

アンサンブル手法に基づく簡易予報感度解析

Simplified Ensemble-Based Forecast Sensitivity Analysis

榎本剛・山根省三⁽¹⁾・大淵済⁽²⁾

Takeshi ENOMOTO, Shozo YAMANE⁽¹⁾ and Wataru OHFUCHI⁽²⁾

(1) 同志社大学

(2) 海洋研究開発機構

(1) Doshisha University, Japan

(2) Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology, Japan

Synopsis

Simplified methods are developed to identify initial perturbations that have largest influence on a given norm in a user-defined verification region. Our methods do not require a data assimilation system such as an adjoint model or an ensemble Kalman filter but an ensemble forecast with simple matrix operations. Two ensemble-based methods are formulated based on the linear perturbation theory: one that approximates the singular vector method and the other the adjoint method. The sensitive initial perturbations are obtained by finding the coefficients of the linear combination of ensemble members. Our formulations have been applied to the weekly ensemble forecasts of the Japan Meteorological Agency with the verification region over Japan. Our methods successfully identify sensitive perturbations associated with mid-latitude and tropical disturbances.

キーワード: 温帯低気圧, 熱帯低気圧, ロスビー波, アンサンブル予報

Keywords: mid-latitude cyclone, tropical cyclone, Rossby wave, ensemble forecast

1. はじめに

予報感度解析とは, 特定の領域 (検証領域 **verification area**) の決められた量 (ノルム) に対して影響が大きな初期擾乱を求める手法である. 予報感度が大きい領域は, 高感度領域 (**sensitive area**) と呼ばれる. 初期時刻において, 振幅が小さくても, 感度の高い初期擾乱は時間とともに検証領域において発達する可能性が高い. つまり, 高感度領域における誤差は, 大きく成長する.

ラジオゾンデのように決められた時刻に観測し, 観測ネットワークが固定化されている観測システムに対し, 航空機等のように, 観測地点を毎回自由に

設定できる観測を機動的観測という. 機動的観測によって得られるデータが既に得られているデータから容易に推定できるものであれば, 観測する必要は無いが, 観測地点を上手に選択すれば精度を向上させる価値の高い観測データになりうる. 予報感度解析は, 機動的観測の観測地点を決定するための有用な資料である. 高感度領域において, 追加の観測を行えば, 検証領域における予報誤差を小さくできる可能性が高い (Snyder, 1996).

予報感度解析は, 予報がうまくいかなかった原因を特定するためにも役立つ. 予報に失敗した現象が存在した領域を検証領域として, 初期時刻における予報感度解析を行うと, 初期場のどの領域のどのよ

うな構造の擾乱が現象に大きく影響したのかが特定できる (Enomoto et al., 2007; Nishii and Nakamura, 2010; Matsueda et al., 2011).

予報感度解析には、随伴法 (Rabier et al., 1996; Langland et al., 2000; Mu et al., 2003; Wu et al., 2007) や特異ベクトル法 (Gelaro et al., 1998; Buizza and Montani, 1999) により計算できるが、時間をさかのぼるための随伴モデルが必要である。複雑な数値予報モデルの随伴モデルを作成することは大変手間がかかるため、随伴法や特異ベクトル法による予報感度解析は、予報解析システムを運用している、気象庁のような予報センターでないと実行が難しい。

アンサンブル予報を用いると、随伴モデルなしで予報感度解析を行うことができる (Bishop and Toth, 1999; Bishop et al., 2001; Hamill and Snyder, 2002; 榎本ら, 2006; Ancell and Hakim, 2007; Torn and Hakim, 2008; Liu et al., 2009; Kalnay et al., 2012; Ito and Wu, 2013). アンサンブルを用いた感度解析の解は、随伴モデルを用いた感度解析の有限のメンバー数を用いた近似である。メンバー数を無数に増やしていけば随伴モデルを用いた感度解析と一致する。

本稿では、Enomoto et al. (2014)に基づき、追加の観測や共分散の局所化を考えない、単純化された予報感度解析（以下単に感度解析）の定式化（第2節）とその手順（第3節）、実際の週間アンサンブル予報に適用した例（第4節）を示す。

