮遊砂の効果も、抵抗則や浮遊砂量の予測問題と関連して興味ある課題となっている。従来、これらの点が不明確であり、浮遊砂量の算定においても、河床波の影響を有効掃流力の概念などを使って表わしているに過ぎないようである。しかし、たとえば河床粒子の浮上率は有効掃流力よりむしろ鉛直方向の乱れ強度と関係しているので、浮遊砂量の算定において、有効掃流力によって河床波の影響を代表できるかについては疑問な点が残る。したがって、河床波上の流れの構造と粒子の浮遊機構を詳細に調べる必要があり、それに基づいた浮遊砂量の計算法を開発することが肝要である。

従来、河床波上の流れと粒子の浮遊機構との関連性について、砂堆や砂漣を対象として多くの研究が行われている。Jackson³⁾ は、実河川の洪水時の観測で、水面付近で見られるボイルの中にその周囲より多量の浮遊砂が含まれていることを観察し、砂堆背後に生じるコルクによって河床波が巻き上げられることを指摘している。板倉・岸⁴⁾ は、砂堆上の流れの乱れと浮遊砂濃度の同時計測を行って、再付着点付近に生じるバースティングによって河床砂が浮上することを考察している。また、池田⁵⁾ は、砂漣上の粒子の浮上機構を実験で観測し、河床砂の流送過程では、バースティングのような移流現象の効果が重要であることを示唆している。上野ら⁶⁾⁷⁾ は、砂漣上の流れの可視化を行い、河床砂の巻き上げや流送過程において、斜めらせん流

が重要な役割を果たすことを明らかにしている。このように、河床波上の粒子の浮遊機構とボイルやバースティングなどの大規模乱流との関連性については、定性的にかなりわかってきている。河床波上の流れが平坦河床上の場合と大きく異なる点は、乱れ強度分布や平均流速分布が流下方向に非一様であることである。そのために、河床粒子の浮遊運動特性や浮上率は浮上開始点によって異なるものと考えられるが、上述のような乱流構造をモデル化することが難しく、乱れ強度や平均流速の空間的分布を一般的な条件に対して求めることができないために、粒子の浮遊運動のシミュレーションを行って、この点を解明しようとした研究は少ない。

本研究では、固定された人工二次元的河床波を対象にして、流れの特性や河床粒子の浮遊機構について検討するとともに、浮遊粒子の運動のモデル化を行う。実際の河床波の形状は砂堆と言えども三次元的であるが、解析を簡単にするためと三次元的な河床波の場合の問題への基礎的な知見を得るために、二次元的な河床波の場合を考える。

2. 河床波上の流れと粒子の浮遊機構

2.1 河床波上の流れの特性

(1) 実験の概要

河床波上の粒子の浮遊機構の解明や浮遊運動のモデル化のためには、河床波上の流れの特性を明らかにする必要がある。ここでは、二次元的な人工河床波上の流れの河床付近の流況や平均流速および乱れ強度の空間的分布について、染料を用いた可視化観察とトレーサーによる流速計測から検討する。

実験水路は幅 20 cm、長さ 8 m、勾配 1/390 であり、河床には波高 $d=0.6$ cm、波長 $L=13.7$ cm の河床波が全区間にわたって設置されている。河床波の形状は、粒径 0.5 mm の砂を用いて、単位幅流量 $175 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、勾配 1/400 の条件のもとに長さ 20 m、幅 20 cm の循環式水路で十分発達した河床波の平均スケールから決定された。河床波は粒径 $d=0.5$ mm の砂で作製し、表面をセメントで固定した。実験条件は、河床波のスケールを決定するために行った予備実験と同一であり、単位幅流量 $q=175 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、平均水深 $h=5.08$ cm、 h とエネルギー勾配から算出した平均摩擦速度 $u_* = 3.58 \text{ cm/sec}$ である。なお、 $u_* d/\nu = 175$ であることや $L/h = 2.7$ 、 $L/h = 274$ であることから判断すると本実験の河床形態は砂堆である。ここに、 ν : 動粘性係数である。

実験は、トレーサーやプロペラ流速計を用いた流速の測定と染料を用いた河床付近の流れの可視化を行った。トレーサー法では、粒径 0.5 mm、比重 1.04、平均沈降速度 0.56 cm/sec のポリスチレン粒子を用い、水路上方からスリット光線（幅 4 cm × 長さ 5 cm）を照射し、粒子の運動を水路横方向から高速ビデオ撮影（毎秒 200 フレームの撮影可）し、ビデオ解析から流下方向と鉛直方向の瞬間流速の測定を行った。測定精度上、トレーサーの粒径は渦の最小スケールと同程度もしくは小さい必要があるため、これについて確認しておく。Kolmogoroff の局所スケールは $l_0 = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ と表わされる。ここに、 ϵ : エネルギー散逸率である。 $\epsilon \sim u_*^3/h$ で近似すると、本実験では $l_0 = 0.2$ mm となるので、トレーサーの粒径は l_0 より大きい方が、ほぼ最小渦スケールと同程度の値である。つぎに、染料を用いた可視化法では、粗面河床付近の流れの可視化で

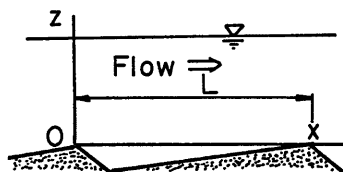


Fig. 1 Coordinate system.

用いた装置¹⁾と同じものを使って、河床波の峰から約 1 cm 上流、谷から約 1 cm 下流およびその中間の位置からローダミン B 溶液を河床付近に注入し、染料で可視化された流れを水路横方向から高速ビデオ撮影した。

なお、以下の議論では、Fig. 1 に示すように、峰と峰を結んだ方向に x 軸、それと直角方向に z 軸をとる。

(2) 平均流速分布および乱れ強度

Fig. 2 は流下方向の平均流速分布 $u_f(x, z)$ の実験値と

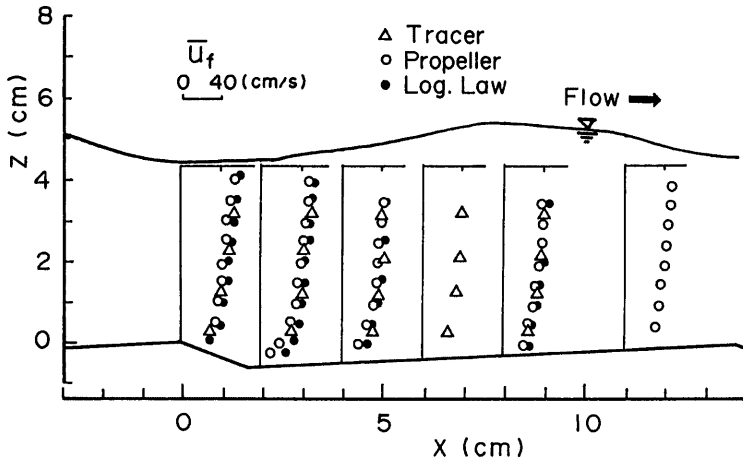


Fig. 2 Profile of mean longitudinal flow velocity.

