

non compact power 区間 解析汎函数について (n 次元の場合)

上智大 理工 森本光生

§1 定義.

$\mathbb{D}^n = \mathbb{R}^n \sqcup S_{\infty}^{n-1}$ とし, $L \in \mathbb{D}^n \times i\mathbb{R}^n$ のコンパクト集合で, $L \cap \mathbb{C}^n$ が凸なものとある。例えば, $\mathbb{R}^n$ の閉凸集合 A と $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合 $K \in \mathbb{R}^n$ とし, $L = \overline{A + iK}$ (バーは $\mathbb{D}^n$ における閉包) とおけば, L は上の条件を満たす。

いま,

$$L_{\varepsilon} = \overline{L \cap \mathbb{C}^n + \{z \in \mathbb{C}^n; \|z\| \leq \varepsilon\}}$$

$\|z\|$ は $\mathbb{C}^n$ の norm, とおく。

$K' \in \mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合とし,

$$K'(\varepsilon') = K' + \{x \in \mathbb{R}^n; \|x\| \leq \varepsilon'\}$$

$$H_{K'}(x) = \sup \{ \langle x, \eta \rangle; \eta \in K' \}$$

とおく。

いま, 整型函数空間 $\mathcal{Q}(L; K')$ を次のように定める:

$$\mathcal{Q}(L; K') = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \lim_{\varepsilon' \downarrow 0} \mathcal{Q}_{\varepsilon}(L_{\varepsilon}; K'(\varepsilon')),$$

$$Q_{\varepsilon}(L_{\varepsilon}; K'(\varepsilon)) = \{f \in C(L_{\varepsilon} \cap \mathbb{C}^n) \cap O(L_{\varepsilon} \cap \mathbb{C}^n);$$

$$\sup_{z \in L_{\varepsilon} \cap \mathbb{C}^n} |f(z)| \exp(H_{K'}(z) + \varepsilon' \|z\|) < \infty\},$$

$= \mathbb{C}^n$, $z = x + iy$ とし, $C(X)$ は X 上の連続函数の全体, $\mathcal{O}(X)$ は X 上の整型函数の全体を表わす。

この小文では, $Q(L; K')$ 上の解型汎函数 (L は支台ともう K' は型とも) 解析汎函数) の Cauchy 変換, Fourier 変換について論じた。 L が $\mathbb{C}^n$ の n -コンパクト (凸) 集合のときには, A. Martineau により論じられている。 $n=1$ のときには, 著者が [Tokyo J. Math. vol 1] に研究を行った。

§2 Cauchy 変換

(10) L および K' が直積型の場合には, 1変数の場合には容易に帰着する。

$$L_j = ([a_j, b_j] \cap \mathbb{R}) + i[k_j, l_j], \quad i = \sqrt{-1}$$

$$-\infty \leq a_j \leq b_j \leq \infty, \quad -\infty < k_j \leq l_j < \infty, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$K'_j = [k'_j, l'_j], \quad -\infty < k'_j \leq l'_j < \infty,$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

とし,

$$L = L_1 \times L_2 \times \dots \times L_n, \quad K' = K'_1 \times K'_2 \times \dots \times K'_n$$

と仮定. $\varepsilon > 0$ に $\bar{\neq} 1$,

$$L_{j,\varepsilon} = ([a_j - \varepsilon, b_j + \varepsilon] \cap \mathbb{R}) + i[k_j - \varepsilon, l_j + \varepsilon]$$

と仮定. $= = i' - \infty - \varepsilon = -\infty$, $\infty + \varepsilon = \infty$ と規約する.

命題 $f \in Q(L; K')$ とすれば, ある $\varepsilon > 0$ が存在して,
 $z \in L_\varepsilon^\circ \cap \mathbb{C}^n$ に $\bar{\neq} 1$, Cauchy の積分公式

$$f(z) = \left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n \int_{\partial L_{1,\varepsilon}} \cdots \int_{\partial L_{n,\varepsilon}} \frac{f(\omega) \exp(-(\omega - z)^2) d\omega_1 \cdots d\omega_n}{(\omega_1 - z_1)(\omega_2 - z_2) \cdots (\omega_n - z_n)}$$