2. アンサンブル感度の定式化

場の状態ベクトル $\mathbf{x}$ の時間発展が非線型モデル $M(\mathbf{x})$ で記述されるとする。初期時刻 $t = 0$ における摂動 $\mathbf{y}_i$ を与えた、メンバー数 m のアンサンブル予報において、時刻 t における擾乱は

$$\mathbf{z}_i = M(\mathbf{x} + \mathbf{y}_i) - M(\mathbf{x}), i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

と表すことができる。初期摂動の線型発展を仮定すると、感度解析は検証領域において検証時刻に成長する摂動を表すメンバーの線型組合せ

$$\mathbf{z} = p_1 \mathbf{z}_1 + p_2 \mathbf{z}_2 + \dots + p_m \mathbf{z}_m \quad (2)$$

の最適な係数

$$\mathbf{p}^T = (p_1, p_2, \dots, p_m) \quad (3)$$

を求めることである。同じ係数を用いて、発達する摂動に対応する初期摂動

$$\mathbf{y} = p_1 \mathbf{y}_1 + p_2 \mathbf{y}_2 + \dots + p_m \mathbf{y}_m \quad (4)$$

が求まる。初期及び検証時刻におけるアンサンブル摂動を次の行列で表す。

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m), \mathbf{Z} = (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_m) \quad (5)$$

ここでは、次のように摂動の大きさを（ノルム）を内積で定義する。

$$\|\mathbf{y}\|_0 \equiv \sqrt{\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle_0} = \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{G} \mathbf{y}} \quad (6)$$

$$\|\mathbf{z}\|_0 \equiv \sqrt{\langle \mathbf{z}, \mathbf{z} \rangle_0} = \sqrt{\mathbf{z}^T \mathbf{H} \mathbf{z}}$$

ここで $\mathbf{G}, \mathbf{H}$ は非負の対称行列でノルムの定義における重みを表す。

2.1 アンサンブル随伴感度解析

アンサンブル予報から評価関数（目的関数、コスト関数） θ の摂動

$$\theta^T = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \quad (7)$$

が得られるとき、その線形結合を

$$\theta = \theta^T \mathbf{p} \quad (8)$$

と表す。アンサンブル随伴法では、係数 $\mathbf{p}$ を初期摂動の大きさが1即ち $\mathbf{y}^T \mathbf{G} \mathbf{y} = \mathbf{p}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y} \mathbf{p} = 1$ の条件のもとで最大化する。ラグランジュ関数

$$F(\mathbf{p}, \lambda) \equiv \theta^T \mathbf{p} + \lambda(1 - \mathbf{p}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y} \mathbf{p}) \quad (9)$$

とおくと、その微分から

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2\lambda} (\mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y})^{-1} \theta \quad (10)$$

が得られる。全てのメンバーのノルムの大きさが等しく、各メンバーは互いに直交しているとき、 $\mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y} \propto \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ は単位行列) となり $\mathbf{p}$ は θ に比例するので、最適摂動は次のように表せる。

$$\mathbf{y} = \mathbf{Y} \theta = \theta_1 \mathbf{y}_1 + \theta_2 \mathbf{y}_2 + \dots + \theta_m \mathbf{y}_m \quad (11)$$

2.2 アンサンブル特異ベクトル感度解析

アンサンブル特異ベクトル法では、共分散 $\mathbf{y}^T \mathbf{G} \mathbf{y} = \mathbf{p}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y} \mathbf{p} = 1$ の条件のもとで検証時刻での検証領域における擾乱 $\mathbf{p}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z} \mathbf{p}$ を最大化する $\mathbf{p}$ を求める。ラグランジュ関数

$$F(\mathbf{p}, \lambda) \equiv \mathbf{p}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z} \mathbf{p} + \lambda(1 - \mathbf{p}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y} \mathbf{p}) \quad (12)$$

の微分から固有値問題

$$(\mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z} \mathbf{p} = \Lambda \mathbf{p} \quad (13)$$

