

河域地形構成要素の平面量の分布特性に関する研究

友 杉 邦 雄

A STUDY ON FREQUENCY DISTRIBUTIONS OF PLANIMETRIC PROPERTIES OF STRUCTURAL ELEMENTS OF A RIVER BASIN GEOMETRY

By Kunio TOMOSUGI

Synopsis

For establishment of a general theory on the formation process of flood hydrographs in river channel networks, it will be one of the necessary things to grasp the statistical properties of structure of a river basin geometry.

From this point of view, statistical analysis of a river basin geometry was carried out mainly to clarify the characteristics of the frequency distributions of planimetric properties of stream links, which are structural elements of a river basin geometry, for sub-basin of River Daido of Shiga Prefecture, Japan, using some other published data for comparison.

The main results are as follows: 1) The characteristics of frequency distributions of planimetric properties of interior links are clearly differs from those of exterior links. 2) The lognormal distribution fits the data of exterior link lengths and associated areas reasonably well. 3) The gamma or Weibull distribution fits the data of interior link lengths. 4) The Weibull distribution may fit the data of interior associated areas. 5) Any known mathematical distribution dose not fit the data of drainage densities and shape indices of links.

1. ま え が き

著者らは河道網系における洪水の形成過程に関する一般理論の確立を目指しているが、それには河道網のトポロジーの構造や河道位数 (stream order) 等の概念によって分類される河道の長さ・集水面積・勾配等に関して、平均的な特性のみならず、個々の量の分布特性をも明らかにしておく必要があると考えられる。

従来こうした研究は多くの地形学者、水文学者によって行われ、ことに河道網の構造については、それがトポロジー的にランダムであるという仮説のもとに理論的に様々な統計則^{1),2),3),4)}が導かれ、ほぼ出尽した観がある。一方、長さ、面積、勾配等に関しても Horton の法則をはじめとして、いろいろな地形則^{5),6)}が見出されているが、それらはほとんど河道位数ごとの平均値に関するものであり、各位数あるいは Melton⁷⁾ や Shreve²⁾ のいう枝路 (link) について、個々の量がどのような確率分布に従うかについては、いまだ定説がないものが多いようである。このうち、とくに枝路に関するものは、それが河道網の最小構成単位であるという意味で重要と考えられるが、この枝路の概念が比較的新しいことと計測の繁雑さのためか、位数 1 の河道と同じものである外部枝路 (exterior link) については別として、内部枝路 (interior link) について、その長さ、附随面積を計測された例は極めて少なく、わずかに、米国で Shreve^{3),8)} や Smart⁹⁾ ら、わが国では島野¹⁰⁾が行った程度ようである。

本研究は、この河域地形の構成要素である枝路、ことに内部枝路に関する平面量 (長さおよび附随面積) の計測データをつけ加え、それらの量がどのような確率分布に従うか、またそれらは外部枝路のものと比べてどうかを探ることを主目的として、淀川水系大戸川流域をとりあげて、地形図によって解析し、普遍性

を求め単なる分布のあてはめにとどまらぬことを目指して検討したものであるが、同時に、従来の主な地形則の適合性の検討等も若干加えた。なお、平面量に限ったのは、ことに内部枝路の立体量である勾配は明らかに統計的均一性がないためであり、ここでは勾配の計測は行っていない。

2. 大戸川流域の平面的地形解析

2. 1 大戸川流域の概況

大戸川は淀川水系瀬田川の支川であって、流域面積、約 190 km²、主流長、約 33 km、平均河道勾配は下流部で約 1/250、上流部で 1/250~1/100 の比較的急勾配の河川であり、流域一帯の表層地質はほぼ風化花崗岩から成っている。河道網は **Fig. 1** に示すように、いわゆる樹枝状 (dendritic) である。

2. 2 水源の定義

ここでは国土地理院発行の 5 万分の 1 の地形図に基づいて解析することにしたわけであるが、この種の研

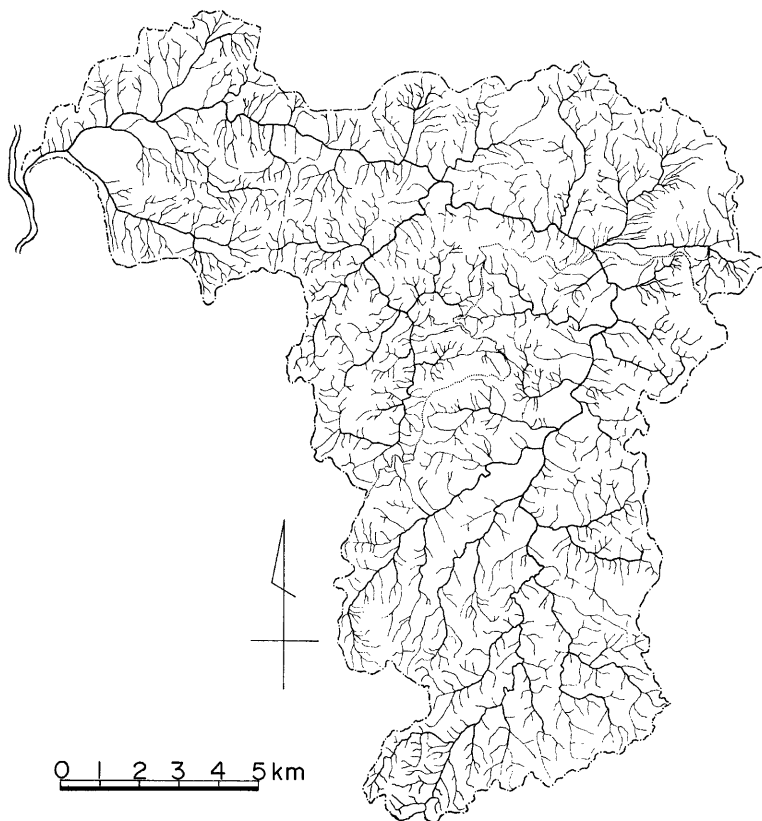


Fig. 1. Channel networks of River Daido of Shiga Prefecture. Sources are defined as points where channel slope is 0.2. Scale of the original map is 1/50000.

