

電気粘性流体の物理

日産・基礎研 滝本淳一

1. はじめに

電気粘性流体 (Electro-Rheological Fluid: 以下ERF) [1-3]とは、シリコンオイル等の絶縁性の液体に金属や有機物等の分極しやすい物質の微粒子 (1 μm 程度の大きさ) を分散させた系で、電場によりその粘性が飛躍的に増大することを特徴とする。具体的には、 y -方向に電場 E をかけ、 $u_x = \dot{\gamma} y$ という shear flow (流速は x -方向、速度勾配は y -方向) の下でのずり応力 τ を測定すると

$$\tau = \tau_y + \eta \dot{\gamma} \quad (1)$$

の様にいわゆるBingham流体として振る舞う (図1)。そして降伏応力 τ_y はずり速度 $\dot{\gamma}$ にはほとんど依存せず、電場の2乗に比例することが実験的に知られている。典型的なERFでは $E \sim 1 \text{ kV/mm}$ の電場に対し、 $\tau_y \sim 10^3 \text{ dyn/cm}^2$ 程度である。

本講演では、このERFの電場による応力増加のメカニズムに関する我々の理論と計算機シミュレーション[4,5]を紹介する。

ERFは電場により流体内部に構造が形成されるなど、物理の研究対象として極めて興味深い内容を持っている。一方、電場に

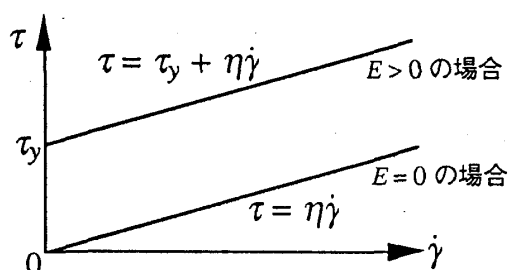


図1 ERFのずり速度と応力の関係

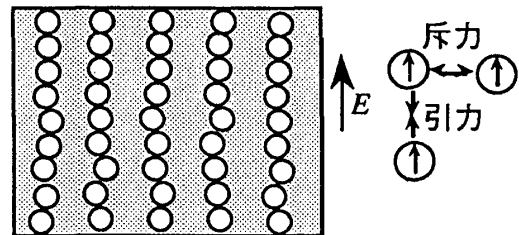


図2. 電場で誘起されたクラスター

より粘性あるいは応力が容易に制御できることから、クラッチやアクティブダンパ、あるいはアクチュエータなど多くの応用も考えられている。実用化の為の最大の課題は発生する応力をより強くすることにあるので、応力の強さが何によって決まっているかを明らかにすることは、応用上も極めて重要である。

2. 理論

静止したERFに電場をかけると粒子が数珠状に繋がったクラスターが形成されることが、顕微鏡観察などにより知られている (図2)。このことは、電場によって各粒子に誘起された分極間の相互作用を考えれば容易に理解できる。

このクラスター形成が降伏応力の原因であるとするのは自然な考えである。しかし、ずり速度 $\dot{\gamma}$ が存在する場合には、当然このクラスターは短い断片に切れなければならない。そして $\dot{\gamma}$ が大きくなればクラスターはどんどん短くなっていくはずである。一方、図1からわかるように、電場による応力の増加はずり速度にはほとんど依存しないので、クラスター形成と応力増加の間の関係は決して自明ではない。

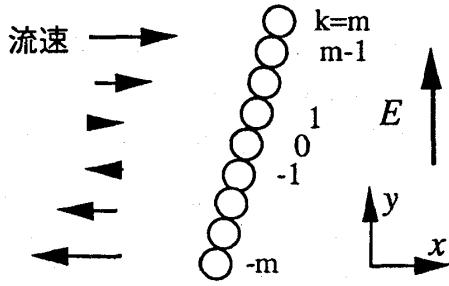


図3. 電場及び shear flow の下にあるクラスター

そこでまず、与えられた電場 E とずり速度 $\dot{\gamma}$ の下で存在できるクラスターの長さの上限を見積ってみる。そのために、図3の様な、電場及び shear flow の下に孤立して存在する長さ $n=2m+1$ のクラスターを考える。次元解析から運動方程式の慣性項は無視できることがわかるので、各粒子に働く流体からの抵抗力と電気的な力は常に釣り合っていないといけない。