を得る。ここで Λ は、その対角成分が固有値であるような行列である。 $\mathbf{Y}^T \mathbf{G} \mathbf{Y} \propto \mathbf{I}$ であるとき、 $\mathbf{Z}^T \mathbf{H} \mathbf{Z}$ の固有ベクトルが解となる。

3. 解析の手順

本稿では、次の式で定義される観測エネルギーノルム (Buizza et al. 1993) 用いる。

$$e = \frac{1}{2AP_r} \int_{p_r}^0 \int_A u'^2 + v'^2 + \frac{c_p}{T_r} T'^2 + RT_r \left(\frac{p'_s}{p_r} \right)^2 dAdp \quad (14)$$

ここで $'$ はコントロール予報（またはアンサンブル平均）からのずれを表す。 A は単位面積、 u, v, T, p_s はそ

れぞれ東西風，南北風，気温，地表面気圧， c_p, R はそれぞれ定圧比熱と乾燥大気に対する気体定数， T_r, p_r はそれぞれ参照気温270 Kと参照気圧1000 hPaを表す。

感度解析を行うには，まずアンサンブル予報を次のように前処理する。

1. 検証時刻での検証領域における変数 u, v, T, p_s からそれぞれコントロール予報値を引き擾乱成分を求める。
2. 擾乱に対して，面積に関する係数（例えば $\cos$ 緯度やガウス重み）及び層の厚さに関する係数を乗ずる。
3. T' 及び p'_s に対して，それぞれ $\sqrt{c_p/T_r}$ 及び $\sqrt{RT_r/p_r}$ を乗ずる。
4. 擾乱を $n \times m$ 配列 Z に格納する。

3.1 アンサンブル随伴法感度解析

アンサンブル随伴感度解析は，以下の手順で計算できる。

1. 配列 Z の各列ベクトル $\mathbf{z}_i$ から各メンバーの乾燥エネルギーノルムを求める。

$$e_i = \frac{1}{2} \mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i \quad (15)$$

2. 次にアンサンブル随伴法による最適摂動における各メンバーの係数は

$$p_i = \theta_i = \frac{e_i}{\sum e_i} \quad (16)$$

と求まる。

3. この係数を初期摂動の線型組合せに対して用いて，最適な初期摂動を得る。

3.2 特異ベクトル法感度解析

アンサンブル特異ベクトル感度解析は，以下の手順で計算できる。

1. 固有値解析は Z の特異値解析を行う。

$$Z = U \Sigma V^T \quad (17)$$

左特異ベクトル U は共分散 $Z^T H Z$ の固有ベクトル，右特異ベクトル V^T は正規化された主成分を表す。行列 Σ の対角成分は特異値である。

2. 第 i モードの特異値を σ_i で表すと，第 i モードの寄与率は， $\sigma_i / \text{tr}(\Sigma \Sigma^T)$ で与えられる。
3. アンサンブル数に依存しないようにする係数 m^{-1} を考慮すると，固有値は次の式で与えられる。

$$\Lambda = \frac{\Sigma \Sigma^T}{m} \quad (18)$$

4. 初期擾乱の次元付固有ベクトルは，次の式で表される。

$$E\sqrt{\Lambda} = \frac{U\Sigma}{\sqrt{m}} = \frac{ZV}{\sqrt{m}} \quad (19)$$

右辺は，主成分による回帰と見なすことができる。

4. 日本域を対象とした感度解析

この節では，2005年の毎日の気象庁週間アンサンブル予報（経田，2006）にアンサンブル感度解析を適用した例を示す。2005年当時の週間アンサンブル予報は，コントロール予報と正負の12対の摂動を加えたメンバー，計25メンバーからなる。摂動は北半球及び熱帯域（90°N～20°S）に加えられている。解像度はT106L40（三角切断を用いた水平解像度1.125°に相当する切断波数106及び鉛直40層）で，初期時刻は12 UTC，予報期間は9日間である。配布されているGRIB (General Regularly-distributed Information in Binary form) 形式のデータには，300, 500, 850 hPaにおけるジオポテンシャル高度，風及び気温が1日毎に8日先までの水平解像度2.5度の予報が含まれる。海面気圧，10 m風，積算降水量は地表面データに含まれる。本研究では用いないが，相対湿度は850 hPaに含まれている。