が成り立つ. $\mathbb{E} \mathbb{E} (, (\omega - z)^2 = (\omega_1 - z_1)^2 + \cdots + (\omega_n - z_n)^2$

定義 $T \in Q'(L; K')$ に $\bar{\neq} 1$,

$$\forall T(\omega) = \left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n < T_2, \frac{\exp(-(\omega - z)^2)}{(\omega_1 - z_1)(\omega_2 - z_2) \cdots (\omega_n - z_n)} >$$

に $\mathbb{E} 1$, $\mathbb{C}^\# L \equiv (\mathbb{C} \setminus L_1) \times (\mathbb{C} \setminus L_2) \times \cdots \times (\mathbb{C} \setminus L_n)$ 上の
 整型函数と同様にせ, 解析関数 T の Cauchy 変換 $\varepsilon \cdots$ 。

いま, $r > \varepsilon > 0$ に $\bar{\neq} 1$,

$$L_r \# L_\varepsilon = (L_{1,r} \setminus L_{1,\varepsilon}) \times (L_{2,r} \setminus L_{2,\varepsilon}) \times \cdots \times (L_{n,r} \setminus L_{n,\varepsilon})$$

と仮定,

$$R_\theta(\overline{L_r \# L_\varepsilon}; K'(\varepsilon')) = \{ F \in C(\overline{L_r \# L_\varepsilon}) \cap \mathcal{O}(L_r \# L_\varepsilon);$$

$$\sup_{\omega \in \overline{L_r \# L_\varepsilon}} |F(\omega)| \exp(-H_{K'}(u) - \varepsilon' |u|) < \infty \}$$

$$|u| = |u_1| + \cdots + |u_n|, \quad \omega = u + i v,$$

$$R^L(\mathbb{C}^n \# L; K') = \lim_{\substack{r > \varepsilon > 0 \\ \varepsilon' > 0}} \text{proj } R_\partial(\overline{L_r \# L_\varepsilon}; K'(\varepsilon'))$$

とある。さらに,

$$L_r \#_j L_\varepsilon = (L_{1,r} \setminus L_{1,\varepsilon}) \times \cdots \times \underset{\substack{\uparrow \\ j\text{ 番目}}}{L_{j,r}} \times \cdots \times (L_{n,r} \setminus L_{n,\varepsilon})$$

と 1.2,

$$R^L(\mathbb{C}^n \#_j L; K') = \lim_{\substack{r > \varepsilon > 0 \\ \varepsilon' > 0}} \text{proj } R_\partial(L_r \#_j L_\varepsilon; K'(\varepsilon'))$$

と 1.1. $\mathbb{C}$ で, $T \in Q'(L; K')$ には, $\check{T}$ の $\sum_{j=1}^n R^L(\mathbb{C}^n \#_j L; K')$ の $\check{T}$ を対応させる写像 (Cauchy 変換と...) を表わせば, 次の定理を得る。

定理 Cauchy 変換

$$\begin{aligned} \mathcal{C}: T_z &\longrightarrow \check{T}(w) \text{ の } \check{T} \\ \cap \\ Q'(L; K') &\xrightarrow{\sim} R^L(\mathbb{C}^n \# L; K') / \sum_{j=1}^n R^L(\mathbb{C}^n \#_j L; K') \end{aligned}$$

は線型位相同型である。この同型 $\check{T}$ は $Q(L; K')$ と

$R^L(\mathbb{C}^n \# L; K') / \sum_{j=1}^n R^L(\mathbb{C}^n \#_j L; K')$ の内積は, 形式で

与えられる:

$$\langle f, F \rangle = (-1)^n \int \cdots \int f(z) F(z) dz_1 dz_2 \cdots dz_n \\ \partial L_{1,\varepsilon} \times \cdots \times \partial L_{n,\varepsilon}$$

(2°) $L \cap \mathbb{C}^n$ がもう少し一般の形を有する凸集合となる。すなわち, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m, \dots \in \mathbb{R}^n$ と $(L_1, L_2, \dots, L_m, \dots)$ を複素平面 $\mathbb{C}$ の中の凸集合で, 虚方向に有界であるものとする。すなわち $L_j \subset \{z; |\operatorname{Im} z| \leq M\}$ 。

$$L \cap \mathbb{C}^n = \bigcap_{j=1}^{\infty} (\xi_j)^{-1}(L_j) \\ = \{z \in \mathbb{C}^n; \xi_j(z) \in L_j, j=1, 2, \dots\},$$