究においていつも問題になるのは、上流のどこまでを河道とみなすか、いいかえれば、水源 (sources, 外部枝路の始点) をどのようにして決めるかということである。この点についてはいろいろな方法が提案されているが、決定的なものではなく、ここでは、最近、Shreve⁸⁾ が試みた方法を模倣することにした。

それは、等高線の鋭角的な凹みを連ねる谷筋に沿って、1 等高線間隔すなわち 20 m だけ下位の等高線から水平距離にして 100 m 以上はなれた最も高い等高線と、谷筋とが交叉する点を水源と定義するもので、これによると、外部枝路の長さは 100 m を下限、勾配は 0.2 を上限とすることになる。ただし、Shreve は 2 万 4 千分の 1 の地形図を用いており、等高線間隔が 40 ft (12.2 m) であるので、勾配の上限を 0.2 とするため、上記の水平距離として 200 ft (61.0 m) としている。

この定義にもいろいろ問題はあるが、とにかくこの方法は作業が単純で客観的であるということで採用したわけである。

2.3 計測対象域と計測法

上記の定義によって得られた河道網が前掲の Fig. 1 であるが、実際に枝路の長さおよび附随面積を計測したのは同図中で点線で示した境界より上流域 (約 90 km²) である (ただし、河道網構造の解析は全流域をも対象とした)。この上流域 (以下単に上流域という) のすべての枝路に識別番号をつけ、各位数の河道長、集水面積をそれらを構成する枝路のものとの和として得られるようにした。

計測対象が小さくかつ多数 (外部枝路数 543, 内部枝路数 542) であるので、通常のキルビメータやプランメータでは無理であり、そのような場合に適したグラフペンデータ解析システムという比較的精度の高い装

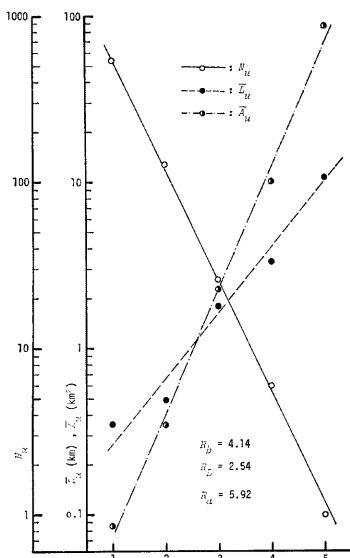


Fig. 2. Verification of the laws of stream numbers, stream lengths and drainage areas, based on the Strahler ordering for sub-basin of River Daido (upstream than dotted line in Fig. 1).

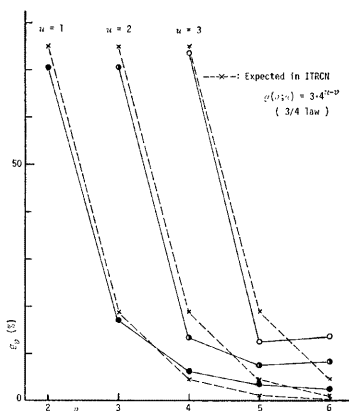


Fig. 3. Verification of the 3/4 law for River Daido. This law means that the probability of confluence of streams of order u to those of order $v(>u)$ is $3 \cdot 4^{u-v}$ in ITRCN (infinite topologically random channel networks).

置を用いて計測した。

2. 4 従来の主な地形則の適合性について

Fig. 2 は河道位数の概念に基づいた河道数則, 河道長則, 集水面積則の上流域における適合性を示すものである。ここに, N_u は位数 u の河道数, L_u は位数 u の河道の平均長, A_u は位数 u の河道の平均集

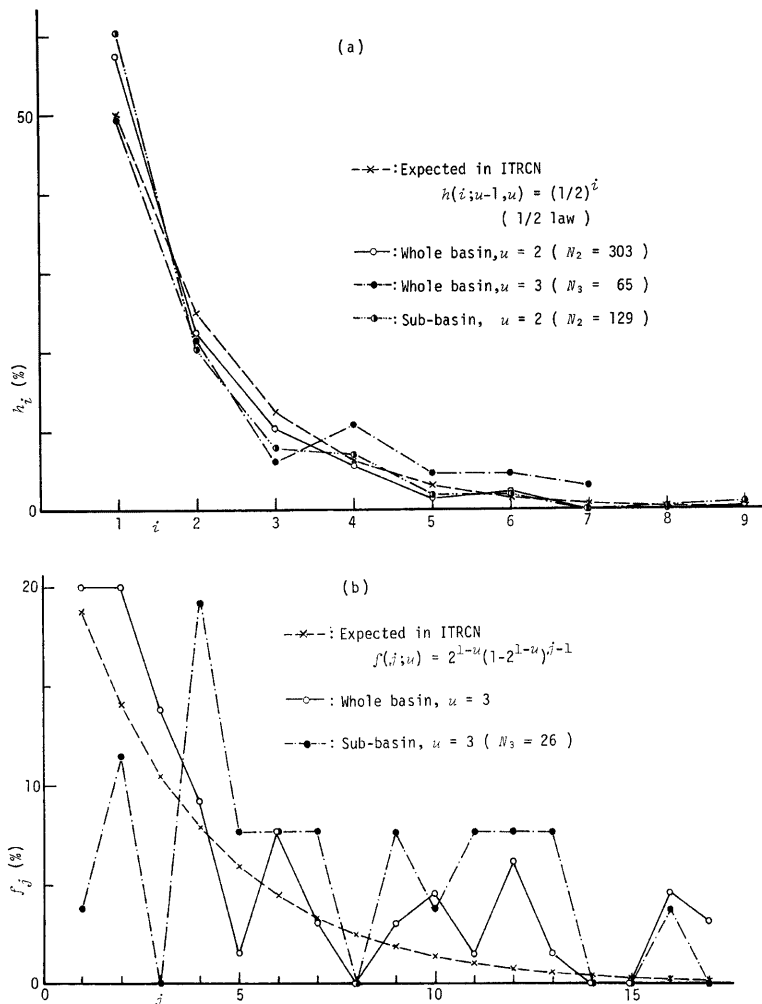


Fig. 4. (a) Verification of the 1/2 law for River Daido. This law means that the probability that numbers of confluent points made by streams of order $u-1$ and u becomes i is $(1/2)^i$ in ITRCN. (b) Verification of the Shreve's law about link numbers which compose streams of order u for River Daido. This law is the same as the 1/2 law only when $u=2$.

水面積で、 R_b , R_L , R_a はそれぞれ分岐比, 河道長比, 集水面積比である。ここでは Strahler 流の位数づけをしたためあってもか、河道長則の適合度は他に比して劣っている。

Fig. 3 は河道網構造に関して著者らが理論的に得た $\frac{3}{4}$ 則⁴⁾と称するものの適合性を全流域 ($N_1=1219$, $N_2=303$, $N_3=65$) について示したものである。ここに、 $\frac{3}{4}$ 則とは、無限のトポロジ的にランダムな河道網 (infinite topologically random channel networks, 略して ITRCN) において、位数 u の河道が、位数 v の河道に直接合流する確率が次式で表わされるというものである。

$$g(v; u) = 3 \cdot 4^{u-v} \quad (v = u+1, u+2, \dots) \quad \dots\dots\dots (1)$$