相当粗度高を $k_s=d$ として対数則より流速分布を計算した結果が描かれている。ただし、各断面の摩擦速度は対数則が実験値とよく適合するように求められた。また、図中の水面形は実測値である。この図より、剝離領域を除いて、流速分布はほぼ対数則に従っていることがわかる。また、剝離領域の長さはこの図から約 4 cm、波高の 6～7 倍であることが推察される。Fig. 3 は、鉛直方向の平均流速分布をトレーサー法によって求めた結果を示したものである。河床面と水面が波状を呈しているために、平坦床の場合と違って鉛直方向の平均流速は必ずしも 0 ではなく、境界付近ではそれに沿った流れになっている。Fig. 4, 5 は流下方向の乱れ強度 u_f' および鉛直方向の乱れ強度 w_f' の空間的分布を求めた結果を示したもので、 u_f' および w_f' は平均摩擦速度で無次元表示されている。 u_f' は u_* の 2 倍程度、 w_f' は u_* と同程度であり、平坦床の場合とオーダー的にはさほど変わらない。しかし、河床波が存在すると、とくに w_f' は流下方向に非一様になり、再付着点付近で最大値をとっている。これについては、板倉・岸⁹⁾ および Raudkivi¹⁰⁾ も

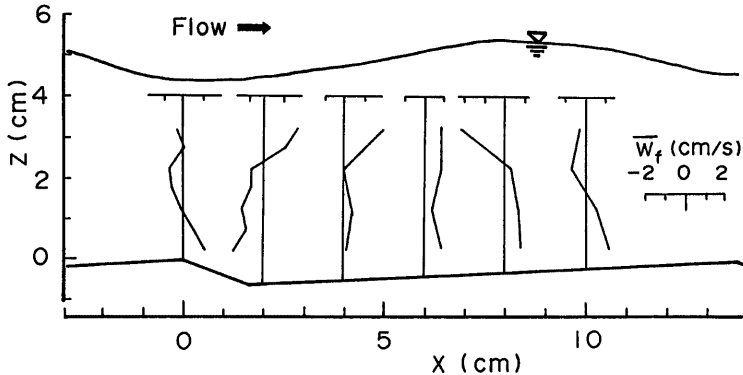


Fig. 3 Profile of mean vertical flow velocity.

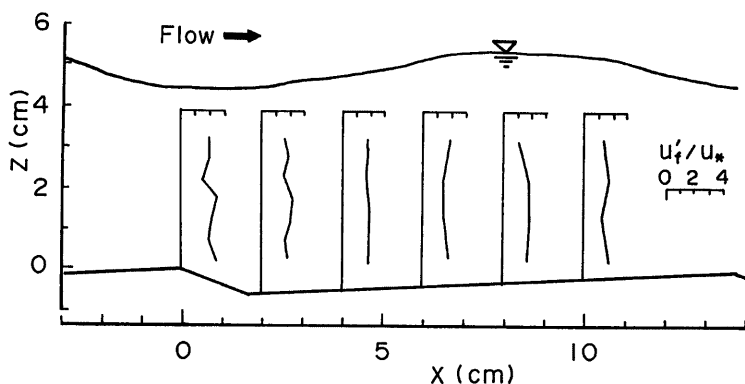


Fig. 4 Profile of longitudinal turbulent intensity.

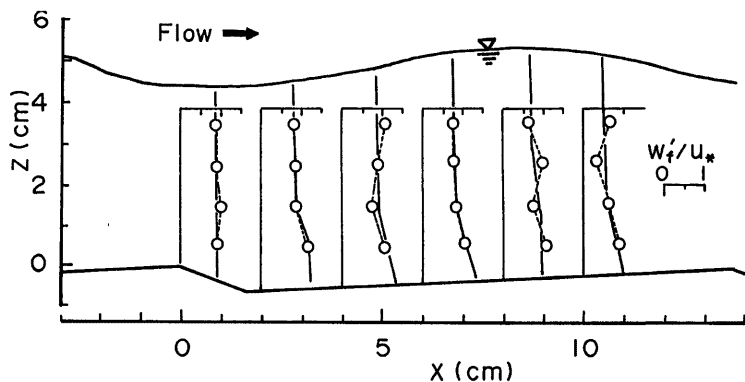


Fig. 5 Profile of vertical turbulent intensity.

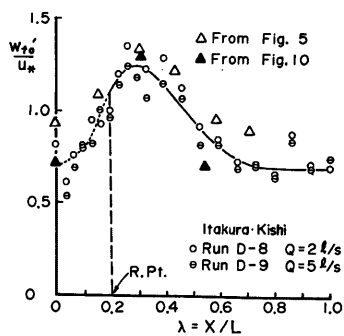


Fig. 6 Distribution of vertical turbulent intensity near bed.