但し, $\xi_j(z) = \langle \xi_j, z \rangle$, とする。 $= a + iz, f \in Q(L; K)$ に対してある $\varepsilon > 0$ が存在して,

$$f(z) = \left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n \sum_{j_1, \dots, j_n} \int_{\partial L_{j_1, \varepsilon}} \dots \int_{\partial L_{j_n, \varepsilon}}$$

$$\frac{f(w) \exp(-(w-z)^2)}{\xi_{j_1}(w-z) \xi_{j_2}(w-z) \dots \xi_{j_n}(w-z)} d\xi_{j_1}(w) \wedge \dots \wedge d\xi_{j_n}(w)$$

が, $z \in L \cap \mathbb{C}^n$ に対して (Cauchy-Weil の公式). (すなわち, $\prod_{j=1}^n \xi_{j_i}(w)$ は n -形式で $(z \in \mathbb{R}^n)$ に定義される,

$$\prod_{j=1}^n \xi_{j_i}(w) = \left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n \langle T_z, \frac{\exp(-(w-z)^2)}{\xi_{j_1}(w-z) \dots \xi_{j_n}(w-z)} \rangle \times$$

$$\times d\xi_{j_1}(w) \wedge \dots \wedge d\xi_{j_n}(w),$$

$\prod_{j=1}^n \xi_{j_i}(w)$ は $\mathbb{C}^n \setminus L$ の開被覆

$$\mathcal{U} = \{ \xi_j^{-1}(\mathbb{C} \setminus L_j); j=1, 2, \dots, m, \dots \}$$

ε の $n-1$ 次余輪作を定め,

$$\langle T, f \rangle = (-1)^n \sum_{j_1, \dots, j_n} \int_{\partial L_{j_1, \varepsilon}} \cdots \int_{\partial L_{j_n, \varepsilon}} f(z) \tilde{T}_{j_1, \dots, j_n}(z)$$

なる反転公式が成立する。 $\tilde{T}_{j_1, \dots, j_n}(\omega)$ の増大度を ε によると表示するときは、問題として残りが、(1°) と同様の結果が予想される。

(3°) 再び L は (1°) の形とし、 L の異なる Cauchy 変換を考える。すなわち、簡単なために A の形を限定して、

$$L \cap \mathbb{C}^n = A + iK$$

$$A = [a_1, \infty) \times [a_2, \infty) \times \cdots \times [a_n, \infty)$$

$$K = [k_1, l_1] \times [k_2, l_2] \times \cdots \times [k_n, l_n]$$

$$K' = [k'_1, l'_1] \times [k'_2, l'_2] \times \cdots \times [k'_n, l'_n]$$

$$-\infty < a_j < \infty, -\infty < k_j \leq l_j < \infty, -\infty < k'_j \leq l'_j < \infty$$

とする。 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ の時、

$$H_{K'}(x) = l'_1 x_1 + l'_2 x_2 + \cdots + l'_n x_n$$

となるから、 L が左側に有界なときより、

$$Q_\varepsilon(L_\varepsilon; K'(\varepsilon')) = \{f \in C(L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n) \cap \mathcal{O}(L_\varepsilon^\circ \cap \mathbb{C}^n);$$

$$\sup_{z \in L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n} |f(z)| \exp((l'_1 + \varepsilon')x_1 + \cdots + (l'_n + \varepsilon')x_n) < \infty\}$$

となる。 $z = z'$, $T \in Q'(L; K')$ が与えられたとき、任意

の $\varepsilon' > 0$ に $\bar{\varepsilon} \neq 1$,

$$\check{T}(\omega; \varepsilon') = \left(\frac{-1}{2\pi i} \right)^n \left\langle T_{\bar{z}}, \frac{\exp((l_1' + \varepsilon')(\omega_1 - z_1) + \dots + (l_n' + \varepsilon')(\omega_n - z_n))}{(\omega_1 - z_1) \dots (\omega_n - z_n)} \right\rangle$$

