

等分布荷重を受ける周辺固定木質円板のたわみ*

佐々木 光**, 満久 崇磨**, 金田 弘**

SASAKI, H.** , T. MAKU,** and H. KANEDA** : On the Deflection of Wood Based Circular Panels under Uniformly Distributed Load and Clamped Edge Condition.

はじめに

木質材料の力学的な性質の中で、最も重要なものの一つと考えられるたわみの問題は、これまでに、主として矩形板に関して研究がなされてきた¹⁾。円板のたわみについては、小変形の理論解²⁾が見られるのみで、実験例がない。われわれは合板球殻に関する研究の予備的な段階として、2・3の木質円板のたわみ問題を実験的に扱った。この報告は、二種類の合板および一種類のハードボードの円板について、周辺を固定し等分布荷重を与えた場合のたわみを測定し、理論値と比較検討したものである。なおこの実験に材料を提供して頂いた大建木材工業株式会社と、資料の整理に協力された勝山夫人に対し感謝の意を表する。

材 料

1. 材 料

使用した合板はいずれも特に精選されたラワン合板で、フェイスおよびバックの繊維はたがいによく平行し、コアのそれに対して大体直交している。ハードボードは床材料として作られた S2S オイルテンパードハードボードである。これらの試験時の含水率、比重ならびに厚さの平均値は Table 1 に示す通りである。

Table 1. Average values of specific gravity, moisture content and thickness of the panels.

Materials	Specific gravity in air dry (r_u)	Moisture content (u) %	Thickness (h) cm
3ply 1:1:1 Lauan plywood	0.55	8.5	face : 0.260 core : 0.250 back : 0.260 } 0.770
3ply 1:2:1 Lauan plywood	0.52	9.3	face : 0.180 core : 0.400 back : 0.185 } 0.765
S2S tempered hardboard	1.06	6.2	0.360

2. 材料の基礎弾性定数

実験結果と理論解を比較検討するためには、実験に先立つて、理論計算に必要なパネルの基

* 第15回日本木材学会大会（昭和40年4月）において発表

** 木質材料研究部門, Division of Composite wood.

礎弾性定数を求めておかなければならない。しかし、パネルの曲げにおける定数を直接求めることは実験的に問題があるので、ここでは次の方法によつた。（ここに用いる記号の説明は Table 2 に示す通りである）

Table 2. List of simbols of elastic constants.

E : modulus of elasticity,
G : modulus of rigidity,
μ : POISSON'S ratio,
h : thickness of panels,
h_c : thickness of the core of plywoods,
suffix b : in bending, or accompanied with bending,
" t : in tension,
" x : in the face grain direction of plywood, or in the felting direction of hardboard,
" y : perpendicular to x -direction and parallel to the surfacc of the panel,
" 45 : in a direction inclining by 45° from both x - and y -directions,
" L : in the longitudinal direction of veneer,
" T : in the lateral direction of veneer.

The first suffix of POISSON'S ratio except b or t , means the direction of applied load.

i) 合板の曲げ弾性係数, E_{bx} , E_{by} , E_{b45}

Fig. 1a に示すようなスラブ状の試験片を用いたから、実際はポアソン比に関する補正項 ($1 - \mu_{bxy} \cdot \mu_{byx}$) をかけなければならないが、合板のポアソン比の小さいことからこの補正項を無視した。

ii) 合板の曲げに関するポアソン比, μ_{bxy} ,

$$\mu_{byx}$$

試験片に曲げモーメントを与えて、表面におけるスパンおよびスパンに直角の方向のひずみを測定すればよいが、実際には、荷重点において、スパンに直角方向のひずみが強く抑制されるから、得られる値は正しくない。そこでまず、厚さ 2.4mm のラワン単板 2 枚の裏面と裏面を尿素樹脂接着剤で貼り合わせ、Fig. 1b に示すような引張試験片をつくり、鏡式歪計によつて引張荷重下の縦ひずみおよび横ひずみを繰返し測定し、合板中のラミナとしての単板の、引張におけるポアソン比の近似的な値とした。つぎに、用いた 2 種類の合板のそれぞれについて、表層繊維の方向および表層繊維に直角の方向の曲げ弾性係数 (E_{bx} , E_{by}) を測定し、次式より、単板の繊維に直角方向の引張弾性係数