同様の結果を得ている。**Fig. 6**は河床付近の鉛直方向の乱れ強度 w'_{fo} の流下方向の変化を示したもので、板倉らの結果と河床粒子の初期浮上速度の確率分布の理論式(式(4))と実験値から逆算して求めた値も描かれている。このように、 w'_{fo} の値は再付着点付近で極大となり、下流へ行くに従って減少し、峰付近で極小となっている。 w'_{fo}/u_* の分布は河床波の形状によって異なると考えられるが、本実験と板倉らの実験では波形勾配がほぼ同一であるために、両者の結果の傾向が同様になったものと思われる。 w'_{fo}/u_* の分布性状は浮遊砂量の算定等においてとくに重要であるので、それを支配する要因を明らかにする必要がある。

以上のように、河床波上の流れでは、鉛直方向の平均流

速が0でないことや鉛直方向の乱れ強度の鉛直分布が流下方向に変化することが特徴的である。しかし、これらの特性を予測することは現在のところ難しい問題であり、今後、河床波上の流れの解析手法の開発や広範囲な条件に対する実験的検討を推し進めて行く必要がある。

(3) 河床付近の上昇流の特性

平坦河床上的流れでは、河床付近に間欠的に上昇流が発生していることが明らかにされており、上昇流速とその継続時間についての検討がなされている⁹⁾。本研究では、河床波上の流れにおける上昇流の特性について考察する。

河床波上の流れでも、間欠的な上昇流の発生が可視化観察されたが、とくに再付着点付近には強い上昇流の発生が見られた。また、剥離領域と主流との境界付近からも間欠的に上昇流が生成される様子が観察された。上昇流の発生同期 T_u を、峰付近、再付着点付近およびその中間点で、可視化された流体の挙動から測定すると Fig. 7 のようである。場所的に T_u の値の著しい相異は見られないが、再付着点付近では若干小さい値となっている。このことは、 w_f' の値が再付着点付近で最大になることと対応している。また、 T_u を平均水深 h と表面流速 U_{max} で無次元化すると、 $T_u U_{max}/h = 1.3 \sim 1.8$ となり、この値は滑面平坦河床における値とはほぼ一致する。

Fig. 8 は、上述の3個所の河床付近から上昇するトレーサーをラグランジュ的に追跡して、流速の時間変化を調べ、各々の上昇流の平均上昇速度 w_{fs} とその継続時間 T_{el} の関係を鉛直方向の流速の平均値 $\bar{w}_f$ 、乱れ強度 w_f' 、平均水深 h で無次元化して示したものである。 w_{fs} と T_{el} の間にはかなりなばらつきがあるが、 $T_{el} w_f'/h$ の値は平坦床の場合⁹⁾とはほぼ同じ値の範囲にある。また、 T_{el} の場所的な相異は顕著でない。また、上昇流の流下方向のスケールは波長の2割程度であった。

以上のことから、本実験では、河床波上の流れにおいても平坦床の場合と同様の周期で上昇流が発生しており、その継続時間は各断面の w_f' と平均水深 h を用いて無次元化すればほぼ一定値として表示できる。しかし、実験条件が一通りであり、このことの普遍性についてはもう少し詳しい検討が必要である。

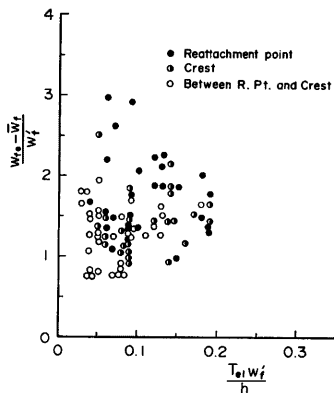


Fig. 8 Relation between upward flow velocity and its duration.

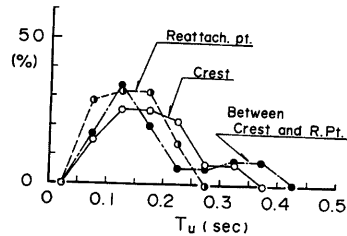


Fig. 7 Period of occurrence of upward flow near bed.

2.2 河床波上の粒子の浮遊機構

(1) 実験の概要

実験装置および実験条件は2.1と同様である。実験用粒子は粒径 1.4 mm、比重1.05、平均沈降速度 1.88 cm/sec のポリスチレン粒子で、上流端付近の水面から流水中に供給された。粒子は河床に沈降、再浮上を繰り返しながら輸送される。そこで、峰付近 ($x = -2 \sim 0$ cm)、再付着点付近 ($x = 3 \sim 5$ cm) および再付着点と峰との中間点付近 ($x = 6 \sim 8$ cm) の3個所に着目して、そこから浮上する粒子の運動をスリット光線を照射して水路横方向から高速ビデオ撮影した。得られたビデオ画像は、1/100秒ごとに再生され、浮遊粒子の軌跡が求められた。

(2) 河床波上から浮遊する粒子の運動特性

Fig. 9(a), (b), (c) は、峰付近、再付着点付近および再付着点と峰との中間点付近の位置から浮上した粒子の典型的な軌跡を示したものである。再付着点付近の粒子は急激

に高くまで浮上しているのに対し、峰付近の粒子はそれ程急激に浮上していない。河床粒子の初期浮上高さ（河床から浮上して最初に沈降過程に入るまでの高さ） s_{p1} の平均値は峰付近で 2.0 mm, 再付着の付近で 4.5 mm, 再付着点と峰との中間点付近で 3.9 mm であったが、このことから上述のことが考察される。また、Fig. 9(a) では、峰付近から飛び出した粒子が再付着点付近から上昇する流れによって再浮上する様子が見られる。

Fig. 10 は、上述の 3 個所で求めた河床粒子の初期浮上速度 w_{p0} の頻度分布である。この図に示すように、再付着点付近から浮上する場合、 w_{p0} の平均値および分散値が他の場合よりかなり大きくなっている。

つぎに、浮遊粒子の運動過程で粒子に作用する場圧力や流体力について検討しよう。著者らは粒子に作用する外力を、Tchen によって提案された粒子の鉛直方向の運動方程式と浮遊粒子の軌跡から推定している⁹⁾。ここでもこの手法を用いて場圧力や流体力の算定を行うが、解析方法の詳細については文献1)を参照されたい。

Fig. 9(a), (b), (c) に、それぞれの軌跡に伴って作用する場圧力 F_L 、流体力 F_D の推定値の時間変化の一例を示す。ただし、粒子が河床を離脱した後、 $F_L=0$ として F_D は算定されている。また、(a) のように浮遊過程において河床付近の強い上昇流の影響を受けるような場合、それ以降の F_L の計算には本解析法は適用できないと考えられるので、(a) は、 F_L の計算を途中で止めている。これらの図より F_L は河床離脱時に大きな値となり、その後急激に減少して 0 に近くなっていることがわかる。 F_L が減少した後、粒子には大規模なスケールの