とおく。これが $\bar{z}$ である。

いま,

$$\begin{aligned} R_{\bar{z}}^L(\mathbb{C}^n \# L; K'(\varepsilon')) \\ = \lim_{\varepsilon' > 0} \text{proj} \ R_{\bar{z}}(\overline{L_{\varepsilon'} \# L_{\varepsilon'}}; K'(\varepsilon')) \end{aligned}$$

とおけば、 $\varepsilon' > 0$ と動かして得られる系 $[\check{T}(\omega; 0)] = \{\check{T}(\omega; \varepsilon')\}_{\varepsilon' > 0}$ は空間

$$(*) \quad \lim_{\varepsilon' > 0} \text{proj} \frac{R_{\bar{z}}^L(\mathbb{C}^n \# L; K'(\varepsilon'))}{\sum_{j=1}^n R_{\bar{z}}^L(\mathbb{C}^n \#_j L; K'(\varepsilon'))}$$

に入り、 $T \longmapsto [\check{T}(\omega; 0)]$ なる変換は、 $Q'(L; K')$ と空間 $(*)$ との間と同型を与える。これは、1 変数の場合の結果 [Tokyo J. Math.] の結果と同様である。

§3. Fourier-(Borel) 変換

$T \in Q'(L; K')$ に $\bar{\varepsilon} \neq 1$,

$$\tilde{T}(\xi) = \langle T_{\bar{z}}, e^{-i\langle \bar{z}, \xi \rangle} \rangle = (\mathcal{F}T)(\xi)$$

と同時成立, T は Fourier - (Borel) 変換 という. $\square$ の § 2

は, L は次の形とある:

$$L = \overline{A + iK},$$

A は $\mathbb{R}^n$ の 0 を頂点とある凸錐,

K は $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合.

さて, A の極集合 A° は

$$A^\circ = \{ \eta \in \mathbb{R}^n; \langle x, \eta \rangle \leq 0, \forall x \in A \}$$

とあり,

$$A^\circ \ominus K' = \{ \eta; \eta + K' \subset A^\circ \}$$

とある. 次の補題は容易に示すことができる.

補題 $0 \in K' \Rightarrow A^\circ \ominus K' \subset A^\circ$

$$\eta \in A^\circ \ominus K' \Rightarrow \eta + A^\circ \subset A^\circ \ominus K'.$$

定義 $h_L(\xi) = \sup \{ \operatorname{Im} \langle z, \xi \rangle; z \in L \}$
 $= \sup \{ \langle x, \eta \rangle + \langle y, \xi \rangle; x \in A, y \in K \}$
 $= \begin{cases} \infty & \eta \notin \overline{A^\circ} \text{ かつ } \xi \neq 0, \\ H_K(\xi) & \eta \in \overline{A^\circ} \text{ かつ } \xi \neq 0. \end{cases}$

定義 $\operatorname{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$
 $= \{ F \in \mathcal{O}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K')); \forall \varepsilon > 0, \forall \varepsilon' > 0, \exists C \geq 0$
 $|F(\xi)| \leq C \exp(h_L(\xi) + \varepsilon|\xi|)$
 $\text{for } \xi \in \mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'(\varepsilon')) \}$

± 2, $T \in Q'(L; K')$ が与えられたとしよう。 $\forall \varepsilon > 0, \forall \varepsilon' > 0$ に對し, T は $Q_\#(L_\varepsilon; K'(\varepsilon'))$ 上で連続であるから, ある $C \geq 0$ と $C' \geq 0$ が存在して次式が成立する:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \dots\dots | \tilde{T}(\xi) | &\leq C \sup_{z \in L_\varepsilon} | e^{-i \langle z, \xi \rangle} | e^{H_{K'}(x) + \varepsilon \|x\|} \\ &\leq C' \sup_{z \in A(\varepsilon) + iK(\varepsilon)} e^{\langle x, \eta \rangle + \langle y, \xi \rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon \|x\|} \\ &= C' \sup_{x \in A(\varepsilon)} e^{\langle x, \eta \rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon \|x\|} e^{H_{K'}(\xi) + \varepsilon \|\xi\|} \end{aligned}$$