検証領域は，日本付近の120°E～150°E，20°N～50°Nに設定した。

4.1 台風第14号

まず，台風第14号（TALIM）が接近した2005年9月2日からの3日予報を用いた感度解析の例を示す [Fig. 1]。台風及びそれに刺激された前線に伴い，9月3日から温帯低気圧化した9月8日にかけて，日本各地に強雨や強風による被害がもたらされた。

感度解析及びアンサンブル・スプレッドを見ると，(135°E, 20°N)付近にある台風周辺や50°N付近で東西にのびている前線に対応した高感度領域が見られる [Fig. 1a, b]。初期時刻におけるアンサンブル・スプレッドもこれらの領域で大きくなっている [Fig. 1c]。ただし空間分布は，若干異なっている。アンサンブル・スプレッドは台風中心から北側で大きくなっているのに対し，随伴感度は北西，特異ベクトル感度（第1～10モードの和）は中心から南東で大きい。随伴感度，特異ベクトル感度は，共に40°N, 80°E～100°E付近などの偏西風の上流にも現れている。高感度領域の中はサンプル数不足によるノイズによるものもあるが，ジオポテンシャル高度の峰や谷に対応したものは偏西風上を伝播するロスビー波に対応していると考えられることもできる。

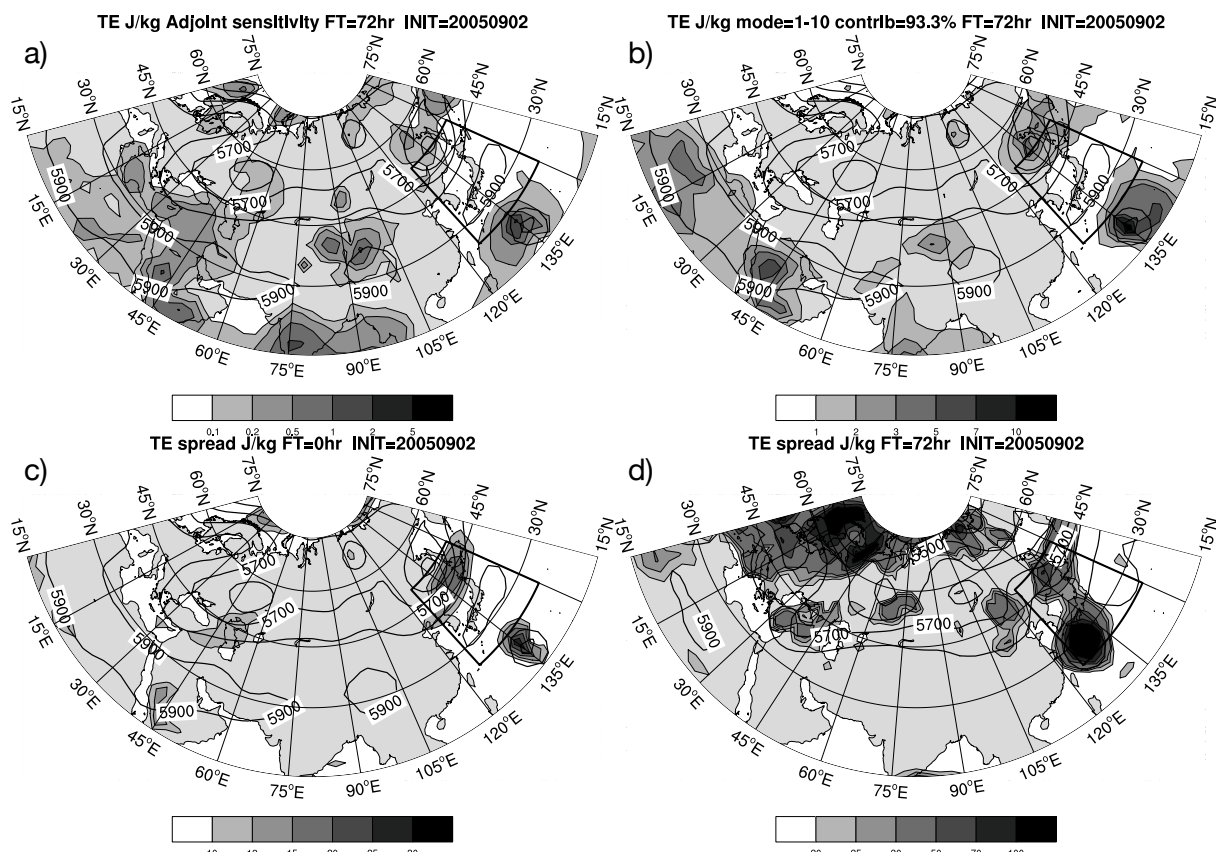


Fig. 1: Distribution of the vertically integrated dry total energy in a) ensemble singular vector sensitivity (the sum of the 10-leading modes) and in b) ensemble adjoint sensitivity calculated from the 72-h ensemble forecast from 2 September 2005 produced by the Japan Meteorological Agency. Panels c) and d) show the initial and forecast ensemble spreads. The contours show the 500-hPa geopotential height at the initial (a, b, c) and the verification time (d). The verification region is marked by a rectangle in each panel.

4.2 急速に発達した低気圧