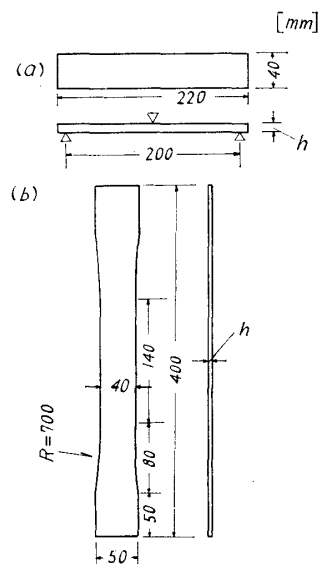


Fig. 1. Specimens for determining elastic constants of the test panels.

(a) Bending test specimen
 h : 7.70mm for plywood 1:1:1,
 7.65mm for plywood 1:2:1,
 3.60mm for S2S hardboard.

(b) Tension test specimen
 h' : 4.80mm for lauan veneer,
 3.60mm for S2S hardboard.

E_{tT} を算出した。

$$E_{tT} = C_1 E_{by} + C_2 E_{bx}, \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$C_1 = -(h^3 - h_c^3)/(h^3 - 2h_c^3),$$

$$C_2 = h_c^3/(h^3 - 2h_c^3).$$

但し (where)

$$h \neq \sqrt[3]{2} h_c^*,$$

h : パネルの厚さ (thickness of plywood)

h_c : コアの厚さ (thickness of core of plywood)

これらの値を用いて、合板の曲げに関するポアソン比 (μ_{bxy} , μ_{byx}) は次式から算出された。

$$\left. \begin{aligned} \mu_{byx} &= E_{tT} \cdot \mu_{tLT} / E_{bx}, \\ \mu_{bxy} &= E_{bx} \cdot \mu_{byx} / E_{by}. \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

iii) 合板の曲げを伴うせん断弾性係数, G_{bxy}

プレートせん断試験によつて求められるべきであるが、その値は同一樹種からなる合板では、パネルせん断弾性係数 G_{xy} に等しいから

$$\frac{1}{G_{bxy}} = \frac{1}{G_{xy}} = \frac{4}{E_{t45}} - \left(\frac{1}{E_{tx}} + \frac{1}{E_{ty}} - \frac{2\mu_{txy}}{E_{tx}} \right) \quad \dots\dots\dots(3)$$

で示され、この式の中で、

$$E_{t45} = E_{b45}, \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{tx} &= C_1' E_{bx} + C_2' E_{by} \\ E_{ty} &= C_2' E_{bx} + C_1' E_{by}, \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$C_1' = \frac{h^4 - h h_c^3 - h_c^4}{h(h^3 - 2h_c^3)}, \quad C_2' = \frac{h^4 - h_c^4}{h(h^3 - 2h_c^3)}, \quad h \neq \sqrt[3]{2} h_c,$$

$$\begin{aligned} \mu_{txy} &= E_{tT} \cdot \mu_{tLT} / E_{ty} \\ &= E_{bx} \cdot \mu_{byx} / E_{by}. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(6)$$

の関係があることから、ここでは G_{bxy} を

$$\frac{1}{G_{bxy}} = \frac{4}{E_{b45}} - \left\{ \frac{1}{C_1' E_{bx} + C_2' E_{by}} + \frac{1}{C_2' E_{bx} + C_1' E_{by}} - \frac{2(C_1 E_{by} + C_2 E_{bx}) \cdot \mu_{tLT}}{(C_1' E_{bx} + C_2' E_{by})(C_2' E_{bx} + C_1' E_{by})} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

