

加振粉体とその周辺

— 振動させることで見えてくる不思議な世界 —

京都大学 宮崎 修次

Syuji MIYAZAKI

Key Words: 加振粉体, 相転移, 臨界現象, パターン形成

1 砂に魅せられた風景

安部公房の小説「砂の女」の主人公はニワハンミョウという昆虫を探して砂に満ちた風景にたどり着く。ニワハンミョウを語り、それがすみ着く砂地を語る。砂粒の平均粒子径を語り、その分布を語る。乱流を語り、流動する砂のイメージを語る [1]。「砂が固体でありながら、流体力学的な性質を多分にそなえている（中略）砂ってやつは、静止している状態じゃ、なかなかその本質はつかめない... 砂が流動しているのではなく、実は流動そのものが砂なのだ」[2] ここでは、加振することで見えてくる粉体の諸相の一端をご紹介したい。

流動する砂のイメージはどの国の高校生レベルの生徒にとっても、進んだ科学研究のよき題材であろう。1992 年から 1995 年までドイツのエッセン大学に留学していたが、そのドイツの科学教育の専門誌の一記事に「砂の中の構造 — 粉体の集団挙動と自己組織化」という記事 [3] を帰国してだいぶ経ってから見つけた。著者はエッセン大学所属とあるが、お会いした記憶がない。著者による WEB 版の記事の URL [3] を参考文献リストに記しているので、特に、図を参考にされたい。「砂の女」の砂丘に現れる流動する砂のイメージは長い時間をかけて形成されるが、学校の授業ではそんなに長く待つてはいられない。振動台にのせた砂や粉体を加振すれば、さまざまな粉体の時空構造を容易に観察できる。「粉体技術」においても、2022 年から「私たちの自由研

究・課題研究」というコーナーが設けられ、高校生の粉体研究が紹介されている。日本物理学会年次大会と同時に開催される Jr. セッションでも時折、粉体に関する研究が見受けられる。

大小様々な種類のナッツを適当な容器に入れて揺ると大きなナッツが上に浮き上がってくる。ブラジルナッツ効果と呼ばれ、容易に確認できるため読者のみなさんでお試し頂きたい。その理論的な解析の一例は他の文献 [4] に譲るとして、この記事の主眼は加振粉体の様々な挙動の紹介であり、次章では、鉛直方向の加振を扱い、第 3 章では、水平方向の加振を扱う。

2 鉛直加振

—物言わぬ粉体も物言う株主も—

前述の WEB 版記事 [3] の図 13(Abb.13) を御覧頂こう。ドイツ語で書かれているので、適当な翻訳アプリ等で解読して頂きたい。同種の英文解説記事の一つも挙げておく [5]。円筒状の容器の中央を仕切る一定の高さの隔壁で容器の下部は 2 室に分かれている。底面は鉛直方向に振動するようになっている。初期に 2 室に同数の粉体を入れ、この振動の振幅や振動数、全粒子数、粒子径などのパラメータをうまく調整し、加振を始め、しばらく待つと片方の部屋にほとんどの粒子が集まる様を観察できる。実験を行うごとに、どちらの部屋に凝縮するかは変わり、予測はできない。私がかつてスーパーサイエンスハイスクールの指導委員を務めていた兵庫県立加

古川東高等学校の生徒たちは大型のスピーカを振動台とし、アンプやパソコン接続し、振動数などを調節しながら実験を行っていたと記憶している。この研究発表は2015年の日本物理学会 Jr. セッション [6] で奨励賞を受賞している。