± 2, $\eta \in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$ (B_ε は半径 ε の超球), 又は
 かつ, $\eta + K' + B_\varepsilon \subset A^\circ$ となす,

$$\begin{aligned} &\langle x, \eta \rangle + \langle \kappa', x \rangle + \left\langle \varepsilon \frac{x}{\|x\|}, x \right\rangle \\ &= \langle x, \eta + \kappa' + \varepsilon \frac{x}{\|x\|} \rangle \leq 0, \quad \forall \kappa' \in K', x \in A. \end{aligned}$$

故に, $\langle x, \eta \rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon \|x\| \leq 0$ がすべての $x \in A^\circ$ と $\eta \in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$ に對して成立する。 (± 3 より, $x \in A(\varepsilon)$ ならば, $x = x_1 + x_2$, $x_1 \in A$, $\|x_2\| \leq \varepsilon$ と分解して,

$$\langle x, \eta \rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon \|x\|$$

$$\begin{aligned}
& \leq \{ \langle x_1, \eta \rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon \|x_1\| \} \\
& \quad + \{ \langle x_2, \eta \rangle + H_{K'}(x_2) + \varepsilon \|x_2\| \} \\
& \leq 0 + \varepsilon \|\eta\| + \text{Const.}
\end{aligned}$$

と評価できる。故に ① 成立。

$$|\tilde{T}(\xi)| \leq C_1 e^{H_K(\xi) + \varepsilon \|\xi\| + \varepsilon \|\eta\|}$$

がすべての $\eta \in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$ に対して成立する。これは、 $\tilde{T}$ が $\text{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$ に属することとを意味する。

定理 Fourier 変換 $\mathcal{F}: T \longmapsto \tilde{T}$ は、次の空間の線形同型と与える:

$$\mathcal{F}: \mathcal{Q}'(L; K') \xrightarrow{\sim} \text{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L).$$

証明の方針 Fourier 変換 $\mathcal{F}$ の逆写像を構成すればよい。

簡単のため、

$$A = [0, \infty) \times \cdots \times [0, \infty)$$

$$K' = [k'_1, l'_1] \times \cdots \times [k'_n, l'_n]$$

$$A^\circ = (-\infty, 0) \times \cdots \times (-\infty, 0)$$

$$A^\circ \ominus K' = (-\infty, -l'_1) \times \cdots \times (-\infty, -l'_n)$$

と可。 $F \in \text{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$ に対し、その Fourier-Laplace 変換 $\mathcal{E}$,

$$\mathcal{L}F(\omega) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-\infty+i\eta_1^0}^{\infty+i\eta_1^0} \cdots \int_{-\infty+i\eta_n^0}^{\infty+i\eta_n^0} F(\xi) \times \\ \times e^{i\langle \omega, \xi \rangle} \bar{\Psi}\left(-\frac{\xi}{2}\right) d\xi_1 d\xi_2 \cdots d\xi_n$$

とある。但し, $\eta_j^0 < -l_j$, $j=1, 2, \dots, n$ は任意に固定
ある。また,

$$\bar{\Psi}(\xi) = \psi(\xi_1) \psi(\xi_2) \cdots \psi(\xi_n)$$

で,

$$\psi(\xi_1) = \int_{\xi_1}^{\infty} e^{-t^2} dt \equiv \int_0^{\infty} e^{-(\xi_1+t)^2} dt$$

は誤差函数である。

$\mathcal{L}F(\omega) \in \mathcal{R}^L(\mathbb{C}^n \# L; K')$ が示せて, §2 (1°) で与
えた $\mathcal{R}^L(\mathbb{C}^n \# L; K')$ と $\mathcal{Q}(L; K')$ の内積により, $\mathcal{L}F$
は $\mathcal{Q}'(L; K')$ の元と定まる。この変換が Fourier 変換の
逆になる。

(別法) Fourier 変換の逆は 著者の [Tokyo J. Math.] で
与え, 同様に, 同法で与えられる。

$F \in \text{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^0 \ominus K'); L)$ と $\varepsilon' > 0$ に對し,

$$\hat{F}(\omega; \varepsilon') = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-i(l_1' + \varepsilon')}^{\infty} \cdots \int_{-i(l_n' + \varepsilon')}^{\infty} F(\xi) \times \\ \times e^{i\langle \omega, \xi \rangle} d\xi_1 d\xi_2 \cdots d\xi_n$$

とある。積分路は $\mathbb{R}^n + i(A^0 \ominus K')$ の中で動かすと, $\hat{F}(\omega; \varepsilon')$

が $\mathbb{C}^n \# L$ 上の解析接続である。そして, $\varepsilon' > 0$ を動かすと,
 §2, (3°) の空間 (X) の元と与えることがわかり, それが
 Fourier 変換の逆になる。

§4. Avanissian - Gay 変換.