によつて計算で求めた。

iv) ハードボードの弾性定数

* 註: $h = \sqrt[3]{2} h_c$ のときは $E_{bx} = E_{by}$ となつて、この式から E_{tT} を求めることはできないから、2方向の引張弾性係数 E_{tx} , E_{ty} から
 $E_{tT} = C_1' E_{tx} + C_2' E_{ty}$,
 但し $C_1' = -(h - h_c)/(h - 2h_c)$, $C_2' = h_c/(h - 2h_c)$, $h \neq 2h_c$
 で求めればよい。

ハードボードにおける弾性定数が、厚さ方向に均一であると仮定するならば、曲げ試験で求まる定数と引張試験あるいはパネルテストで求まる定数は常に等しい。したがって、Fig. 1b の形の試験片で引張におけるポアソン比を求めれば、その値を曲げ問題に用いてよい。ただ、ポアソン比の値がかなり大きく、かつ、板の厚さが薄いから、曲げ弾性係数は、Fig. 1a の試験片を用いて求まる値に、補正係数 $(1 - \mu_{txy} \cdot \mu_{tyx})$ をかけて算出した。また、曲げを伴うせん断弾性係数は

$$\frac{1}{G_{bxy}} = \frac{1}{G_{xy}} = \frac{1}{E_{b45}} - \left(\frac{1}{E_{bx}} + \frac{1}{E_{by}} - \frac{2\mu_{tyx}}{E_{by}} \right). \quad \dots\dots\dots(8)$$

で算出した。このようにして求めたそれぞれのパネルの基礎弾性定数をまとめて示すと Table 3 のごとくである。

Table 3. Elastic constants of the panels.

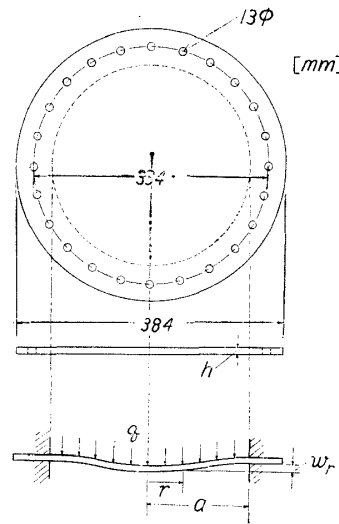
Constants	Plywood (1:1:1)			Plywood (1:2:1)			Hardboard		
	min.	av.	max.	min.	av.	max.	min.	av.	max.
$E_{bx}(\times 10^4 \text{kg/cm}^2)$	9.4	10.2*	11.4	6.5	7.2*	7.5	5.0	5.3*	6.3
$E_{by}(\times 10^4 \text{kg/cm}^2)$	0.5	0.56*	0.67	1.7	1.8*	1.9	4.0	4.5*	5.1
$E_{b45}(\times 10^4 \text{kg/cm}^2)$	0.8	1.07*	1.1	0.87	0.88*	0.90	4.4	5.0*	5.7
μ_{tLT}	0.40	0.55**	0.64	0.40	0.55**	0.64	—	—	—
μ_{txy}	—	—	—	—	—	—	0.24	0.24**	0.25
$E_{tT}(\times 10^4 \text{kg/cm}^2)$	0.20	—	—	0.72	—	—	—	—	—
μ_{byx}	0.011	—	—	0.055	—	—	0.20	—	—
$G_{bxy}(\times 10^4 \text{kg/cm}^2)$	0.30	—	—	0.24	—	—	0.20	—	—

* Average of ten specimens.