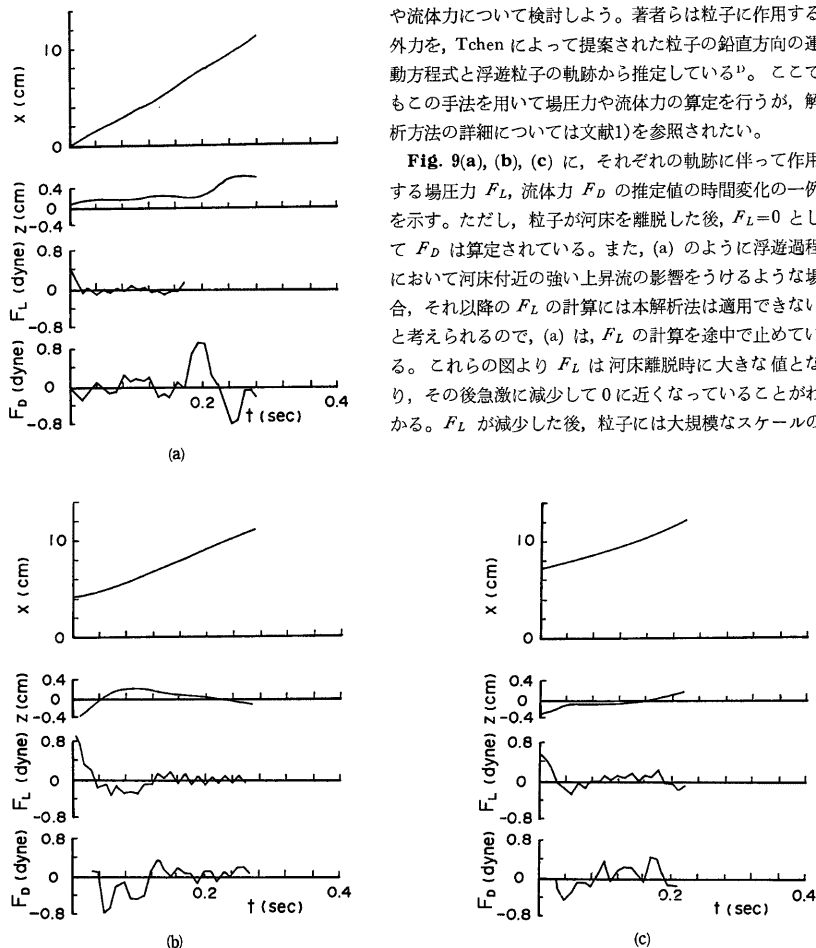


Fig. 9 Trajectory of suspended particle which starts from (a) crest, (b) reattachment point and (c) the position between reattachment point and crest, and variations of dynamic forces acting on those with time.

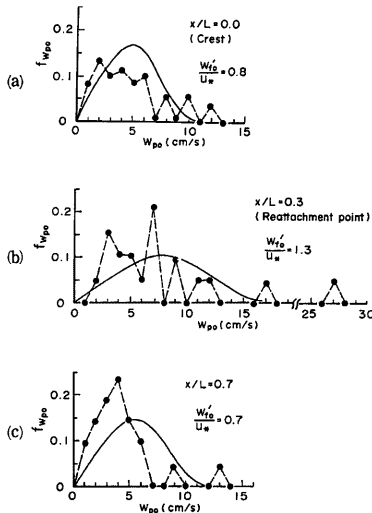


Fig. 10 Probability density function of initial vertical velocity of suspended particles at its entrainment.

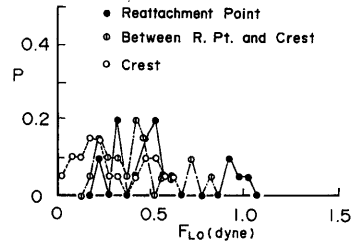


Fig. 11 Frequency histogram of lift force acting on a particle near bed.

乱れによる F_D が作用し、粒子は浮上、沈降を繰り返している。このような外力の変化特性は、著者らが平坦河床で明らかにしたものと同様である。また、浮上後、 F_L が最初に負になるまでの F_L の平均値 F_{L0} の確率分布を、峰付近および再付着点と峰との中間点付近で求めると Fig. 11 のようになった。 F_{L0} の平均値と分散値は w_{po} と同様、再付着点付近で最大となり、前述したように再付着点付近では大きな揚圧力が発生する確率が他の領域より大きい。

(3) 河床波上の粒子の浮遊機構

以上の結果より、河床波上の粒子の浮遊機構は、基本的には平坦河床の場合と同様であると考えられる。すなわち、河床粒子は河床付近で生じる上昇流体塊による揚圧力の作用で離脱し、その後揚圧力は 0 になるが、上昇流が継続する限り流体力の作用で浮上する。それ以降は、大規模なスケールの乱れによる流体力の作用で粒子は浮遊運動する。しかし、河床波が存在する場合の浮遊機構が平坦河床の場合のそれと異なる点は次のようである。

- (i) 河床から浮上するときに粒子に作用する揚圧力の確率分布が流下方向に変化する。
- (ii) u_f や w_f の確率分布が空間的に変化しているため、浮上後粒子に作用する流体力の確率分布が粒子の存在位置によって異なる。

3. 河床波上の粒子の浮遊運動のモデル化

3.1 河床波上の浮遊粒子の運動モデル

浮遊砂量算定のためには、浮遊粒子の運動特性量、たとえばステップレングスの分布や鉛直方向の分散過程などを一般的に示すことが重要である。著者らは、平坦河床の場合に対して、運動特性量の分布を適切に評価し得る浮遊砂の運動モデルを提案した^{1),2)}。本章では、この理論を二次元的河床波が存在する場合に適用して、河床波上の粒子の浮遊運動のモデル化を行う。

河床波上の流れが平坦河床の場合と特に異なる点として、

- (i) 河床形や水面形が波状を呈しているため、鉛直方向の平均流速 w_f が必ずしも 0 でない。
- (ii) 鉛直方向の乱れ強度 w_f' が鉛直方向にも流下方向にも一様でない。とくに、再付着点付近で w_f' は最大になる。

などが挙げられる。河床波上の粒子の浮遊運動を適切に模擬するためには、これらの事を十分考慮することが肝要であり、本研究ではこの点に注意して浮遊運動のモデル化を行う。

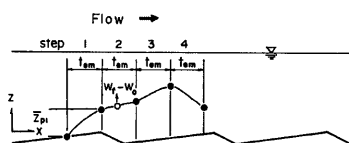


Fig. 12 A model for mechanism of particle suspension.