2005年12月25日から26日にかけて、日本海上を低気圧が発達しながら東進し、北海道沖の太平洋上で20 hPa程度強まった。25日には、新潟で 30.0 m s^{-1} の強風を記録し、山形県庄内町でJR羽越線特急の脱線転覆事故が発生した。26日には、北海道江差町で 40.8 m s^{-1} が強風、北海道上川町で日降雪量54 cmの豪雪が観測された。

12月23日からの3日予報を用いた感度解析[Fig. 2a, b]では、随伴感度は南に、特異ベクトル感度は東南東にのびているが、どちらも(45°E~60°E, 25°N~40°N)付近に強い感度が現れている。これは亜熱帯ジェットの流れの入り口にあり、南側のジェット上の峰に伴う感度であると解釈できる。初期時刻におけるアンサンブル・スプレッド[Fig. 2c]は、20°N~30°Nにある偏西風帯に沿って東西にのびている。強い感度が現れている峰でもスプレッドはある程度大きいですが、その上流や下流と比べると極小になっている。

このことから、感度解析は偏西風帯の中でもどのあたりが検証時刻での検証領域における摂動の発達

に重要であるかを示すことができることが分かる。検証時刻では、偏西風の蛇行が60°E以東で強化され、日本付近の谷も南下していることから、偏西風上のロスビー波の伝播が示唆される。

日本の東海上、偏西風下流に現れた感度は、先行する低気圧の発達に伴い北よりの季節風が強化されることに対応しているものと考えられる。

5. おわりに

本稿では、機動的観測の対象領域決定や誤差伝播の分析の資料となる予報感度解析について紹介し、アンサンブル予報を用いた二つの手法を定式化した。アンサンブル随伴及び特異ベクトル法感度解析について具体的な手順を示し、気象庁週間アンサンブル予報に適用した。

熱帯低気圧の例では、アンサンブル・スプレッドが大きい台風や前線付近の他に偏西風の上流にも高感度領域が検出された。温帯低気圧の例では、アンサンブル・スプレッドは偏西風に沿って東西にのび

ているのに対し、偏西風上流の峰を強調する高感度領域が得られた。

これらの例から、感度解析は検証時刻で検証領域において発達する摂動を適切に抽出していることが確認された。

本稿で示した例では、導出の際に仮定した正規化や直交性について検証していないが、厳密には適切な前処理を追加する必要がある。ここで用いたデータでは、正負の摂動が別のメンバーとして用いられている。摂動は時間とともに非線型発展するため、意味のある情報を含んでいる。しかし、初期時刻においては独立なメンバーはコントロール予報を除く全メンバー数の半分となる。そのため、本稿で示し