** Average of six specimens.

試 験 方 法

試験パネルは、直径 384mm の円板で、Fig. 2 に示すごとく、直径 334mm の円周上に、等間隔に、24個のボルト孔をあけた。周辺の固定には、Fig. 3 に示すような鋼製のリングを用いた。図でわかるように、3つのリングの間に、試験パネルとアルミニウム円板をサンドウィッチし、ボルトでしつかり締めて、太鼓状のものを作り、その中空部分に軟質塩化ビニール製のチューブを入れ、空気を送って内圧をかけた。リングの試験片に接する面は、直径 284mm から 304mm の間の、10mm 巾の部分のみ 0.5mm だけ厚くつくられており、この部分で試験片をしつかり固定するように設計されている。この部分の圧縮圧は大体 80kg/cm^2 程度である。Fig. 4 および Photo. 1 に示すように、圧力は水銀柱の落差に変えて正確に読みとり、たわみは試験パネルの直径上に 9 個のダイヤルゲージを設置して測定した。測点は表層繊維の方向（ハードボードでは抄造方向）に平行、直交および 45° 傾いた 3 つの直径上で、中心および中心より、それぞれ 3.5, 7, 10 および 13cm はなれた合計 25 の点について行なつた。試験パネルの数は、それぞれの材料について 5 枚で、弾性領域内の負荷を繰返し行ない荷重とたわみ分布の関係を求めた。荷重範囲の設定は、パネルの曲げ強度の外に、クランプのめり込みに関係がある



Plywood 1:1:1 $h=7.70$ mm
Plywood 1:2:1 $h=7.65$ mm
S2S Hardboard $h=3.60$ mm

Fig. 2. Test panel.

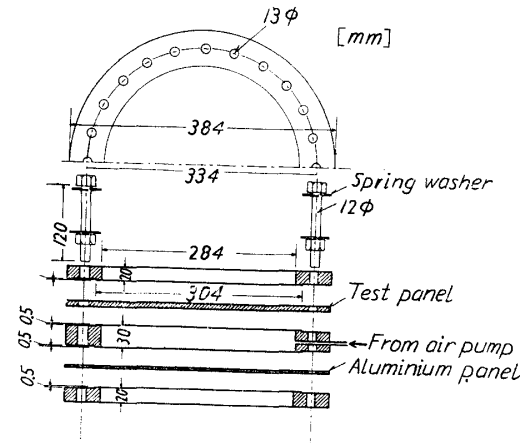


Fig. 3. Steel rings for clamping test panel.

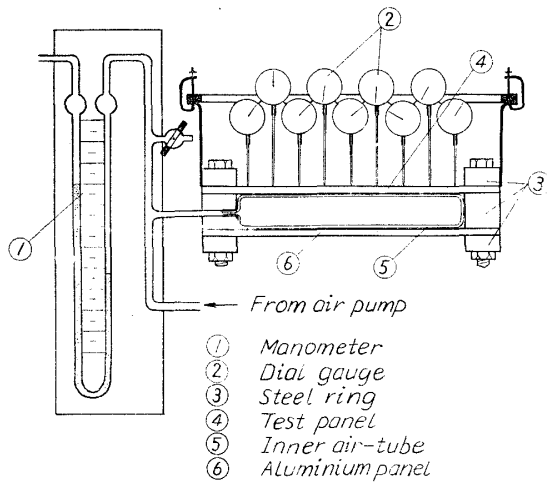


Fig. 4. Test apparatus.

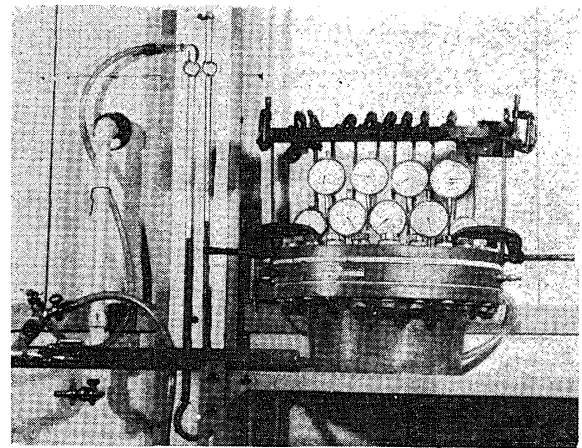


Photo. 1. Test apparatus.

Table 4. Bending strength of the panels.

Materials	Span	Bending strength (kg/cm ²) min. av*. max.
Plywood (1:1:1)	Parallel to the face grain (σ_{bx})	624 ~ 669 ~ 705
	Perpendicular to the face grain (σ_{by})	168 ~ 179 ~ 185
Plywood (1:2:1)	Parallel to the face grain (σ_{bx})	378 ~ 390 ~ 404
	Perpendicular to the face grain (σ_{by})	322 ~ 344 ~ 378
S2S Hardboard	Parallel to the felting direction (σ_{bx})	538 ~ 545 ~ 553
	Perpendicular to the felting direction (σ_{by})	481 ~ 497 ~ 525

* Average of ten specimens.

