

二乗可積分 Martingale についての論文紹介

阪大 小松孝

Martingale に関する確率積分は Courrège, Meyer, Motoo & S. Watanabe 等によって定義されたが、これは Kunita & S. Watanabe によって確率積分に関する変数変換の公式へ導かれた。Meyer は Strasbourg の Séminor でこの結果を彼の新しい結果にも言及しながら紹介している。そこで確率積分について調べようとする人の為に、この2つの論文の構成のつながりについて紹介しておこうと思う。なお、確率積分についてはその後 Kunita 氏によって拡張が進められている。

[A] H. Kunita and S. Watanabe, On Square Integrable Martingales, Nagoya Math. J. Vol 30 (1967)

[B] P. A. Meyer, Intégrales Stochastiques, Lecture Notes in Math. 39 (Séminor de probabilités 1) (1967)

[A] には §1 ~ §8 まであり、[B] は I ~ IV まで別れていて、その各々が §1 ~ §3 から成っている。そのうち [B] で紹介されているのは大体 [A] の §1 ~ §5 である。[B] にはオニ Increasing Process [,] についても述べられていて [A] より詳しい。下に大体の関連を表にしておこう。

[A]

§1. $\mathcal{M}, \mathcal{M}^{loc}$
 $\mathcal{M}^{loc}, \mathcal{M}^{loc}$
 $\langle, \rangle$

§2. $\int_0^t \Phi_s dX_s$ 確率積分
 変数変換公式
 (continuous case)

§3. Time change of a N -dim.
 Brownian motion.

§4. I Subspace of $\mathcal{M}$,
 Orthogonal decomposition

II 以下 Markov process の場合

$u(x) - u(x_0) - \int_0^t A u(x_s) ds$
 (generator system)

§5. $Q_f, P_f, \mathcal{M}_d^{(loc)}$
 変数変換の公式
 (discontinuous case)

[B]

I. 1. Rappels et déf. générales

2. Martingales de carré intégrable

3. $[,]$

Appendice: $\langle, \rangle, [,]$ の構成

II. 1. Martingales locales

2. Formules d'intégration par parties

3. Changement de variables

III. 1. 'A.F.' de Markov

2. (確率積分, 直交分解,
 gen. system, fundamental 'A.F')

3. Deux applications

IV. 1. Levy meas. の構成の為の準備

2. (Levy meas. $\mathcal{M}_d$
 生成作用素との関係)

§6 A factorization of multiplicative functional } 変換公式の
 §7 Decomposition of additive process } 応用

§8 Appendix: Supermartingale and the corresponding increasing
 process of a Markov process. ([B] の III-1 に必要)