L が §2 (3°) で考えた時は, 森本・吉野 [Hokkaido
 Math. J.] で考えた Avanissian - Gay 変換が π を π
 拡張できる。但し, 各 L_j の幅 $l_j - k_j < 2\pi$ とし, 増大度
 と与える l_j' は, $l_j' < 1$ なる条件を満たすとする。このとき,
 $T \in \mathcal{Q}'(L; K')$ に対し,

$$\check{T}_\pi(w) \equiv \left\langle T_2, \frac{1}{(1 - \exp(z_1 - w_1)) \cdots (1 - \exp(z_n - w_n))} \right\rangle$$

と置く。下 π を π は, $\check{T}_\pi$ が周期 (period) $(2\pi i, 2\pi i, \dots, 2\pi i)$ を持つことを表わす。また, $\text{Re } w_1 \rightarrow -\infty, \dots, \text{Re } w_n \rightarrow -\infty$ のとき $|\check{T}_\pi(w)| \rightarrow 0$ となる。
 また, $R_{0,\pi}^L(\mathbb{C}^n \# L; K')$ を $R^L(\mathbb{C}^n \# L; K')$ の部分
 空間で, 周期 $(2\pi i, 2\pi i, \dots, 2\pi i)$ をもち, $\text{Re } w_1 \rightarrow -\infty, \dots, \text{Re } w_n \rightarrow -\infty$ のとき 0 に収束するものの全体を表わせば
 次の定理が成り立つ:

定理 $T \mapsto \check{T}_\pi$ に対応させる対応 (Avanissian - Gay 変

操)は, 線形位相空間の同型である.

$$\begin{array}{ccc} T & \longrightarrow & \check{T}_\pi \\ \cap & & \cap \end{array}$$

$$\mathcal{Q}'(L; K') \xrightarrow{\sim} R_{0, \pi}^L(\mathbb{C}^n \# L; K').$$

±2, $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, \dots\}$ とすれば, $|t_j| \gg 1$ かつ ε ,

$$\begin{aligned} & (1 - t_1 e^{z_1})^{-1} (1 - t_2 e^{z_2})^{-1} \dots (1 - t_n e^{z_n})^{-1} \\ &= \sum_{\alpha \in \mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha} e^{-\langle \varepsilon, \alpha \rangle} \end{aligned}$$

と展開できる。(だが, ε , $|t_j| \gg 1$ かつ ε ,

$$\begin{aligned} & \check{T}_\pi(-\log t_1, \dots, -\log t_n) \\ &= \langle T_\varepsilon, \frac{1}{(1 - t_1 e^{z_1}) \dots (1 - t_n e^{z_n})} \rangle \\ &= \sum_{\alpha \in \mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha} \langle T_\varepsilon, e^{-i\langle \varepsilon, -i\alpha \rangle} \rangle \\ &= \sum_{\alpha \in \mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha} \tilde{T}(-i\alpha) \end{aligned}$$

と展開できる。但し,

$$\tilde{T}(\xi) = \langle T_\varepsilon, e^{-i\langle \varepsilon, \xi \rangle} \rangle$$

は, 前 § で扱った Fourier 変換である。Fourier 変換の同型性を用いれば, 森本-吉野 [Hokkaido Math. J.] の結果

と n 次元に振張る子 = とが n 子 (前回の共同研究集会の報告も参照.)

例えば、次の成立する.

定理 $L = A + iK$, $K'E = a$ § a 170 の a に述べた通り
とある. $F \in \text{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); K)$ が, 条件
 $F(-i) = F(-2i) = F(-3i) = \dots = F(-mi) = \dots = 0$
とみたせば, $F \equiv 0$ である.

— 以上 —