ので複雑である。参考までに用いたパネルの曲げ強度を示すと Table 4 のごとくである。周辺のめり込みの少ないハードボードでは、等方体における最大応力の値（周辺における放射方向の表層応力）

$$\sigma_{r,ax} = \sigma_{r(r=a)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{q \cdot a^2}{h^2} \dots\dots\dots(9)$$

を近似的に適用して、 σ_{max} として測定値の最小値 480kg/cm^2 代入し、 $q=0.4\text{kg/cm}^2$ を採用した。合板については異方度が大きいのので、この式から判断ができないが、周辺のめり込みも考慮に入れて、 $q=0.8\text{kg/cm}^2$ を採用した。この値は eq. (9) に入れると $\sigma_{max} \doteq 200\text{kg/cm}^2$ となる。

試験の結果と考察

各パネルについてのたわみの測定値は、Supplementary table 1~3 に示す。表中に示した最大および最小値からわかるように個々の測定値のばらつきは、比較的小さいものであるが、その中でもハードボードはとくに小さい。これらの中の代表的なものについて、理論値との比較を行なった。理論²⁾によれば、変形の小さい範囲では、直交異方性円板の周辺固定条件下で、等分布荷重 (q) を与えた場合のたわみ (w) は次式で与えられる。

$$w = \frac{q}{64D'}(a^2 - r^2)^2, \dots\dots\dots(10)$$

但し (where)

$$D' = \frac{1}{8}(3D_x + 2H + 3D_y),$$

$$D_x = E_{bx} \cdot h^3 / 12\lambda,$$

$$D_y = E_{by} \cdot h^3 / 12\lambda,$$

$$H = \frac{h^3}{12} \left(\frac{E_{bx} \cdot \mu_{byx}}{\lambda} + 2G_{bxy} \right),$$

$$\lambda = 1 - \mu_{bxy} \cdot \mu_{byx}.$$

w : たわみ (deflection of the panel),

q : 等分布荷重 (uniform load),

a : パネルの半径 (radius of the panel),

r : パネルの中心からの距離 (distance from the center of the panel).

この式の定数 D' を Table 3 の基礎定数から算出すれば Table 5 のごとくなる。たわみが大きくなってくると、板のたわみ線の長さは元の長さに比して無視できない程長くなり、板の内部に引張応力が附加されるようになる。したがって、実際のたわみ量は、上記の小変形式で示される値より小さくなる。このような大きなたわみ範囲での理論は大変形理論として知られている。異方性円板のたわみについての大変形理論による解は、これまでに明らかにされていないが、等方性円板のひずみエネルギー法による、近似解³⁾における曲げ剛性の代りに eq. (10) の D' を代入すれば、そのまま、異方性板に適用できることが明らかである。したがって、ここでは次式を用いた。

Table 5. Bending stiffness of the panels.

Materials	λ	D_x	D_y	H	D'
Plywood (1:1:1)	0.998	$0.39 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}$	$0.021 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}$	$0.027 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}$	$0.18 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}$
Plywood (1:2:1)	0.998	0.27	0.068	0.033	0.14
S2S Hardboard	0.952	0.022	0.173	0.0059	0.016

すなわち,

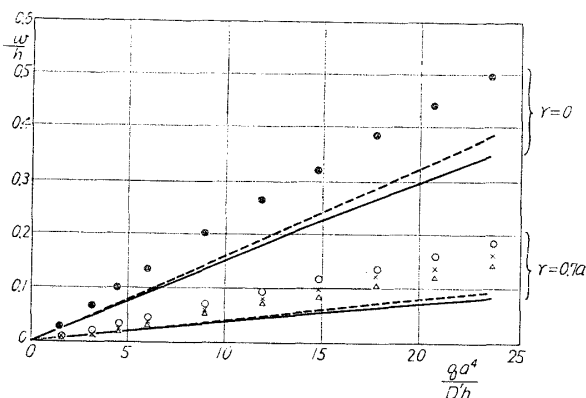
$$\left. \begin{aligned} w &= w_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^2, \\ w_0 &= \frac{qa^4}{64D'} \cdot \frac{1}{1 + 0.488 \frac{w_0^2}{h^2}}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

w_0 ; 中央のたわみ (Deflection at the center of the panel).