簡単のため k 番目の粒子に働く流体からの抵抗力はStokes抵抗 $f_k = 6\pi\eta_0 a u_k$ で近似する。ここで u_k は k 番目の粒子の付近での平均の流速 $u_k \sim 2a\dot{\gamma}k$ である (a は粒子の半径、 η_0 は分散媒の粘性)。

一方、粒子間の電気的引力としては隣り合う粒子間のものだけ考えることにし、粒子 k と $k-1$ の間の静電引力(の x -成分)を F_k とすると、力の釣り合い $f_k - F_k + F_{k+1} = 0$ から F_k が

$$F_k = 6\pi\eta_0 \dot{\gamma} a^2 (m+1-k)(m+k) \quad (2)$$

と求まる。クラスターが切れずに安定に存在するためには、これだけの引力が粒子間に働いていなければならない。 F_k はクラスターの中央($k=0$)で最大値

$$F_0 \approx \frac{3\pi}{2} \eta_0 \dot{\gamma} a^2 n^2 \quad (3)$$

をとるが、粒子間の静電引力には当然上限があるはずである。その上限を F_c とする。

つまり、図4の様に2個の粒子に横方向に徐々に強い力を加えていったとき、粒子が離れるときの力を F_c とするのである。そうすると、クラスターの長さ n の上限 n_c は、 $F_0 < F_c$ の条件から

$$n < n_c \equiv \left(\frac{2}{3\pi} \frac{F_c}{\eta_0 \dot{\gamma} a^2} \right)^{1/2} \quad (4)$$

と求まる。従って、ずり速度を大きくしていくと、クラスターの長さは $\dot{\gamma}^{-1/2}$ に比例して短くなっていくことになる。

このようなクラスターが形成することによる応力の増加分 τ_e は $\tau_e \sim \Phi \langle F_k \rangle$ で見積ることが出来る。ここで Φ は単位面積当たりのクラスターの本数

$$\Phi = \frac{3\phi}{2\pi a^2} \quad (5)$$

である(ϕ は分散粒子の体積分率)。また $\langle F_k \rangle$ は粒子間の引力 F_k の平均であり、式(2)を用いると

$$\langle F_k \rangle \approx \pi \eta_0 \dot{\gamma} a^2 \langle n^2 \rangle \quad (6)$$

となる。クラスターの長さ n の平均は正確には知ることは出来ないが、 n を特徴付ける長さのスケールとしてはその上限 n_c しかないので、 $\langle n^2 \rangle \sim \langle n_c^2 \rangle$ と近似して良いであろう。そうすると τ_e は

$$\tau_e \approx \frac{1}{\pi} \phi \cdot \frac{F_c}{a^2} \quad (7)$$

となり、ずり速度によらない一定の応力増

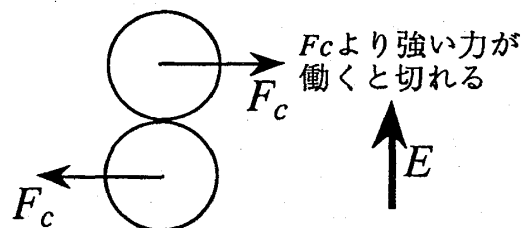


図4. F_c の定義

加があることになる。即ち、実験事実と対応するBingham 流体的振る舞いが得られたことになる。また次元解析により、簡単なモデルの場合 F_c は電場の2乗に比例するはずであることもわかるので、 τ_c も電場の2乗に比例することになり、実験結果と一致する。従って、確かにクラスター形成が電場による応力増大の原因であると言える。

次節ではこの理論を2次元での計算機シミュレーションにより確かめる。2次元では(4)式はそのまま成り立つが、(7)式は

$$\tau_c = \frac{4}{3\pi} \phi_2 \frac{F_c}{a} \quad (8)$$

と変更される。但し ϕ_2 は面積分率である。

3. 計算機シミュレーション

3.1 シミュレーションの方法

計算方法は、粒子に働く流体からの抵抗力と粒子間の電気的力の釣り合いに基づいている。まず、粒子 k に働く流体からの抵抗力はStokes抵抗で近似する：

$$\mathbf{f}_k = -6\pi\eta_0 a (\mathbf{v}_k - \mathbf{u}(\mathbf{r}_k)) \quad (9)$$