図中、掛印がその理論値を示し、適合度は u が小さい (河道数が多い) ほどよいことがわかる。

つぎに、**Fig. 4 (a)** は $\frac{3}{4}$ 則と同様にして得た $\frac{1}{2}$ 則⁴⁾と称するものの適合性を全流域および上流域について示したものである。ここに、 $\frac{1}{2}$ 則とは、ITRCN において、位数 u の河道に、位数 $u-1$ の河道がつくる合流点が i コになる確率が、 u にかかわらず次式のようにになるというものである。

$$h(i; u-1, u) = (1/2)^i \quad (u=2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (2)$$

やはり掛印が理論値で、ほぼ成立していることがわかるが、 $u=2$ の場合、 $i=1$ のものが若干多めになって、 $i=2, 3$ のものが少なめになっている。また、 $u=3$ の場合、河道数が比較的少ないためか若干、理論値との差が大きい。

Fig. 4 (b) は、Shreve³⁾ が得た河道網構造に関する統計則の 1 つで、ITRCN において、位数 u の河道を構成する枝路の数が j コになる確率が次式のような幾何分布になるというものの適合性を全流域と上流域で調べた図である。

$$f(j; u) = 2^{1-u} \cdot (1 - 2^{1-u})^{j-1} \quad (u=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、この統計則は、 $u=2$ の場合に限り、上記の $\frac{1}{2}$ 則と全く同じことを意味しているので、 $u=3$ の場合について、理論値 (掛印) と実測値を比較してある。全流域の場合 ($N_3=65$)、ほぼ理論値の傾向を示しているが、かなりばらつきが大きく、また上流域の場合 ($N_3=26$) では適合度は極めて悪いといえる。これは、この法則が成り立つには、位数 3 の河道数 N_3 が少な過ぎるためと考えられ、このことは、こうした統計則一般についていえることで、それぞれの統計則ごとにその成立限界といったものを明らかにしておく必要があらう。

2.5 枝路の平面量の計測結果と考察

(1) 長さと附随面積の相関

(a) 外部枝路の場合：**Fig. 5** は上流域におけるすべての外部枝路 (543コ) について、長さ l_e と対応する附随面積 a_e の関係を両対数紙上にプロットしたものである。かなりばらついているが、右上りの直線的傾向がみられ、相関解析をしたところ、 $\log l_e$ と $\log a_e$ の相関係数は 0.735 となった。また同図中に実線で示した直線は、 $\log l_e$ の $\log a_e$ に対する回帰線、破線の方はその逆の回帰線で、それぞれ式で表わすとつ

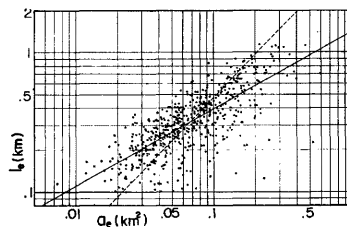


Fig. 5. Scatter diagram of exterior link lengths and associated areas for sub-basin of River Daido on log-log paper. Solid line is the regression of $\log l_e$ for $\log a_e$, and broken line is the inverse one.

ぎのようである。

$$\overline{\log l_e} = 0.5460 \log a_e + \log 1.3574 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\overline{\log a_e} = 0.9895 \log l_e + \log 0.2124 \quad \dots\dots\dots (5)$$

なお、 l_e の下限は 2.2 で述べた水源の定義により、0.1 km で、そのためか、ここでは a_e の下限は 0.01 km² 程度となっている。

(b) 内部枝路の場合：同様に、Fig. 6 はすべての内部枝路 (542コ) について、長さ l_i と対応する附随面積 a_i の関係を両対数紙上にプロットしたものである。やはり、かなりばらついているが、直線的傾向がみられる。 $\log l_i$ と $\log a_i$ の相関係数は 0.838 と、外部枝路の場合より若干大きい。図中の直線は、実線の方が $\log l_i$ の $\log a_i$ に対する回帰線、破線の方がその逆のもので、それぞれ次式のようなものである。

$$\overline{\log l_i} = 0.5652 \log a_i + \log 1.1919 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\overline{\log a_i} = 1.2423 \log l_i + \log 0.3006 \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお、計測不能なほど小さいため、この図にのせられない点が3つある。すなわち、 l_i 、 a_i の下限はゼロと考えられる。

(2) 外部枝路と内部枝路の平面量の度数分布の比較

(a) 長さ：Fig. 7 (a) は、 l_e と l_i の度数分布の比較図で、点線が l_e 、実線が l_i のものである。いずれも右側に歪んだよく似た形をしており、 l_e のものは、その下限値 0.1 km だけ右へずらしたような状態になっている。平均値は図中に示してあるとうり、 $\bar{l}_e/\bar{l}_i = 1.352$ となっている。

(b) 附随面積：Fig. 7 (b) が a_e と a_i の度数分布の比較図で、点線が a_e 、実線が a_i のものである。この場合は分布の形状が全く異っているが、それぞれの平均値の差はわずかで、 $\bar{a}_e/\bar{a}_i = 1.122$ となっている。

つぎに、各枝路の長ささと附随面積から計算される、河川密度 $D = l/a$ 、および形状指数ともいふべき $\phi = l^2/a = l/(a/l) = l/b$ (b ：いわば流域平均幅) の度数分布の比較も示しておこう。

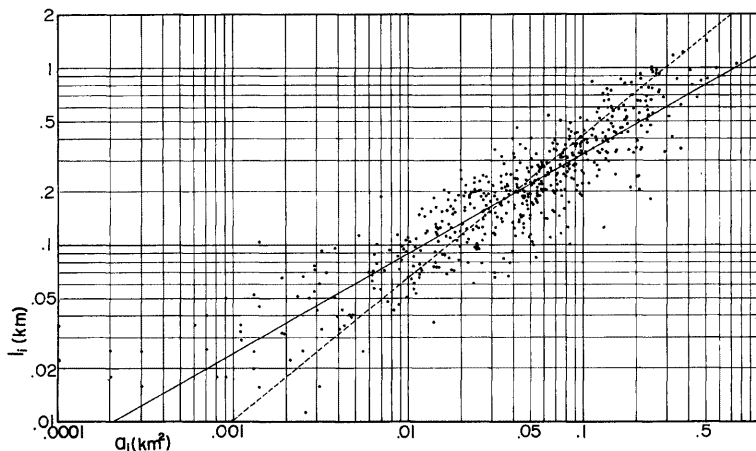


Fig. 6. Scatter diagram of interior link lengths and associated areas for sub-basin of River Daido on long-log paper. Solid line is the regression of $\log l_i$ for $\log a_i$, and broken line is the inverse one.