eq. (11) は, 変形して

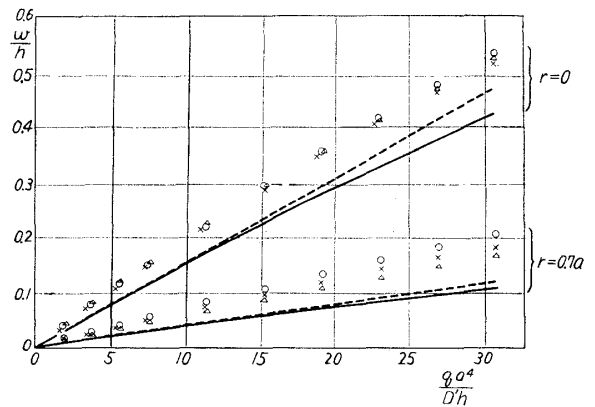
$$\frac{w}{h} \left\{ 1 + 0.488 \left(\frac{w_0}{h} \right)^2 \right\} = \frac{1}{64} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^2 \cdot \frac{qa^4}{D'h}. \dots\dots\dots(12)$$

の形とし $\frac{w}{h}$ と $\frac{qa^4}{D'h}$ の関係を描けば, 材料の如何を問わず同一の曲線となる。Fig. 5~7 は縦軸に $\frac{w}{h}$ を, 横軸に $\frac{qa^4}{D'h}$ をとつたもので図中の実線は(12)式を示し, これらの3図に共通である。また, 図中の点線は同様の変形を行なつた小変形の式である。図中にすべての測定値をプロットすると複雑にすぎるので, 代表的な r についてのみ記してある。これとは逆に, 代表的な荷重について直径上のたわみの分布を描けば, Fig. 8~10 のごとくなる。また, eq. (11) の第2式を Table 5 に示す弾性定数を用いて整理すると



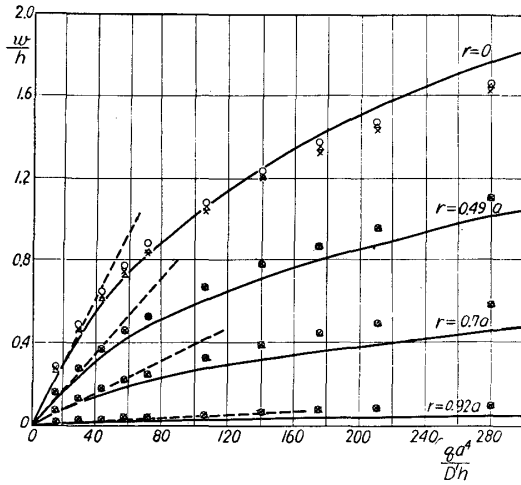
Measurements were carried out on diameters parallel (symbol $\circ$), perpendicular (Δ) and inclined by 45° ($\times$) to the face grain. Large and small deflection formulas are illustrated by the full lines and dotted lines, respectively

Fig. 5. Relations of load-deflection in plywood 1:1:1.