た特異ベクトル感度解析では、上位10モードの和の結果として示した。

今後は様々な事例に適用して検証するとともに、上述の正規化及び直交化やサンプル数不足に起因するノイズの影響について調べていく必要がある。

謝 辞

気象庁週間アンサンブル予報データは、京都大学生存圏研究所のサーバから取得した。感度解析及び描画には、The NCAR Command Language (2014) を用いた。

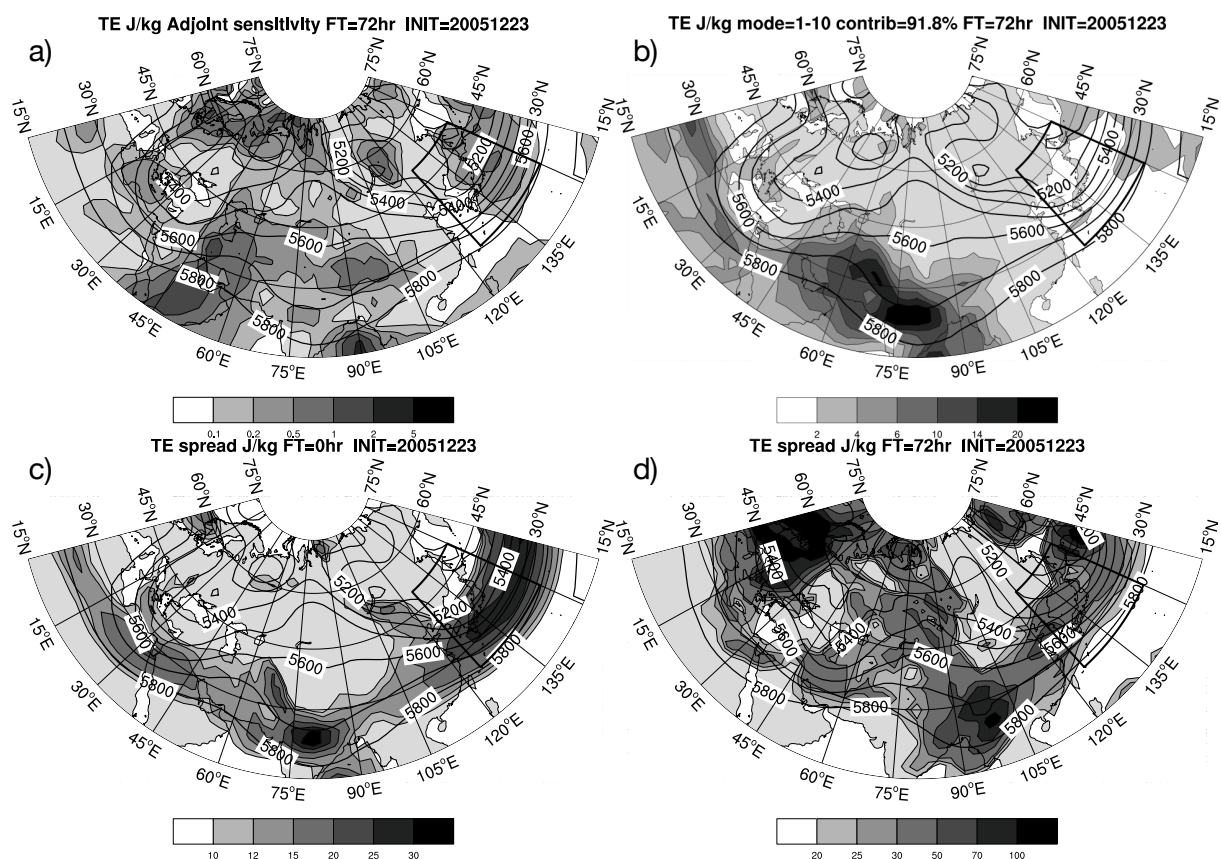


Fig. 2: As in Fig. 1 but for the initial time at 23 December 2005.