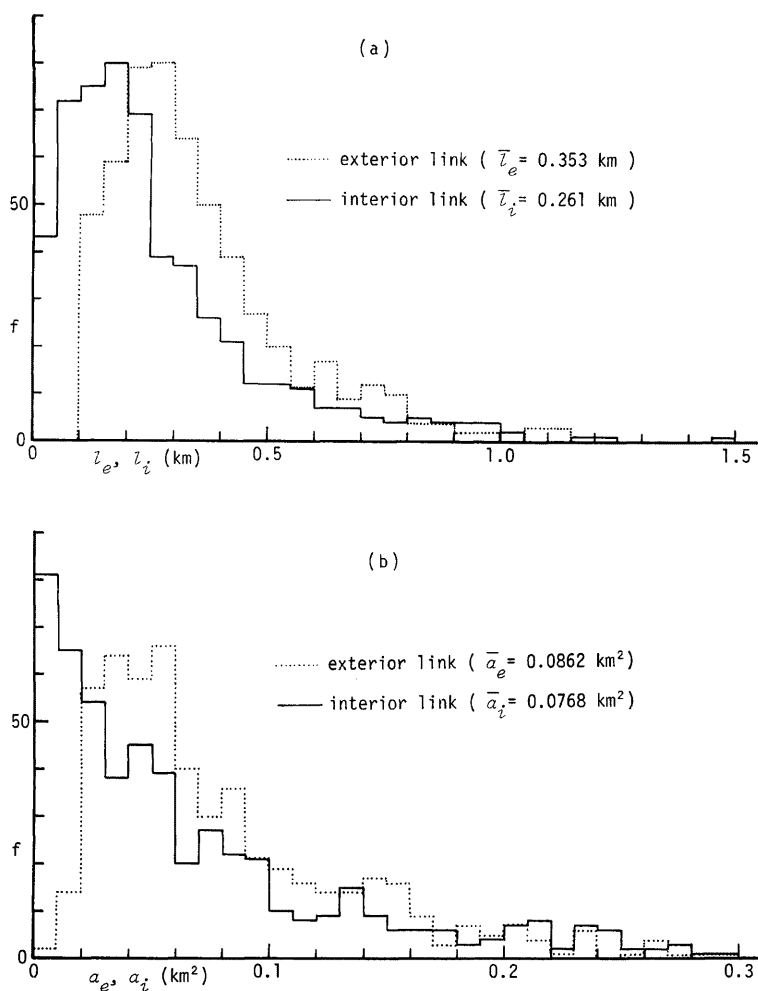


Fig. 7. Comparisons between frequency distributions of (a) link lengths, and (b) associated areas of interior and exterior links for sub-basin of River Daido.

(c) 河川密度：Fig. 8 (a) が D_e と D_i の度数分布の比較図で、点線が D_e 、実線が D_i のものである。いずれも右側に歪んでいるが、明らかに異った分布といえる。図中にしてあるように、平均値は内部枝路の方が大きく、 $\bar{D}_e/\bar{D}_i=0.598$ となっている。

(d) 形状指数：Fig. 8 (b) が ϕ_e と ϕ_i の度数分布の比較図で、点線が ϕ_e 、実線が ϕ_i のものである。これも明らかに異った分布をしており、平均値は ϕ_e のものの方が大きく、 $\phi_e/\phi_i=1.387$ となっている。ま

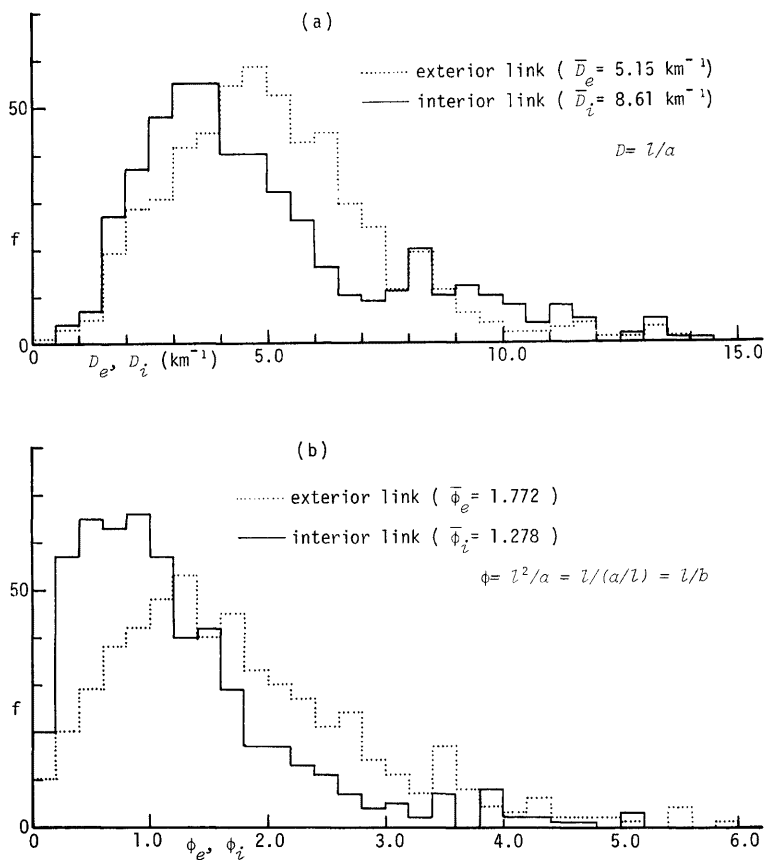


Fig. 8. Comparisons between frequency distributions of (a) drainage densities, and (b) shape indices of interior and exterior links for sub-basin of River Daido.

た、いずれの平均値も 1 より大きいので、各枝路の集水域の形状は、平均的にみて、枝路方向に細長いといえよう。

(3) 内部枝路の分類とその平面量の度数分布の比較

(a) 内部枝路の分類：内部枝路は、その両端で合流する河道が同じ側から合流しているものと、互いに反対側から合流しているものと 2 種に分類できる。前者を同側枝路 (cis-link)、後者を対側枝路 (trans-link) とよぶ。ただし そのどちらであるか判定がむずかしい場合があり、その場合は Horton 流の位数が高位のものを主体として決める。

この同側枝路と対側枝路の生じる確率は、もし河道網構造がトポロジ的に真にランダムであるなら、等しくなるはずである。ところが、James¹¹⁾らによって実河川では対側枝路の方が多くなっていることが報告され、その理由として、河の併呑 (river abstraction) や奪取 (river capture) を挙げている。すなわち、