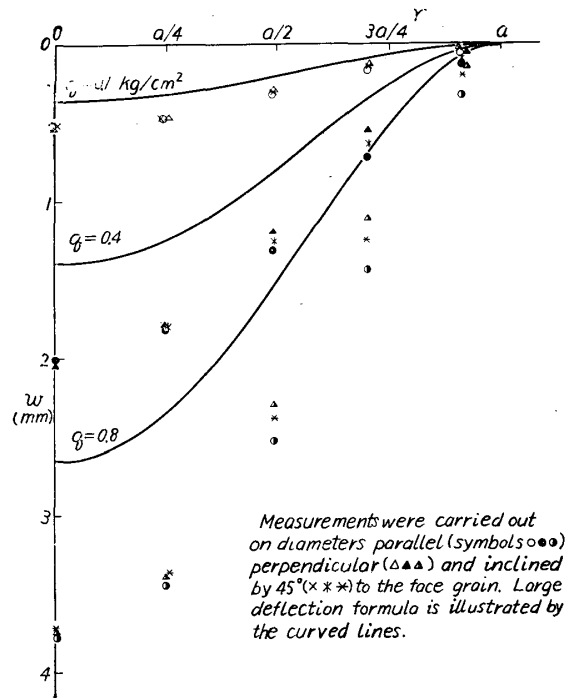
Measurements were carried out on diameters parallel (symbol $\circ$), perpendicular (Δ) and inclined by 45° ($\times$) to the face grain. Large and small deflection formulas are illustrated by the full lines and dotted lines, respectively.

Fig. 6. Relations of load-deflection in plywood 1:2:1.



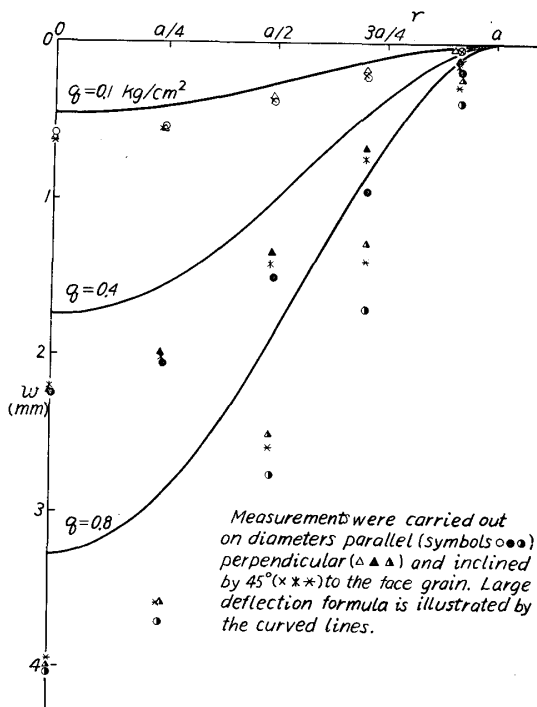
Measurements were carried out on diameters parallel (symbol $\circ$), perpendicular (Δ) and inclined by 45° ($\times$) to the face grain. Large and small deflection formulas are illustrated by the full lines and dotted lines, respectively.

Fig. 7. Relations of load-deflection in S2S hardboard.



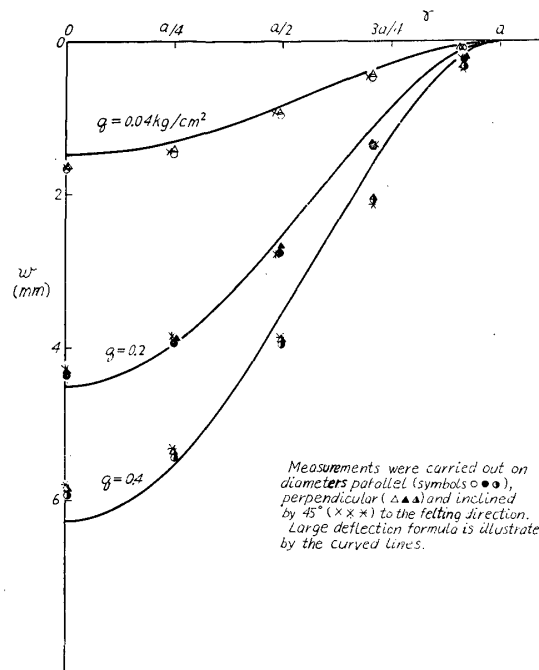
Measurements were carried out on diameters parallel (symbols $\circ$), perpendicular (Δ) and inclined by 45° ($\times$) to the face grain. Large deflection formula is illustrated by the curved lines.