基本的なモデルの構成については、著者らの研究^{1),2)}と同様に考え、乱れの平均継続時間 t_{em} ごとに時間ステップを区切って、粒子の運動を Fig. 12 を参考にして確率的に解析する。モデル化における主な仮定は次のとおりとする。

(i) 粒子の鉛直方向の移動速度 w_p は、各ステップで $w_f - w_0$ で近似する。ただし、ステップ1での浮上高さは、文献1)より粒子に作用する揚圧力と流体力を評価して算定される値の平均値 z_{p1} とする。ここに、 w_f : 鉛直方向の流速、 w_0 : 粒子の沈降速度である。ステップ1における浮上高さを詳細な議論から求める必要があるのは、この値がステップレングス等の浮遊粒子の運動特性量に大きな影響を与えるからである。

(ii) 流下方向の移動速度は解析を簡単にするために一定とし、 $u_p = U$ とする。ここに、 U : 流下方向の断面平均流速である。

(iii) 鉛直方向の乱れ強度 $w_f'(x, z)$ と平均流速 $\bar{w}_f(x, z)$ の分布を x - z 平面に与える。各ステップの終了地点における w_f' と $\bar{w}_f$ を次のステップでの w_f' と $\bar{w}_f$ の条件とする。

以上のようなモデルで、解析上最も問題となるのは、 $w_f'(x, z)$ と $\bar{w}_f(x, z)$ の予測法である。これらは、水理条件や河床条件から決定されるべきであるが、その手法はまだ明らかでない。次章の浮遊粒子の運動特性に関する解析では、水面形の実験値から $\bar{w}_f(x, z)$ を求め、 $w_f'(x, z)$ は実験値を用いている。これについては、今後解明すべき点である。

3.2 粒子の浮遊運動の確率的解析

3.1で述べた浮遊粒子の運動モデルに従って、粒子の浮遊運動の確率的解析を行う。解析手法は平坦床を対象にした著者らのもの²⁾と w_f の確率分布を空間的に変化させる点が異なる他は同じである。

さて、 $t=0$ に、 $x=x_0$ から浮上する粒子の運動を解析しよう。まず、ステップ1の粒子の運動について検討する。

河床上の粒子は揚圧力 F_{L0} の作用で河床を離脱する。著者らの研究¹⁾によると、離脱時の鉛直方向の初速度 w_{p0} は、 F_{L0} の作用時間を $t_* = d/w_{p0}$ とすると、

$$w_{p0} = \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{d^2}{\sigma} (F_{L0} - G)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表わされる。ここに、 σ に粒子の密度、 G : 粒子の水中重量で $G = (\pi/6)(\sigma - \rho)gd^3$ である。

揚圧力 F_{L0} の確率分布は平坦床の場合と同様に、次式のような平均0、標準偏差 F_{L0}' の正規分布とおけるものとする。

$$f_{F_{L0}}(F_{L0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} F_{L0}'} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{F_{L0}}{F_{L0}'} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

F_{L0}' は河床付近における鉛直方向の乱れ強度 w_{f0}' の2乗に比例すると考え、河床波上では w_{f0}' が流下方向に変化し、 $w_{f0}' = f_n(x/L)u_*$ と表わされることを考慮すると、

$$F_{L0}' = ck^2 f_n(x/L)^2 \rho u_*^2 d^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 c : 揚圧力係数、 k : 礫による遮蔽効果を表わす係数で、一様砂の場合 $k=1$ 、 $f_n(x/L)$: x/L の関数である。

式(1)~(3)より、 w_{p0} の確率分布は次式のようになる。

$$f_{w_{p0}}(w_{p0}) = \frac{\sqrt{\pi} \sigma d^2}{3\sqrt{2} F_{L0}'} w_{p0} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{(\pi/6)\sigma d^2 w_{p0}^2 + G}{F_{L0}'} \right\}^2 \right] / \int_0^\infty f_{F_{L0}}(F_{L0}) dF_{L0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ついで、ステップ1後の粒子の浮上高さ z_{p1} の算定法について検討する。著者らは¹⁾、河床粒子が上昇流

体塊とともに浮上する過程を Tchen の運動方程式より解析している。この理論では、粒子の鉛直方向の初速度 w_{p0} と上昇流の流速 w_{fe} およびその継続時間 t_{e1} から浮上高さが計算される。本研究でもこれに従って z_{p1} を算定する。

w_{fe} は F_{L0} と密接な関係があるものと考えられ、それぞれの超過確率が等しいもの同志が対応するものとする。 w_{fe} は平均 $\bar{w}_{fe}$ 、標準偏差 w_{f0}' の正規分布に従うとすれば、 w_{fe} と F_{L0} の関係は次式で与えられる。

$$\frac{w_{fe} - \bar{w}_{fe}}{w_{f0}'} = \frac{F_{L0}}{F_{L0}'} \quad \dots\dots\dots(5)$$

t_{e1} は従来の研究⁹⁾と同様に考えて、次式で求める。

$$t_{e1} = a \frac{h}{u_*} \frac{w_{fe}}{u_*} - \frac{d}{w_{p0}} \quad (=t_{em} - t_*) \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 a ：比例定数で、 $a=0.06$ である。

式(5)、(6)を用いると、 z_{p1} の確率分布が計算され、その平均値 z_{p1} の無次元表示 z_{p1}/d は σ/ρ 、 τ_* 、 h/d 、 $\bar{w}_{fe}/u_*$ 、 w_{f0}'/u_* をパラメータとして計算される。

つぎに、ステップ2以降に粒子が存在する高さの確率分布について検討する。ステップ n 終了時に $z = z_{pn}$ に存在する粒子が、 τ 時間後 ($0 < \tau \leq t_{em}$) に存在する高さ z_p の確率分布は、

$$g(z_p, \tau | z_{pn}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} w_f'(x, z)\tau} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{z_{pn} - z_{pn+1} + w_0\tau - \bar{w}_f(x, z)\tau}{w_f'(x, z)\tau} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

で表わされる。

これより、ステップ n 後の粒子の存在高さの確率分布は次の漸化式から計算される。

$$\begin{cases} f_n(z_{pn}) = \int_0^h f_{n-1}(z_{pn-1}) g(z_{pn}, t_{em} | z_{pn-1}) dz_{pn-1} \\ f_1(z_{p1}) = \delta(z_{p1} - \bar{z}_{p1}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 δ ：デルタ関数である。