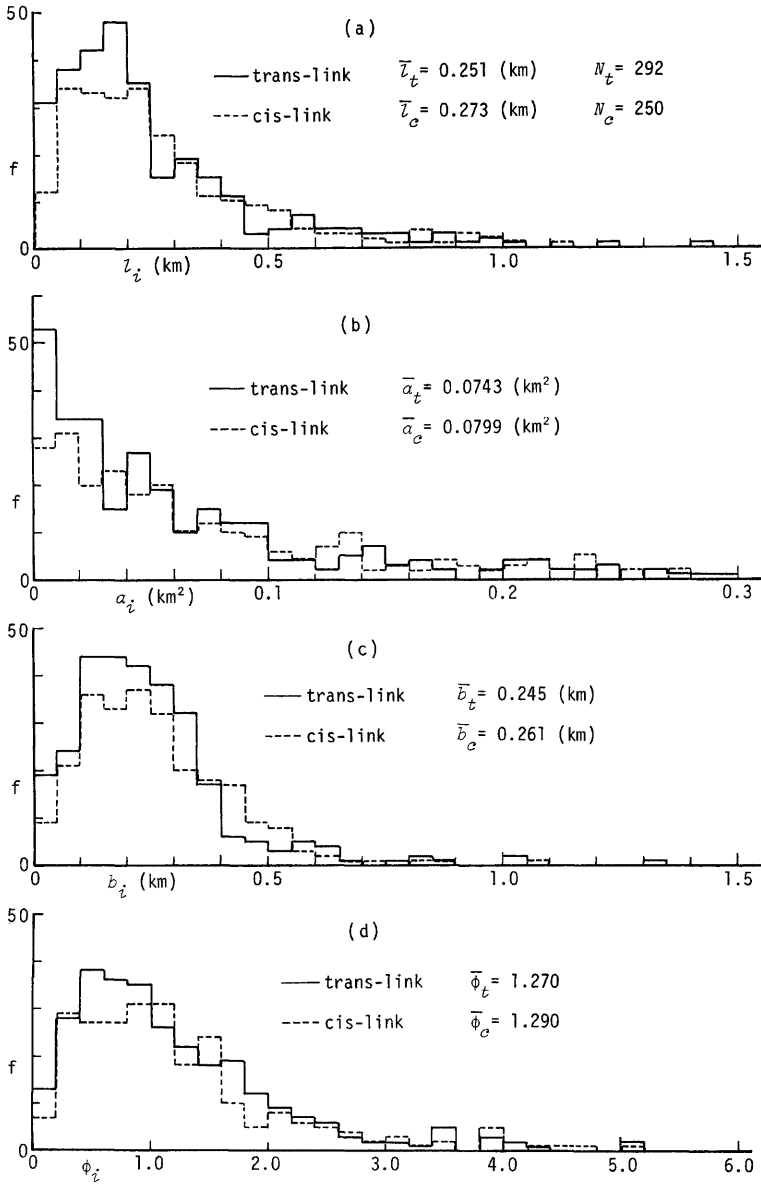


Fig. 9. Comparisons between frequency distributions of planimetric properties ((a) link lengths, (b) associated areas, (c) mena widths and (d) shape indices) of cis and trans links.

同じ側から隣り合って流入する河川が浸食によって1つになり、したがって同側枝路が減るというわけである。

そこで、ここでも、542コの内部枝路を同側枝路と対側枝路に分類してみたところ、やはり、前者の数 N_i が250、後者の数 N_t が292と対側枝路数の方がかなり多いことがわかった。この結果に基づいて、両者の生じる確率が等しいという仮説を検定したところ、有意水準5%で棄却された。すなわち、実河川は、厳密にはトポロジ的にランダムではないようである。

つぎに、この同側枝路と対側枝路の平面量の度数分布の比較を示しておこう。

(b) 平面量の度数分布の比較：Fig. 9の(a)~(d)に、長さ l 、附随面積 a 、平均幅 $b(=1/D)$ 、形状指数 ϕ の同側枝路(添字 c 、破線)と対側枝路(添字 t 、実線)の度数分布の比較図を示す(ただし相対度数ではないので実線の方は $250/292=0.862$ 倍して見る必要がある)。図中に示してあるように、いずれも平均値において同側枝路の方が大きくなっているが、ことに、長さと同側枝路の度数分布において、一番小さい階級の度数が同側枝路のものの方が目立って少なくなっている。このことは、先に挙げた理由で、小さい同側枝路が不安定であるからと考えられる。

3. 分布関数のあてはめと考察

ここでは、以上に示した枝路の平面量の度数分布に分布関数のあてはめを試みた結果等について、従来報告されているものと対比しつつ述べ、若干の考察を加える。

3.1 従来説と考察

(1) 外部枝路の場合

1でも述べたように、外部枝路は位数1の河道と同じものであることから、その長さ、附随面積の計測例は比較的多数あるわけで、それらの分布にあてはまる分布関数として、地形図の縮尺、水源の定義が様々であるにもかかわらず、共に対数正規分布が適しているといわれており、定説のようにになっている。

Fig. 10は対数正規率紙に、ここで得た l_e 、 a_e の累積分布と、比較例として、Shreve⁹⁾が2万4千分の1の地形図で水源を鋭角等高線の頂点にとった(勾配0.2の制限なし)ときに得た(Shreve (1)とする) l_e のもの、およびやはり Shreve⁹⁾が2.2で述べた水源の定義によって得た(Shreve (2)とする) l_e 、 a_e のものを示したものである。Shreve (2)の l_e のものを除いて、いずれもほぼ直線状になっており、ここにここで得たものは、 l_e 、 a_e 共に対数正規分布によく適合しているようである。

しかし、ここで定義した、あるいは他で通常定義されている l_e 、 a_e の下限値はゼロに限りなく近い値ではないことを思えば、そのような量が対数正規分布に従うというのは数学的厳密性に欠ける。また、それを便宜上許すとしても、対数正規分布自体の物理的意義、解釈といったものが明確ではないため、単に分布のあてはめにとどまってしまう。

なお、相関のある l_e と a_e の合成変数である D_e 、 ϕ_e の分布については、従来分布関数をあてはめた例は見当らず、また、ここで得られた度数分布も、これまで知られている分布関数のいずれにも適合しないようである。

(2) 内部枝路の場合

まず、 a_i の分布についてであるが、 a_i の計測例は l_i よりもさらに少なく、その分布形を記述した文献は見当らないようである。

一方、 l_i の分布形については、対数正規分布説と Shreve⁹⁾ および島野¹⁰⁾の最頻値がゼロでないガンマ分布説、および Smart⁹⁾の指数分布説があり、定説がない。

ここで得た l_i の度数分布は、前掲の Fig. 6(a)に示したように、右側に歪んだ分布であるから、まず対数正規率紙にプロットしてみたが直線状にはならなかった。そこで、ガンマ分布のあてはめを試みてみたところ、最尤解で、形状母数が1.5となるものを得、 χ^2 検定をしたところ χ^2 レベルが15%となり、ガ