ここで $\mathbf{u}(\mathbf{r}_k)$ は粒子 k の位置 $\mathbf{r}_k$ における平均の流速(与えられたずり速度で決まる)、 $\mathbf{v}_k$ は粒子 k の速度である。

この近似により粒子間の流体を介した相互作用を無視することになる。しかしこの流体力学的相互作用は、特に粒子同士がほとんど接するような短距離では非常に強い。実際この相互作用を正しく取り込んでシミュレーションすれば、粒子間に剛体的斥力が無くても粒子同士が決して重ならない様になる。しかし(9)式を用いたシミュレーションの場合、粒子間に別に剛体的な斥力相互作用を加える必要がある。流体力学的相互作用の短距離での主な効果は粒子同士

が重ならないようにすることにあるので、この斥力を加えることでその効果は近似的に取り込めると考えられる。

次に、粒子間の電気的相互作用を考える。電場 $\mathbf{E}$ の中に孤立しておかれた粒子は双極子モーメント $\mathbf{p} = \alpha \alpha^3 \epsilon_0 \mathbf{E}$ を持つ。(ここで $\alpha = (\epsilon_1 - \epsilon_0)/(\epsilon_1 + 2\epsilon_0)$ であり、 ϵ_0, ϵ_1 は分散媒と粒子の誘電率である。 $\epsilon_1 \gg \epsilon_0$ であるから $\alpha \approx 1$ としてよい。) 仮に各粒子が向きも大きさも固定された双極子モーメント $\mathbf{p}$ を持つとすれば、粒子間の電気的相互作用は

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{D}_d(\theta) F_d(r) \quad (10)$$

$$\mathbf{D}_d(\theta) \equiv \frac{3}{16} [(5\cos^2 \theta - 1)\hat{\mathbf{r}} - 2\cos \theta \hat{\mathbf{e}}]$$

$$F_d(r) \equiv G \cdot (2a/r)^4$$

で与えられる双極子相互作用になる。ここで $G = \alpha^2 a^2 \epsilon_0 E^2$ 、 $\mathbf{r}$ は粒子間の相対ベクトル、 $\hat{\mathbf{r}} \equiv \mathbf{r}/r$ 、 $\hat{\mathbf{e}} \equiv \mathbf{E}/E$ 、 θ は $\mathbf{r}$ と $\mathbf{E}$ の間の角である。粒子同士が接近すると互いに相手の粒子の持つ分極を強め合うので、本当の相互作用は短距離では(10)式よりもずっと強くなるが、この効果は後で考えることにし、取敢ず(10)式を用いることにする。

具体的なシミュレーションは次のように行う：ある時刻での粒子の配置が与えられたら、その時刻で各粒子に働く電気的力が計算出来る。この力が流体からの抵抗力(9)式と釣り合うという条件から、その時刻での各粒子の速度が求まる。その速度で粒子を微小時間だけ動かして次の粒子配置を求める。