上記の現象を精緻に解析し、マクスウェルの悪魔を連想させるように誘導した論文が Jens Eggers によって著された [7]。同氏は私がエッセン大学に滞在していたときに、隣の研究室に所属しており、エッセン大学のオーケストラでチェロだったかコントラバスを演奏していたように臆げに記憶しているが、このような論文を著していたことは当時は知らなかった。前述のドイツ語の記事のような有限の高さの隔壁ではなく、天井まで届く隔壁の途中に小さい穴があいているという設定に変わっている。粒子の速度分布がマクスウェル分布に従うと仮定し、一つの粒子がこの穴に達し、その粒子の速度がその穴を通り抜ける条件を満たす確率から片方の部屋からもう片方の部屋への粒子の流れ（流束）を求め、片方の部屋に滞在する粒子数の時間発展方程式を求めることができる。その結果、両方の部屋にほぼ同数の粒子が存在する状態と片方の部屋に粒子が凝縮する状態の間で相転移が生じることが導ける。あたかも、穴のところにマクスウェルの悪魔がいて、片方の部屋に粒子を集めているような感じがするが、初期状態に非常に敏感な現象で、両方の部屋の粒子数同数というバランスがいったん崩れ、片方の部屋の粒子数が多くなると、その部屋の粒子間衝突頻度は増えるが、もう片方の部屋の粒子間衝突頻度は減り、自由な放物運動の割合と穴を通り抜ける頻度が増え、粒子数が多くなった部屋の粒子数はますます多くなり、凝縮が起こる。そのバランスの破れは初期条件や外乱に敏感に依存する。これはカオスの初期値敏感依存性に似ている。この現象が「粉体のマクスウェルの悪魔」と呼ばれることもあるが、本来の「マクスウェルの悪魔」[8, 9] とはまったく関係がないので、誤解を招く表現であることにも注意されたい。

高校の進んだ科学研究としての粉体研究は多くの困難を伴う。最も大きな問題は数値解析であろう。

大学の修論や卒論の研究であれば、実験を再現する、あるいは、説明する理論解析、または、数値解析を行う形でまとめられていくのだろうと思う。ところが、粉体の数値解析は数年前の高校のカリキュラムでは、よほど例外的な高校生を除けば実行不可能に見えた。私が粉体の研究を始めたきっかけは、高校生には粉体研究は難しいだろうと思って、修士課程や学部4回生の研究テーマに引き上げたことから始まる。現在では、高校に「情報」という科目が導入され、数値解析への道筋が高校生に提示されている。物理も数学もプログラミングも得意な高校生が進んだ科学研究のテーマとして粉体を選ぶことを期待している。なお、鉛直加振による粉体の凝縮現象は国際物理オリンピック 2016 の実験問題「飛び跳ねるビーズ」として出題され、日本物理学会誌に解説記事 [10] があることを付記しておきたい。

「飛び跳ねるビーズ」には「相転移と不安定性」という副題が付けられている。底面が激しく振動する状態に対応する高温では、穴、あるいは、隔壁の上部を行き来する粒子が多く、両室の粒子数の差の絶対値のようなものを秩序変数にとると、この秩序変数は0に近い値をとる。底面の振動を少し弱くすると、片方の部屋に偏る凝縮が生じる。これが低温の状況である。このような状況は磁性体の相転移と類似していることに気づかせることも出題意図の一部であろう。磁性体であれば、温度を変化させるだけではなく、外部磁場を変化させることができる。「飛び跳ねるビーズ」での外部磁場は何であろうか。仕掛けはいろいろと設ければよいが、例えば、容器を鉛直方向から少し傾け、片方に粒子が移りやすくなる状況を強制的に作り出すことができる。このようにして、温度のみならず、外部磁場（底面の水平に対する傾角）を自由に変えられるようになった「飛び跳ねるビーズ」の相転移において、磁性体の相転移と同様に、臨界指数やスケーリング関数を解析的に導出することができ、磁性体のものと比較することができる [11]。

国際物理オリンピック 2016 の実験問題は磁性体の相転移と鉛直方向の加振粉体の凝縮現象の相転移の類似性に問題文の中で言及しているが、そのよう

な類似性はもっと広い範囲で成り立っている。最近では、NISA や iDeCo に対する関心が高まり、投資を始める方もかなり増えたのであろう。金融機関のサイトの検索窓に「プロスペクト理論 [12]」と入力すると、投資の文脈に偏るものの、2002 年のノーベル経済学賞の受賞理由の一部でもある不確実性がある環境下で意思決定を行うときの人間本来の認知バイアスを取り入れた意思決定モデルの説明が現れると思う。A: 確率 1 で 3000 ドルを失う。B: 確率 0.8 で 4000 ドルを失い、確率 0.2 で 1 ドルも失わない。あなたなら A, B どちらを選びますか。C: 確率 1 で 3000 ドルをもらう。D: 確率 0.8 で 4000 ドルをもらい、確率 0.2 で 1 ドルももらわない。あなたなら C, D どちらを選びますか。このような意思決定の平易な例題から出発する入門的な WEB 教材 [13] もあるので、ご参照願いたい。投資から離れ、選挙で誰かを選ぶとか、国民投票で何らかの事項の賛否を問うといった合意形成の一例と考えてもいい。粒子が片方の部屋に偏る低温相は、特定の候補が高い得票率を集める状態であり、両室均等に粒子が存在する高温相は、複数の候補に票が分散することに対応する。このような社会科学の研究対象であっても磁性体や粉体と同様に相転移や臨界現象が議論できることを指摘しておきたい [14]。物言わぬ粉体に対しても、物言う株主に対しても、臨界現象が議論できるのである。