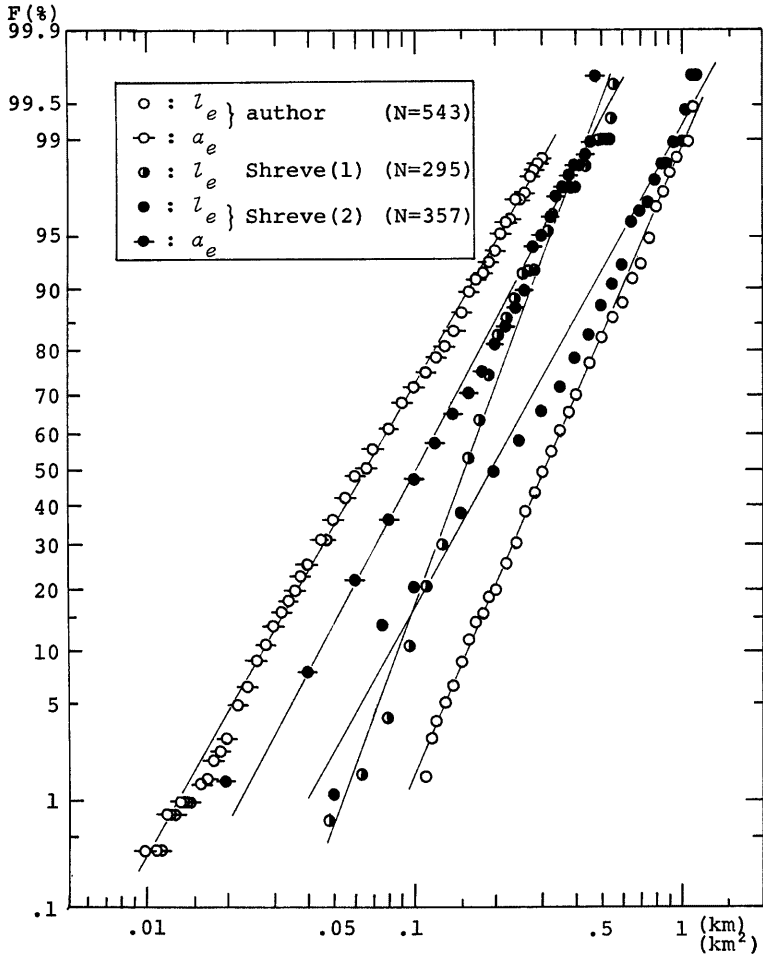


Fig. 10. Accumulated distributions of lengths and associated areas of exterior links for sub-basin of River Daido (author), basins of Rock house and Wolf creeks (Shereve (a)), and basin of Middle Fork of Rockcastle Creek (Shereve (2)), plotted on the probability paper for the lognormal distribution.

ンマ分布に従うという仮説は棄却できなかったが χ^2 レベルが15%では決して適合度が良いとはいえない。いずれにせよ、形状母数が整数でないガンマ分布の物理的意義、解釈は明確ではない。

ところで、Smart の指数分布説というのは、枝路の形成過程に関するある仮定のもとに、理論的に導かれたものであり、その意味で興味深いものである。その仮定とは、「河道に合流点ができる確率は、合流点なしにそれまで経過した距離に無関係である」というものである。ところが、Smart 自身が計測した l_i の

度数分布はやはり先に示したものと同様、最頻値がゼロ附近にないものであり、それに指数分布をあてはめるのは少々無理のようである。また、実際の枝路の形成過程を考えると、たとえば、2.5(3)で述べたように、短かい同側枝路は不安定であるといったことがあるため、Smartの仮定は現実的ではないように思われる。すなわち、合流点ができる確率は、それまで合流点なしに経過した距離に全く無関係ではないと考えられる。

そこでつぎに、このような枝路の形成過程の確率的特性を比較的確確に把握できる分布関数であるワイブル (Weibull) 分布との適合性を、まず l_i について調べてみた。

3. 2 内部枝路長のワイブル分布へのあてはめと考察

(1) ワイブル分布の特性

ワイブル分布はもともと極値分布の第3形に相当するものであるが、近年発達した信頼性工学¹²⁾の分野で故障率分布としてしばしば用いられ、水文学の分野では降雨・無降雨の継続時間の確率分布として知られている¹³⁾ものである。その確率密度関数 $f(x)$ および超過確率 $1-F(x)$ はそれぞれつぎのようである。

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \lambda m x^{m-1} \exp(-\lambda x^m), & x \geq 0 \quad (\lambda > 0, m > 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$1-F(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ \exp(-\lambda x^m), & x \geq 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(9)$$

また、期待値および分散はそれぞれつぎのようである。

$$E(x) = \lambda^{-1/m} \Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right) \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$V(x) = \lambda^{-2/m} \left\{ \Gamma\left(\frac{m+2}{m}\right) - \Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(11)$$

この分布の物理的な意義、解釈は、 x を枝路長と考えた場合、つぎのようになる。すなわち、次式で定義される $z(x)$ (信頼性工学の分野では x は故障するまでの時間で、瞬間故障率 (hazard rate) とよばれている)、

$$z(x) = f(x) / \{1-F(x)\} \quad (= \lambda m x^{m-1}) \quad \dots\dots\dots(12)$$

を考えると、これは、合流点なしに x だけ経過したときに、合流点ができる確率密度、いわば条件付確率密度を表わしており、それが x^{m-1} に比例すると解釈できる。したがって、 $m=1$ のときには、Smartの仮定のように、 $z(x)$ が x に無関係になり、 $f(x)$ は指数分布になる。

このワイブル分布に適合するかどうかの検定は、通常ワイブル確率紙が用いられ、直線の勾配が m に相当する。

このように、ワイブル分布は、それが従う変数の形成過程といったものの確率的特性を簡単な形で明確に把握できる特長がある。

(2) ワイブル確率紙による検定と考察

Fig. 11 はワイブル確率紙 (横軸 $\ln x$, 縦軸は $\ln \ln \{1/(1-F(x))\}$) に対応する $F(x)$ 上に、内部枝路長 l_i の累積分布をプロットしたもので、白丸印がここで得たもの、半黒丸印が前述の Shreve (1) のもの、黒丸印が Shreve (2) のもの、 ϕ 印が Smart⁹⁾ のものである。図よりわかるように、ここで得たものは3本の折線上に並び、他はほぼ1本の直線上に並んでおり、ここで得たものは形状母数 m の異なる3つのワイブル分布の組合せ 他は1つのワイブル分布に従っているといえる。ただし、この図のもとしたデータは、各文献に記された比較的粗い階級分けをした度数分布 (ただし、Shreve (2) のものは **Fig. 6** に示したような普通目盛の相関図) であるので、ゼロに近い階級のところの詳しいことが不明であり、そこまで同じ勾配の直線上にのるかどうかわからない。

それぞれの直線の勾配 m は、まず、ここで得たものは $l_i < 0.02 \text{ km}$ で、 $m=2.40$, $0.02 < l_i < 0.25 \text{ km}$ で、 $m=1.60$ であり、 $l_i > 0.25 \text{ km}$ では $m=1.08$ と指数分布に近い。また、Shreve (1) の勾配は、 $m=1.62$,