したがって、 $t=T$ に、 $x=X(TU+x_0)$ に存在する粒子がステップ n の運動過程にあるとすれば、その位置における粒子の存在高さの確率分布は、

$$f(z_p, X) = \int_0^h f_{n-1}(z_{pn-1}) g(z_p, \Delta t | z_{pn-1}) dz_{pn-1} \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 $\Delta t = T - (n-1)t_{em}$ である。

式(9)より、浮遊粒子のステップレングス X_p の超過確率は次式で計算される。

$$p_s(X_p) = \int_0^h f(z_p, X_p) \alpha_p \quad \dots\dots\dots(10)$$

乱れの平均継続時間 t_{em} は、2.1で述べたように本実験では w_f' と h で無次元化すると、その値は河床波の存在の有無に左右されていない。そこで、ここではこの結果より、 t_{em} を平坦床の場合¹⁰⁾と同様の次式で求める。

$$t_{em} = \frac{c_1}{c_2} \kappa \eta_s \frac{h}{u_*} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 c_1 、 c_2 ：比例係数で、 $c_1 \div 0.5$ 、 $c_2 = 0.67$ 、 κ ：カルマン定数、 η_s ：浮遊粒子の平均存在高さ z_{pm} を h で無次元化した量である。

3.3 理論値と実験値との比較

以上の理論の妥当性について検証するために、 $f(z_p, X)$ や $p_s(X_p)$ の実験値と理論値の比較検討を行う。実験は2.2で述べたものである。理論値を計算するにあたり、 $w_f'(x, z)$ と $\bar{w}_f(x, z)$ の空間的分布を与えなければならない。 $w_f'(x, z)$ は理論的に求めることはできないので、Fig. 5 に示す実験値を内挿した曲線(Fig. 5 中の実線)を用いて与える。 $\bar{w}_f(x, z)$ は、水面波を二次元的な定在波と仮定して、二次元の流水の連続式と水面形の実測値から計算した。ただし、水面および河床面で流向が境界に平行になるとして流下方

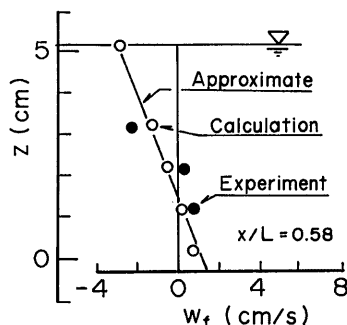


Fig. 13 Comparison between calculated results and experimental ones on vertical flow velocity.

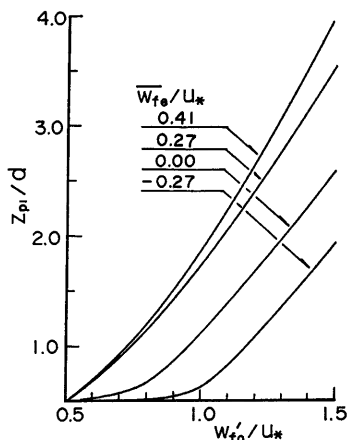


Fig. 14 Height of suspended particle at end of step 1.

向の平均流速分布が対数則に従うことを仮定した。

Fig. 13 は、 $x/L=0.58$ における $\overline{w}_f$ の計算値と実験値を比較したものである。また、図中の実線は、水面付近と河床付近で、流向の実測値と対数則から $\overline{w}_f$ を求め、それを直線で結んで求めた近似値を示す。計算値は実験値とよく適合しており、また近似値ともほぼ一致している。そこで、浮遊粒子の運動のシミュレーションにおいて、 $\overline{w}_f(x, z)$ としてこの近似値を用いることにする。

Fig. 10 は、河床粒子の離脱時の鉛直方向の初速 w_{p0} の確率分布の実験値と理論値を比較したものである。計算値は、 $f_n(x/L)$ の値に **Fig. 6** の実験値とほぼ等しい値を用いて算定されている。両者はよく一致しており、このことより w_{p0} の確率分布の算定式(式(4))の妥当性が示唆される。

Fig. 14 は、本実験条件に対して z_{p1}/d を $\overline{w}_{f0}/U_{*}$ と w_{f0}'/U_{*} をパラメータとして計算した結果を示したものである。このように、 z_{p1} は w_{f0}' や $\overline{w}_{f0}$ によって強く影響される。本実験では、峰付近で $z_{p1}=2.0$ mm、再付着点付近で 4.5 mm、再付着点との中間点付近で 3.9 mm であったが、**Fig. 14** と乱流計測の結果から z_{p1} を求めるとそれぞれ 1.8 mm, 4.0 mm, 3.0 mm であり、理論値は若干小さく評価されているがほぼ妥当な値となっている。

Fig. 15(a), (b) は、再付着点付近および峰付近から浮上した粒子の存在高さの確率分布の計算値と実験値を比較したものであり、図中の点線は、ステップ2以降で $\overline{w}_f=0$ において計算した結果を示したものである。ただし、 $\eta_s=0.5$ といった。実験値が少なくして詳細なことはわからないが、ほぼ理論値($\overline{w}_f \neq 0$)は実験値と適合している。また、 $\overline{w}_f$ を簡単のために0とおくと $f(z_p, X)$ の値はかなり小さくなり、次に述べるステップレングスの値も過小に評価されることになる。

Fig. 16 は、異なる位置から浮上開始した粒子のステップレングス X_p の超過確率分布の計算値と実験値を比較したもので、平坦床の場合の計算値も示されている。計算値では峰から浮上開始した場合の X_p は他の箇所から浮上開始した場合に比べて若干大きくなっている。 z_{p1} が再付着点で最大になるのにもかかわらずこのような結果になったのは、浮上開始点の高さの相異による。実験値ではこの傾向は明確でないが、理論値と実験値はオーダー的にはよく一致している。また、平坦河床の場合と河床波が存在する場合で、ステップレングスの計算値は本実験条件ではそれ程差異はない。