なお粉体の数値解析では、異なる現象に対して異なる数値解析手法が用いられる。次の章で扱う現象では、数密度が高く、粒子が密集しているが、この章では、粒子間衝突の瞬間以外は各粒子が放物運動を行っている。どちらかという粉体が気体のように振舞っている。このようなときよく用いられる計算手法はイベント・ドリブン法と呼ばれるものである。今回の特集「粉体に関わる興味深い現象」の執筆者のおひとりである礒部氏の論文 [15] を参考にされたい。

加古川東高校が粉体に関心を持ったきっかけはある大学の学園祭で粉体時計のデモンストレーションに触れたことだと聞いている。粉体のマクスウェルの悪魔と同じ実験装置に粒子径が二つの値をとる大

粒と小粒の粒子を封入し、同様に加振すると、大粒、小粒とも片方の部屋に凝縮したり、両室ほぼ均等に滞在したりするほか、大粒が片方の部屋、小粒がもう片方の部屋に偏り、時間が経過すると大粒と小粒の偏る部屋が入れ替わるという粉体時計と呼ばれる振動現象が観測される [16]。粒子数変動の時間発展方程式を現象論的に導出した研究 [17] もあるが、紙数の都合で詳細は割愛する。

3 水平加振 — パターン形成の宝庫 —

粉体時計のときと同様に大粒、小粒の 2 種類の粒子を準備し、浅くて底面の広い容器に入れ、垂直方向ではなく、篩にかけるように水平方向に振る。その振り方をうまく調整すると、振動方向と垂直に縞模様が生じたり、平行に縞模様が生じたりする。そのことを現象論的な 1 次元モデルで説明する研究 [18] もある。数値解析では 2 次元系（有界な長方形領域に円盤を封じたもの）として扱われることが多く、大粒円盤や小粒円盤の総面積の底面積に対する比（充填率）が底面との摩擦係数等と並んで主要なパラメータとなる。粒子は粉体のマクスウェルの悪魔のときと比べるとかなり密で、大粒と小粒の充填率の和はかなり 1 に近く、数値解析手法として離散要素法 [19] が用いられることが多い。

「砂の女」の第 1 章第 2 節 [1] には、「江之島海岸の砂であろうと、ゴビ砂漠の砂であろうと、その粒の大きさにはほとんど変化がなく、 $1/8\text{m.m.}$ を中心に、ほぼガウスの誤差曲線にちかいカーブをえがいて分布しているということである」とある。粒子径が分布するとき、粉体のマクスウェルの悪魔のような凝縮の相転移は一定粒子径のときと比して、どのような違いが出てくるのかという動機から一つの研究テーマにとりかかったが、あるとき、粒子径の分布は水平加振の縞模様にどのような影響を与えるかという研究テーマも加わった。当初は縞模様が壊れるだけだろうと思っていたが、数値解析の範囲内だが、振動をうまく制御すると網目模様のようなものが現れてくる [20]。これを実験的に検証する読者が現れるとありがたい。無償で全文 PDF が閲覧できるこの報告 [20] の Fig. 1 に、数値解析により網

目模様ができていく過程のスナップショットを示しているのご参照頂きたい。水平方向に揺らすだけで、細胞壁のようなもの（大粒）と細胞質のようなもの（小粒）からなる網目模様がランダムな初期配置から自発的に形成されていく様は極めて興味深い。

謝辞と参考文献に関する注意

本記事に記載した研究の一部は JSPS 科研費 23K03260「周期外力下の粉粒体・帯電微粒子の挙動やパターン形成の幾何学的・数値的研究」の助成を受けたものである。