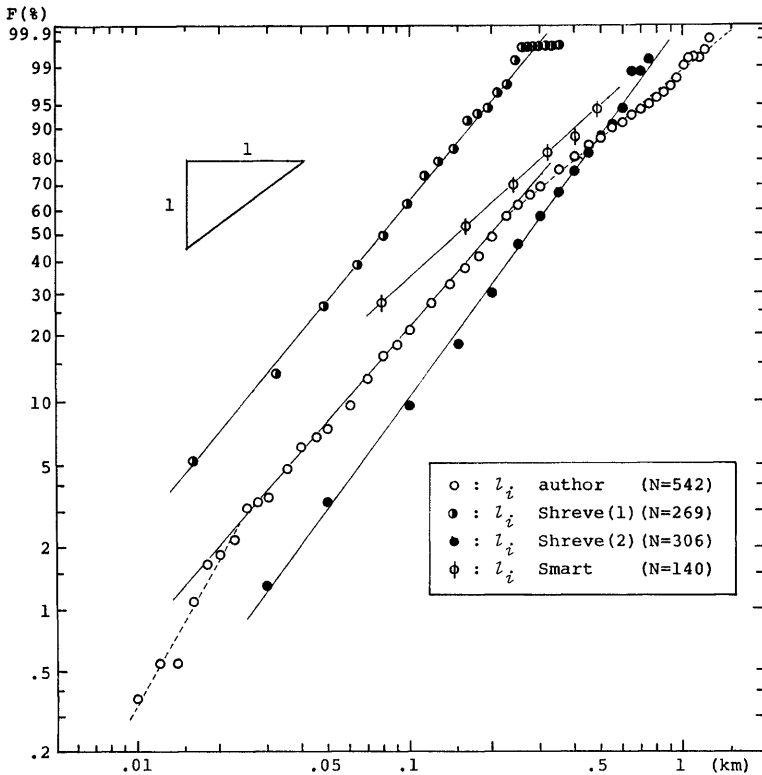


Fig. 11. Accumulated distributions of interior link lengths observed by the author, Shreve (1), (2), and Smart (in Gourd Creek and Coalpit Hollow), plotted on the probability paper for the Weibull distribution.

Shreve (2) のものは $m=1.81$ ，そして，Smart のものは $m=1.20$ となっている。

このように m の値は様々ではあるが，いずれも $m>1$ となっており，このような場合は信頼性工学でいう故障率のパターンとしては摩耗故障期 (increasing failure rate) に相当するが，合流点 (故障) なしに経過する距離 (時間) が長くなるほど合流点 (故障) が生じる確率が大きくなることを意味している。また，(12) 式よりわかるように $z(x)$ の増加率は $2>m>1$ において x の減少関数であり，ここで得た $l_i<0.02$ km までの $m=2.40$ を除いて，すべて m は 2 より小さいことも共通している。

以上のように，ワイブル確率紙の使用によって，内部枝路の形成過程の確率的特性がある程度明確に把握できたが，つぎに，同様に外部枝路の長さ，さらに拡張して，内部・外部枝路の附随面積の分布特性もワイブル確率紙で検討してみた。

3. 3 ワイブル確率紙による他の平面量の分布特性の考察

(1) 外部枝路の長さ

外部枝路の長さ l_e は 3.1(1) で述べたように，ほぼ対数正規分布に従うが， l_e の下限値はゼロではない

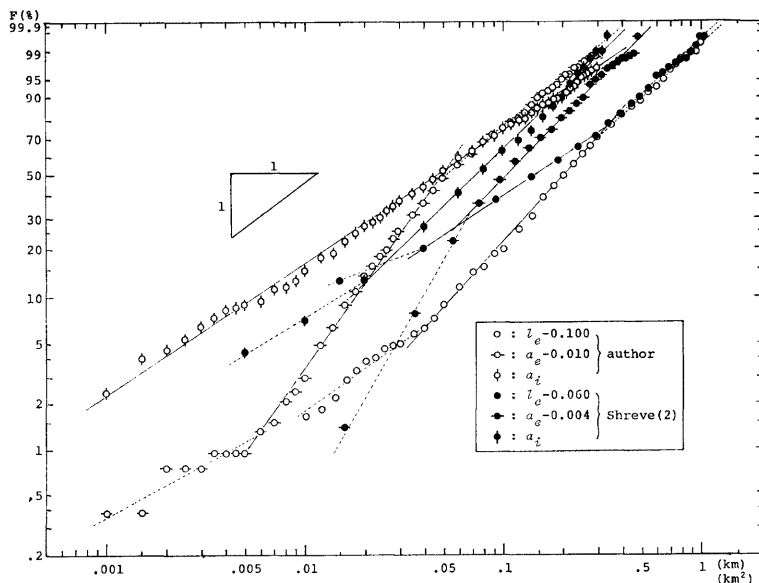


Fig. 12. Accumulated distributions of exterior link lengths and associated areas subtracted by those minimum values, and of interior associated areas subtracted by those minimum values, and of interior associated areas, observed by the author and Shreve (2), plotted on the probability paper for the Weibull distribution.

と考えられ、数学的厳密性に欠ける。そこで、ここでは、その下限値を差し引いたものの累積分布をワイブル確率紙にプロットするが、下限値として、定義により、ここで得たものは 0.100 km, Shreve (2) のものは 0.060 km とした。Fig. 12 の白丸印がここで得たもの、黒丸印が Shreve (2) のものである。いずれも 3 本の折線で近似でき、前者は、 $l_e - 0.100 < 0.04$ km で $m = 0.92$, $0.04 < l_e - 0.100 < 0.30$ km で $m = 1.27$, $l_e - 0.100 > 0.30$ km で $m = 1.19$ となっており、後者は、 $l_e - 0.060 < 0.04$ km で $m = 0.50$, $0.04 < l_e - 0.060 < 0.35$ km で $m = 0.87$, $l_e - 0.060 > 0.35$ km で $m = 1.21$ となっている。

$0 < m < 1$ の場合は、信頼性工学の分野では初期故障期 (decreasing failure rate) とよばれているが、ここでは、 l_e の下限値以後、合流点なしに経過した距離が短いほど合流点が生じる確率大きいことを意味する。両者のこまかい傾向は異なっているが、経過距離が短いうちは $m < 1$ で、かなり経過距離が大きくなると $2 > m > 1$ となっている点で共通している。また、 l_e のものと主な違いは $m < 1$ となるところがある点である。

(2) 外部枝路の附随面積

これも同様に対数正規分布に従うが、やはり、下限値はゼロではないと考えられる。その下限値は不明ではあるが、一応、ここで得たものは 0.010 km², Shreve (2) のものは 0.004 km² とすることにし、それらを差し引いたものをワイブル確率紙にプロットしてみた。それが、それぞれ同図で、横棒の出た白丸印、および黒丸印である。前者は 3 本の折線で、後者は 2 本の折線で近似され、それらの勾配は、前者では、 $a_e - 0.010 < 0.005$ km² で $m = 0.73$, $0.005 < a_e - 0.010 < 0.05$ km² で $m = 1.85$, $a_e - 0.010 > 0.05$ km² で $m = 1.10$ となっており、後者では、 $a_e - 0.004 < 0.07$ km² で $m = 2.31$, $a_e = 0.004 > 0.07$ km² で $m = 1.37$ となってい