以上より、河床波上の粒子からの浮遊運動に関する本モデルは、浮遊粒子の存在高さの分布やステップレングスの分布の計算に対して妥当であると考えられる。

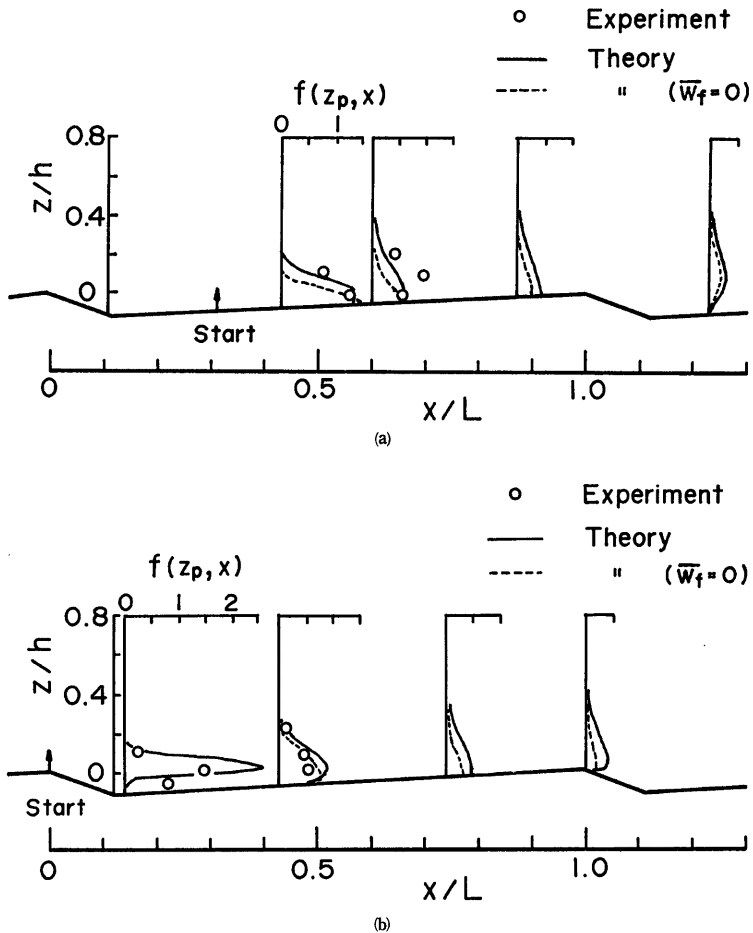


Fig. 15 Comparison between theoretical results and experimental ones on probability density function of height of suspended particles.

3.4 河床波上の浮上率

浮遊砂量の算定のためには、3.3で解析したステップレングスの分布と、河床からの砂礫の浮上率の予測が必要である。ここでは、前述のモデルから河床波上の砂礫の浮上率 q_{su} の分布を計算する。浮上率は、著者らの平坦河床の場合の理論²⁾によると、離脱時の初速 w_{p0} の確率分布から次式のように求められる。

$$q_{su} = K \frac{2}{3} \sqrt{\frac{6\sigma}{\pi}} \int_0^\infty \sqrt{F_{L0} - G} \frac{1}{\sqrt{2\pi F_{L0}'}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{F_{L0}^2}{F_{L0}'^2}\right) dF_{L0} \dots\dots\dots (12)$$

河床波が存在する場合も同様に考えられるので、結局式(12)で F_{L0}' の計算に式(3)を適用すれば河床波上の浮上率の分布は、次式のように求められる。

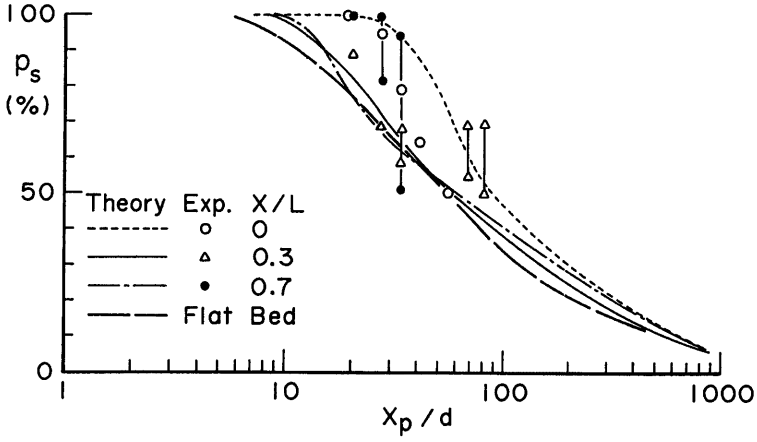


Fig. 16 Comparison between theoretical results and experimental ones on excess probability distribution of step length.

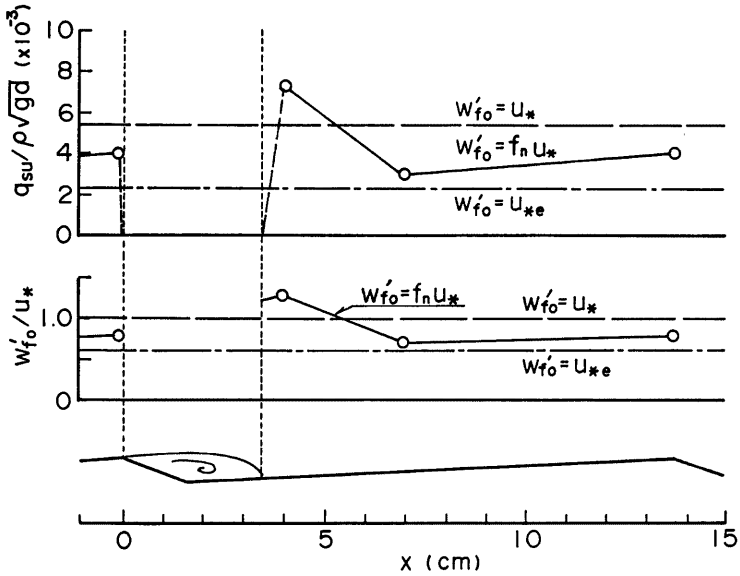


Fig. 17 Distribution of pick up rate over a sand wave.

$$q_{su}(x/L) = \frac{2}{3} K \sqrt{\frac{6}{\pi}} \alpha \int_{\eta_0}^{\infty} u_* \sqrt{ck^2 f_n(x/L)^2 \eta - \frac{\pi}{8} C_{D0} \xi_0^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \eta^2\right) d\eta \quad \cdots \cdots (13)$$