以下の参考文献の (DOI) を <https://doi.org/> に置き換えた文字列の URL から該当論文の全文 PDF を無償で閲覧できる。(PREPRINT) を <http://hdl.handle.net/> に置き換えた文字列の URL から該当論文の著者版プレプリント全文 PDF を無償で閲覧できる。また、日本物理学会誌の記事については、最新の1年分の記事を除いて無償で閲覧できる [21]。

参考文献

- [1] 安部公房: “砂の女”, 新潮文庫, 第1章第2節, pp.8-18 (1956)
- [2] 安部公房: “砂の女”, 新潮文庫, 第2章第14節, pp.109-110 (1956)
- [3] H. J. Schlichting, V. Nordmeier: “Strukturen im Sand –Kollektives Verhalten und Selbstorganisation bei Granulaten–”, MNU - Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, **49**(6) pp.323-332 (1996) WEB 版論文
https://duepublico2.uni-due.de/servlets/MCRFileNodeServlet/duepublico_derivate_00000154/sand1.html
- [4] Anthony Rosato, Katherine J. Strandburg, Friedrich Prinz, and Robert H. Swendsen: “Why the Brazil nuts are on top: Size segregation of particulate matter by shaking”, Phys. Rev. Lett. **58**(10), pp.1038-1040

- (1987)
- [5] Ko van der Weele: “Granular gas dynamics: how Maxwell’s demon rules in a non-equilibrium system”, Contemporary Physics **49**(3), pp.157-178 (2008)
- [6] 2015 年度 日本物理学会 Jr. セッション サイト
<https://www.gakkai-web.net/butsuri-jrsession/2015/>
<http://pdf.gakkai-web.net/butsuri-jrsession/2015/Jr.pdf>
- [7] Jens Eggers: “Sand as Maxwell’s Demon”, Phys. Rev. Lett. **83**(25), pp.5322-5325 (1999)
- [8] 都筑卓司: “新装版 マックスウェルの悪魔 — 確率から物理学へ”, 講談社ブルーバックス (2002)
- [9] 田崎晴明: “「悪魔」との取り引き: エントロピーをめぐる”, 日本物理学会誌 **66**(3), pp.172-173 (2011)
(DOI)10.11316/butsuri.66.3_172
- [10] 早野龍五: “飛び跳ねるビーズ — 国際物理オリンピック 2016 の実験問題”, 日本物理学会誌 **75**(12), pp.770-773 (2020)
(DOI)10.11316/butsuri.75.12_770
- [11] Yota Nonaka, and Syuji Miyazaki: “Critical Behaviors of Asymmetric Granular Maxwell’s Demon Phenomenon”, J. Phys. Soc. Jpn. **91**(10), 104006 (2022)
(PREPRINT)2433/276557
- [12] Daniel Kahneman and Amos Tversky: Econometrica, **47**(2), pp.263-292 (1979)
- [13] “Decision-Making Under Uncertainty — Advanced Topics”
http://www.econport.org/econport/request?page=man_ru_advanced_prospect
- [14] Yota Nonaka, and Syuji Miyazaki: “Analyses of Consensus Building Models Based on the Prospect Theory for Equilibrium States”, J. Phys. Soc. Jpn. **90**(10), 104803

- (2021) (PREPRINT)2433/265437
- [15] Masaharu Isobe: “Simple and efficient algorithm for large scale molecular dynamics simulation in hard disk system”, *Int. J. Mod. Phys. C* **10**(7), pp.1281-1293 (1999)
 - [16] Sparisoma Viridi, Malte Schmick, and Mario Markus: *Phys. Rev. E* **74**(4), 041301 (2006)
 - [17] R. Lambiotte, J. M. Salazar, L. Brenig: “From particle segregation to the granular clock”, *Phys. Lett. A*, **343**(1-3), pp.224-230 (2005)
 - [18] Masashi Fujii, Akinori Awazu, and Hiraku Nishimori: *Phys. Rev. E* **85**(4), 041304 (2012)
 - [19] P. Cundall, O. Strack: “A discrete numerical model for granular assemblies”, *Géotechnique* **29**(1), pp.47-65 (1979)
 - [20] Syuji Miyazaki, Naoya Nakane, Suguru Iwasaki: “Various Phenomena of Vibrated Non-Uniform Granular Particles”, *Forma* **37**(1), pp.17-20 (2021)
(DOI)10.55653/forma.2022.001.004
 - [21] <https://www.jstage.jst.go.jp/browse/butsuri/list/-char/ja>