参考文献

- 榎本剛・山根省三・大淵済 (2006) : アンサンブルを用いた簡易感度解析, 「異常気象と長期変動」 研究集会報告, pp. 40–43.
- 経田正幸 (2006): 週間アンサンブル予報, アンサンブル技術の短期・中期予報への利用～激しい気象現象の予測向上を目指して～, 数値予報課報告・別冊52号, 気象庁予報部, pp. 23–33.
- Ancell, B. and Hakim, G. J. (2007): Comparing adjoint- and ensemble-sensitivity analysis with applications to observation targeting, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 129, pp. 4117–4134.
- Bishop, C. H. Etherton, J. and Majamdar, S. J. (2001): Adaptive sampling with the Ensemble Transform Kalman Filter. Part I: theoretical aspects, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 129, pp. 420–436.
- Bisho, C. H. and Toth, Z. (1999): Ensemble transformation and adaptive observations, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 56, pp. 1748–1765.
- Buizza, R. and Monani, A. (1999): Targeting observations using singular vectors, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 56, pp. 2965–2985.
- Buizza, R., Tribbia, J., Molteni, F. and Palmer, T. (1993): Computation of optimal unstable structures for a numerical weather prediction model, *Tellus*, Vol. 45A, pp. 388–407.
- Enomoto, T., Ohfuchi, W., Nakamura, H. and Shapiro, M. A. (2007): Remote effects of tropical storm Cristobal upon a cut-off cyclone over Europe in August 2002, *Meteor. Atmos. Phys.*, Vol. 96, pp. 29–42.
- Enomoto, T., Yamane, S. and Ohfuchi, W. (2014): Simple sensitivity analysis using ensemble forecasts, *J. Meteor. Soc. Japan*, submitted.
- Gelaro, R., Buizza, R. and Palmer, T. N. and Klinder, E. (1998): Sensitivity analysis of optimal perturbations using singular vectors, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 55, pp. 1012–1037.
- Hamill, T. M. and Snyder, C. (2002): Using improved background-error covariances from an ensemble Kalman filter for adaptive observations. *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 130, pp. 1552–1572.
- Ito, K. and Wu, C.-C. (2013): Typhoon-position-oriented sensitivity analysis. Part I: theory and verification. *J. Atmos. Sci.* Vol. 70, pp. 2525–2546.
- Langland, R. H., Shapiro, M. A. and Gelaro, R. (2000): Initial condition sensitivity and error growth in forecasts of the 25 January 2000 East Coast snowstorm, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 130, pp. 957–974.
- Liu, J. Kalnay, E., Miyoshi, T., Cardinali, C. (2009): Analysis sensitivity calculation in an ensemble Kalman filter, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 135, pp. 1842–1851.
- Matsueda, M., Kyouda, M., Toth, Z., Tanaka, L. H. and Tsuyuki, T. (2011): Predictability of an atmospheric blocking event that occurred on 15 December 2005, *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 139, pp. 2455–2470.
- Mu, M., Duan, S. and Wang, B. (2003): Conditional nonlinear optimal perturbations and its applications. *Nonlin. Processes Geophys.* Vol. 10, pp. 493–501.
- Nishii, K. and Nakamura, H. (2010): Three-dimensional evolution of ensemble forecast spread during the onset of a stratospheric sudden warming event in January 2006, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 136, pp. 894–905.
- Rabier, F., Klinker, E., Couriter, P. and Hollingworth, A. (1996): Sensitivity of forecast errors to initial conditions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 112, pp. 121–150.
- Snyder, C. (1996): Summary of an informal workshop on adaptive observations and FASTEX, *Bull. Amer. Soc.*, Vol. 77, pp. 953–965.
- The NCAR Command Language (Version 6.2.0) [Software] (2014): Boulder, Colorado: UCAR/NCAR/CISL/VETS. doi:10.5065/D6WD3XH5
- Torn, R. D. and Hakim, G. J., (2008): Ensemble-based sensitivity analysis. *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 136, pp. 663–677.
- Wu, C.-C., Chen, J.-H., Lin, P.-H. Lin and Chou, K.-H. (2007): Targeted observations of tropical cyclone movement based on the adjoint-derived sensitivity steering vector, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 64, pp. 2611–2626.

(論文受理日 : 2014年6月11日)