る。ただし、前述のように、後者のデータはゼロに近い階級の詳細が不明であるので、2本の折線となったのかもしれない。

この場合の形成過程の解釈は、枝路の長さのように一次元的でなく複雑で、直観的には理解しにくい、枝路の長さを決める合流点のかわりに、合流点近傍の流域界を置き変えて考えると、ごくおおまかではあるが、理解できないこともなかろう。

なお、先の外部枝路長やこの場合のように下限値を差し引いたものは対数正規分布に従わず、また、下限値を差し引かないものをワイブル確率紙にプロットすると、曲線状になったことをつけ加えておく。

(3) 内部枝路の附随面積

内部枝路の附随面積 a_i の分布形については従来にもいわれていないが、前掲の Fig. 12 に示すようにワイブル確率紙にプロットしてみたところ、ここで得たもの（縦棒の出た白丸印）はほぼ1本の直線上に並び、また Shreve (2) のもの（縦棒の出た黒丸印）は2本の折線で近似できることがわかった。前者の勾配は $m=0.87$ 、後者は $a_i < 0.02 \text{ km}^2$ で $m=0.81$ 、 $a_i > 0.02 \text{ km}^2$ で $m=1.27$ となっている。

$m < 1$ の場合は、前述のように初期故障期に相当するわけであるが、 l_i のものは $m < 1$ となることがわかったことを考えると、やはり、面積の形成過程は複雑であって、長さの場合と全く同様には考えることはできないようである。

なお、互いに相関のある l_i と a_i の合成変数である D_i 、 ϕ_i の分布については、従来知られているどの分布関数にもあてはまらないようである。

4. あ と が き

以上、河域地形の構成要素である枝路の平面量の分布特性を探ることを主目的として、淀川水系大戸川流域をとりあげ、最近 Shreve の試みた水源の定義を模倣して、地形解析を行ない、まず、従来の主な地形則の適合性の検討、ならびに内部・外部枝路の長さや附随面積の相関解析およびそれらとそれらの合成変数である河川密度、形状指数の度数分布の内部枝路と外部枝路の場合の比較、さらに、内部枝路を同側枝路と対側枝路に分類した場合の平面量の度数分布の比較検討をし、つぎに、ことに、枝路の長さや附随面積の分布について、従来の説・計測例と対比しつつ、分布関数のあてはめを検討し、その結果、枝路の形成過程の確率的特性を明確に把握できるワイブル分布の有用性に気づき、ワイブル確率紙によってそれらの分布特性を検討した。

主な結果を列記するとつぎのようである。

- 1) ここで用いた水源の定義によっても 従来の主な地形則がほぼ成立する。
 - 2) 枝路の長さおよび附随面積の対数値はほぼ直線的な相関があり、相関係数は外部枝路で 0.735、内部枝路では 0.838 となった。
 - 3) 平面量の分布形は内部枝路と外部枝路とでは明らかに異なる。
 - 4) 同側枝路の数は対側枝路の数に比してかなり少なく、その原因は、短い同側枝路の不安定性にある。
 - 5) 外部枝路の長さおよび附随面積の分布は対数正規分布を、内部枝路の長さの分布は、ガンマ分布あるいはワイブル分布を、附随面積の分布はワイブル分布を、それぞれ近似的にあてはめることができるようである。
 - 6) 内部枝路の形成過程において、合流点の生じる確率は、それまで合流点なしに経過した距離の $m-1$ 乗に比例し、 m の値は距離によって不連続的に変わることがあるが、1 より大きい。
 - 7) 外部枝路の形成過程においても上記と同様であるが、ただ、下限値よりの経過距離が短い間は m が 1 より小さい点で異なる。
 - 8) 附随面積の場合は、長さの形成過程の特性とはかならずしも一致せず、複雑な現象のようである。
- およそ以上のような結果を得たわけであるが、用いたデータが限られたものであること、また、水源の定

義そのものに議論の余地があるため、ここに得られた結果の普遍性は保証されておらず、今後さらにこうしたデータの集積と解析が必要であろう。また、こうした量の分布特性を河道網系における洪水の形成過程の一般理論に具体的にどのように反映させるかについては目下検討中である。

最後に、本研究を遂行するに当り、複雑な枝路の長さ、附随面積の計測を熱心に助力願った京都大学工学部学生、喜多秀行 時松昌則の両君に心から感謝の意を表するとともに 昭和50年度科学研究費補助金（一般研究(C)）の一部を受けたことを記しておく。

参 考 文 献

- 1) Shreve, R.L.: Statistical Law of Stream Numbers, *Journal of Geology*, vol. 74, 1966, pp. 17~37.
- 2) Shreve, R.L.: Infinite Topologically Random Channel Networks, *Journal of Geology*, vol. 75, 1967, pp. 178~186.
- 3) Shreve, R.L.: Stream Lengths and Basin Areas in Topologically Random Channel Networks, *Journal of Geology*, vol. 77, 1969, pp. 397~414.
- 4) 石原藤次郎・高樺琢馬・瀬能邦雄（現姓友杉）：河道配列の統計則に関する基礎的研究，京都大学防災研究所年報，第12号 B，1969，pp. 345~365.
- 5) Chow, V.T.: *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill Book Company, 1964, pp. 4-40~4-73.
- 6) Yang, C.T.: Potential Energy and Stream Morphology, *Water Resources Research*, vol. 7, No. 2, 1971, pp. 311~322.
- 7) Melton, M.A.: A Derivation of Strahler's Channel Ordering System, *Journal of Geology*, vol. 67, 1959, pp. 345~346.
- 8) Shreve, R.L.: Variation of Mainstream Length with Basin Area in River Networks, *Water Resources Research*, vol. 10, No. 6, 1974, pp. 1167~1177.
- 9) Smart, J.S.: Statistical Properties of Stream Lengths, *Water Resources Research*, vol. 4, No. 5, 1968, pp. 1001~1014.
- 10) 島野安雄：Link magnitude 方式による水系網について，日本地理学会春季大会予稿集(4)，1973，pp. 94~95.
- 11) James, W.R. and W.C. Krumbein: Frequency Distribution of Stream Link Lengths, *Journal of Geology*, vol. 77, 1969, pp. 544~565.
- 12) たとえば，塩見 弘：信頼性の基礎，電気・電子工学大系 2，コロナ社，1975.
- 13) Grace, R.A. and P.S. Eagleson: The Synthesis of Short-Time-Increment Rainfall Sequences, *Hydrodynamics Laboratory Report*, No. 91, Department of Civil Engineering, MIT, 1966.