ここに、 K ：比例定数で、 $K=0.035^{20}$ 、 $\eta_0=(\pi/8)C_{D0}\xi_0^2/(ck^2 f_n(x/L)^2)$ 、 $\xi_0=w_0/u_*$ 、 $C_{D0}=2+24u/(w_0d)$ である。

Fig. 17 は、本実験条件に対して浮上率の分布を上式から計算した結果を示したもので、河床付近の鉛直方向の乱れ強度 w_{f0}' の評価法を変えて 3 つの場合について計算している。すなわち、(i) $f_n(x/L)=1.0$ とする場合、(ii) $f_n(x/L)$ を **Fig. 6** の結果から求め w_{f0}' の分布を考慮する場合、(iii) 芦田・道上の有効掃流力の算定法¹³⁾にしたがって、有効摩擦速度 u_{*e} を求め、 $w_{f0}'=u_{*e}$ とする場合について q_{su} を算定した。上述の(i)および(iii)の方法は、従来の平均摩擦速度や有効摩擦速度を用いた浮遊砂量の算定法に対応するものである。**Fig. 16** に示すように、 w_{f0}' の分布を考慮すると、理論的には浮上率が再付着点付近で最大になり、その下流で急減し峰付近まではほぼ一定値となっている。このことは実験から検証する必要があるがほぼ妥当な結果であると考えられる。また、(i)の場合では(ii)の場合より浮上率は一波長で平均すると大きな値になり、(iii)の場合では逆に小さな値になっている。従来、河床波が存在する場合の浮遊砂量の算定は、平坦河床の場合の理論に、平均摩擦速度を用いて行うかまたは河床波の影響を考慮して有効摩擦速度を推定して行うかであり、一般に前者は過大に、後者は過少に評価されると言われている。平坦な場合と河床波が存在する場合で浮遊粒子のステップレングスがさほど異ならないという **Fig. 16** の結果を考慮すると、(i)および(iii)と平坦河床のステップレングスの分布、または(ii)と河床波上の浮遊粒子のステップレングスの分布から計算した浮遊砂量 q_{s1} 、 q_{s3} および q_{s2} の大小関係は、 $q_{s1}>q_{s2}>q_{s3}$ となる。したがって、本研究のように河床波上の乱流特性の非一様性を考慮して浮遊砂量を算定すると、より正確に浮遊砂量が予測されるものと考えられる。

4. 結 語

本研究では、河床波上の流れの非一様性に着目して、河床粒子の浮遊運動機構について検討した。対象とした河床波は二次元的な人工河床波であり、まず、平均流速分布や乱れ強度分布についてトレーサー法等により検討するとともに、ポリスチレン粒子を横方向から高速ビデオ撮影して河床粒子の浮遊機構を明らかにした。ついで、これらの成果を使って、河床波上の粒子の浮遊運動のモデル化を行い、浮遊粒子の存在高さやステップレングスの確率分布および河床粒子の浮上率について例示的に検討した。主要な結果を要約して以下に示す。

(1) 河床波上の流れでは、鉛直方向の平均流速が 0 でなく、水面波や河床波の影響で空間的に変化する。また、鉛直方向の乱れ強度は河床付近で大きく水面に近づくにつれて減少し、平坦床と同様の傾向を示すが、流下方向にも顕著に変化する。河床付近の乱れ強度の値は再付着点付近で大きくなり、従来の測定結果とはほぼ同じ結果が得られた。

(2) 河床粒子の浮遊機構は、粒子に作用する外力の変化特性など定性的な面では平坦河床の場合と同様である。すなわち、河床粒子は上昇流による揚圧力と流体力の作用で浮上し、その後上昇流や下降流による流体力の作用で浮遊する。しかし、河床波が存在すると外力の確率分布が流下方向に変化するために、浮上開始点によって浮遊粒子の運動特性が相異すると考えられる。

(3) (1)、(2)の成果より粒子の浮遊運動をモデル化し、浮遊粒子の存在高さやステップレングスの確率分布の計算法を提案した。この理論の妥当性は実験より検討された。

(4) 河床波上の粒子の浮上率の分布を本モデルより求めた結果、一波長にわたって平均した浮上率の値は、平均摩擦速度より求めた値と有効摩擦速度から計算した値との中間となった。このことより、従来、平均摩擦速度を用いて浮遊砂量を計算すると実測値より過大評価され、有効摩擦速度を用いると過小評価されることが本理論を用いると改善されるものと考えられる。

今後、河床波の形状や水理条件を変えて実験を行うとともに一般的な条件に対して流れの特性や粒子の浮遊運動の特性を予測できるような理論を構築していく必要がある。本実験および資料整理をするにあたり、藤坂賢治君（当時工学部学生）の協力を得た。ここに、記して感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男, 藤田正治: 粒子の浮遊運動と河床付近の流れ, 京都大学防災研究所年報第27号 B-2, 昭和59年, pp. 355-367.
- 2) 芦田和男, 藤田正治, 向井 健: 河床砂礫の浮上率と浮遊砂量, 京都大学防災研究所年報第28号 B-2, 昭和60年, pp. 353-366.
- 3) Jackson, R. G.: Sedimentological and fluid dynamic implications of the turbulent bursting phenomenon in geophysical flows, Jour. Fluid Mech., Vol. 77, 1976, pp. 531-560.
- 4) 板倉忠興, 岸 力: 河床波上の Bursting と浮遊砂に関する研究, 第34回年次学術講演会概要集, 1979, pp. 297-298.
- 5) 池田駿介: 砂漣上の浮遊砂の濃度分布について, 第34回年次学術講演会講演概要集, 1979, pp. 157-158.
- 6) 上野鉄男, 宇民 正: 砂漣と砂堆の発達過程に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第318号, 1982, pp. 75-84.
- 7) 上野鉄男: 砂れんと砂堆の発生領域について, 第25回水理講演会論文, 1981, pp. 93-98.
- 8) 板倉忠興, 森明巨, 岸 力: 河床波上の流れの乱れと浮遊砂の研究, 第35回年次学術講演会講演概要集, 1980, pp. 320-321.
- 9) Raudkivi, A. J.: Loose Boundary Hydraulics, PERGAMON PRESS, 1967.
- 10) 芦田和男・藤田正治: 河床砂の浮遊機構とそのモデル化, 土木学会論文報告集, 投稿中.
- 11) 芦田和男・道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第206号, 1972, pp. 59-69.