3.2 計算結果

シミュレーションは2次元モデルを中心に行っているので、以下2次元での結果のみを示すが、3次元でのいくつかの計算でも結果はほとんど変わらない。

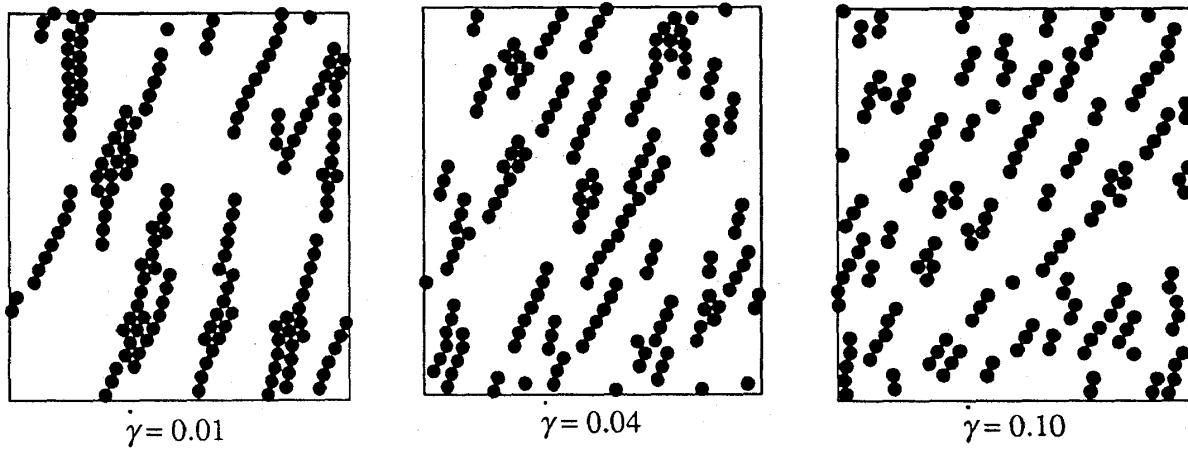
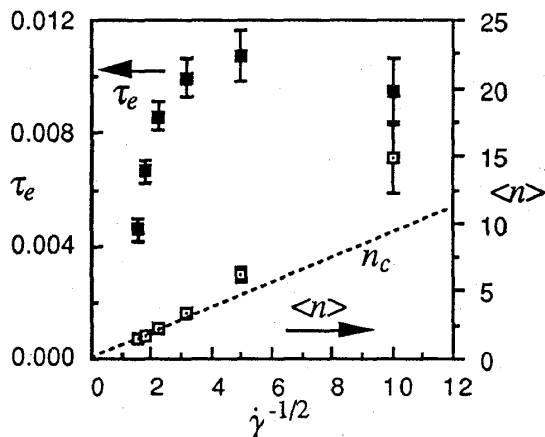
図4 シミュレーションで得られた典型的な粒子配置 ($\phi_2=0.196$)

図4はシミュレーションの結果得られた典型的な粒子配置である($\dot{\gamma}$ は $G/6\pi\eta_0 a^2$ を単位に無次元している)。確かに数珠状のクラスターが形成されており、ずり速度を増すにつれクラスターが短くなっていくことがわかる。

図5にクラスターの平均の大きさ $\langle n \rangle$ のずり速度依存性を示す。図中の点線は前節で見積ったクラスターの長さの上限 n_c である。 n が $\dot{\gamma}^{-1/2}$ に比例することを含め、およそ理論と一致する結果である。

我々のシミュレーションでは、流体力学的相互作用を厳密に取り扱っていないので、応力を正確に計算することは出来ないが、体積分率があまり大きくない範囲では

$$\tau \approx \eta \dot{\gamma} + \tau_e$$

図5. 誘起応力及びクラスターサイズのずり速度依存性 ($\phi = 0.196$)

$$\tau_e = \frac{1}{S} \sum_{\langle jk \rangle} \langle F_{jk}^x (y_j - y_k) \rangle \quad (11)$$

で見積ることが出来るであろう。ここで S は系の面積、 F_{jk} は粒子 j と k の間に働く力である。図5にはこの τ_e の計算結果も示してある(2次元での τ_e は G/a を単位に無次元化している)。これから解かるように、 $\langle n \rangle$ が2程度以上ある場合は、 τ_e はずり速度によらずほぼ一定値をとる。これはBingham流体的振る舞いを意味する。一方、 $\langle n \rangle \sim 1$ となるほどずり速度が大きくなると τ_e は減少してくるが、ずり速度が大きい場合は流体力学的相互作用が重要になるので、今の計算からは確定的なことは言えない。

図6は τ_e の面積分率依存性を示す。理論の予想通り $\tau_e \propto \phi_2$ の関係がある。

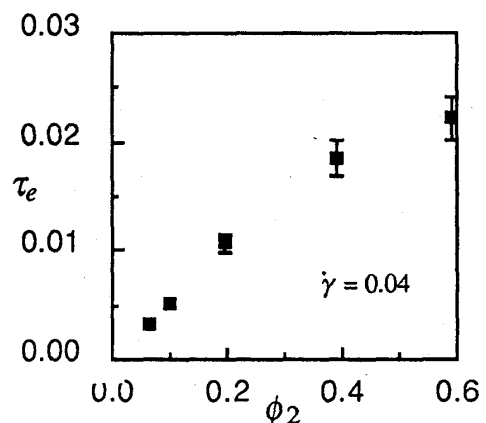
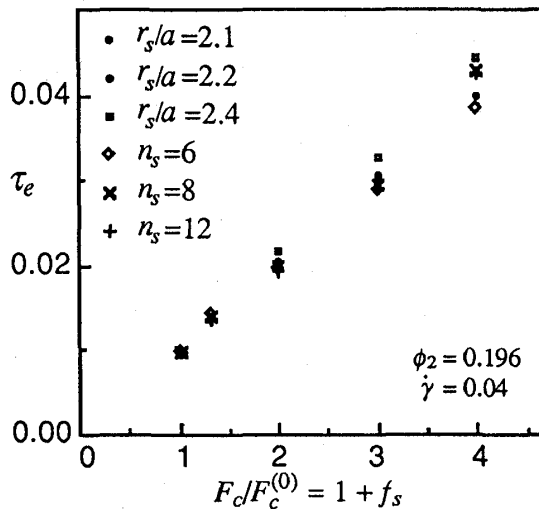


図6. 誘起応力の"面積分率"依存性

図7 誘起応力の F_c 依存性

最後に、 τ_e が F_c に比例することを確認する。そのためには電氣的相互作用のモデルをもう少し一般化する必要がある。

既に述べた様に、粒子同士が接近したときの電氣的相互作用は、(10) 式的双極子相互作用よりずっと強くなる。そこで、電氣的相互作用 $\mathbf{F}$ を

$$\mathbf{F} = \mathbf{D}_d(\theta) \cdot [F_d(r) + F_s(r)] \quad (12)$$

の様に双極子相互作用と短距離での増加分の和でモデル化することにする。但し、簡単のため短距離成分も双極子相互作用と同じ角度依存性を持つとする。一方、距離依存性 $F_s(r)$ に関しては

$$F_s(r) = G \cdot f_s \cdot (2a/r)^{n_s} \quad (13)$$

の様な冪関数($n_s=6, 8, 12$ の3種類)か、あるいは $r < r_s$ でのみ値 Gf_s をもつ step function ($r_s/a=2.1, 2.2$, または 2.4)を用いる。 f_s は短距離相互作用の強さを表す無次元パラメタで、前節で定義した F_c は今の場合

$$F_c = \frac{G}{\sqrt{15}}(1+f_s) \equiv F_c^{(0)} \cdot (1+f_s) \quad (14)$$

となる。図7はこれら6種類の $F_s(r)$ を用い、

その強さ f_s を変えてシミュレーションして求めた τ_e を示す。明らかに $\tau_e \propto F_c$ の関係があり、また F_c が同じなら τ_e は $F_s(r)$ の具体的な形にはほとんどよらないことがわかる。これは理論の予想(8)式と一致する。また τ_e の絶対値は式(8)の約1/2である。理論が極めて定性的であったことを考えれば、シミュレーションとの一致は十分であろう。

4. 終わりに

我々の得た主な結果は (i) ずり速度を増すとクラスターは短くなるが、(ii) 電場により誘起される応力 τ_e はずり速度に依存せず、(iii) 体積分率に比例し、(iv) F_c に比例する、などである。

但し、これらは粒子間の流体力学的相互作用を無視した理論とシミュレーションの結果であるから、この相互作用が重要になる場合、つまり体積分率が大きい場合や、ずり速度が非常に大きい場合には成り立たなくなることも考えられる。(例えば ϕ が大きい場合、流体を介しての多体相互作用が重要になる。) この点は今後の課題としたい。

尚、応力の絶対値の実験との比較は文献[3]で簡単に行なっており、良い一致が得られていることを付け加えておく。

文献

- [1] 日本レオロジー学会誌、第20巻、第2号 (1992年6月号)、ERFの特集号。
- [2] *Proc. International Conf. Electrorheological Fluids*, R. Tao, ed., World Scientific (1992).
- [3] H. Block and J.P. Kelly, *J. Phys. D* **21**, 1661 (1988).
- [3] 滝本淳一、上記文献[1]のp.95.
- [4] J. Takimoto, 上記文献[2]のp.53.