Fig. 8. Deflection curves in plywood 1:1:1.



Measurements were carried out on diameters parallel (symbols $\circ$), perpendicular (Δ) and inclined by 45° ($\times$) to the face grain. Large deflection formula is illustrated by the curved lines.

Fig. 9. Deflection curves in plywood 1:2:1.



Measurements were carried out on diameters parallel (symbols $\circ$), perpendicular (Δ) and inclined by 45° ($\times$) to the face grain. Large deflection formula is illustrated by the curved lines.

Fig. 10. Deflection curves in S2S hardboard.

Table 6. Theoretical and observed values of deflection at the center of circular panels.
Plywood (1:1:1)

Load (kg/cm ²) <i>q</i>	Deflection ($\frac{1}{100}$ mm)			Ratios of $\frac{w_0(\text{obs.})}{w_0(\text{theo.})}$	
	Theoretical values w_0 (theo.)	Observed values w_0 (obs.) min. av.* max.			
0.1	36	52	52	53	1.45
0.2	70	104	105	106	1.49
0.3	105	152	153	154	1.46
0.4	138	202	202	203	1.47
0.5	173	246	247	248	1.43
0.6	204	291	292	293	1.43
0.7	235	332	334	335	1.42
0.8	265	372	375	377	1.42

Plywood (1:2:1)

Load (kg/cm ²) <i>q</i>	Deflection ($\frac{1}{100}$ -mm)			Ratios of $\frac{w_0(\text{obs.})}{w_0(\text{theo.})}$	
	Theoretical values <i>w</i> ₀ (theo.)	Observed values <i>w</i> ₀ (obs.) min. av.* max.			
0.1	45	59	60	61	1.33
0.2	88	116	117	118	1.33
0.3	132	172	174	176	1.32
0.4	175	221	223	225	1.27
0.5	215	269	270	271	1.26
0.6	255	313	315	316	1.24
0.7	292	356	358	360	1.23
0.8	329	395	400	404	1.22

Hardboard (S2S)

Load (kg/cm ²) <i>q</i>	Deflection ($\frac{1}{100}$ mm)			Ratios of $\frac{w_0(\text{obs.})}{w_0(\text{theo.})}$	
	Theoretical values <i>w</i> ₀ (theo.)	Observed values <i>w</i> ₀ (obs.) min. av.* max.			
0.04	148	165	166	167	1.12
0.10	299	299	303	307	1.01
0.15	376	370	374	379	1.00
0.20	455	427	431	436	0.95
0.25	517	473	478	484	0.93
0.30	557	513	518	524	0.93
0.40	651	580	551	592	0.85

* Average value of five observations.

佐々木・満久・金田：等分荷重を受ける周辺固定木質円板のたわみ

Table 7. Theoretical and observed values of deflection at a cocentric circle ($r=10\text{cm}$) of circular panels.
Plywood (1:1:1)

Load (kg/cm ²) <i>q</i>	Deflections ($\frac{1}{100}$ mm)					Ratios of $\frac{w_{10}(\text{obs.})}{w_{10}(\text{theo.})}$		
	Theoretical values <i>w</i> ₁₀ (theo.)	Observed values* <i>w</i> ₁₀ (obs.)			0°**	45°**	90°**	
		0°***	45°***	90°***				
0.1	9	18	16	13	2.00	1.78	1.44	
0.2	18	36	32	26	2.00	1.78	1.45	
0.3	27	54	48	40	2.00	1.78	1.48	
0.4	35	72	63	54	2.06	1.80	1.54	
0.5	44	90	79	68	2.04	1.79	1.55	
0.6	52	107	94	82	2.06	1.81	1.58	
0.7	60	125	109	96	2.08	1.82	1.60	
0.8	68	143	124	110	2.10	1.82	1.62	

Plywood (1:2:1)

Load (kg/cm ²) <i>q</i>	Deflections ($\frac{1}{100}$ mm)					Ratios of $\frac{w_{10}(\text{obs.})}{w_{10}(\text{theo.})}$		
	Theoretical values <i>w</i> ₁₀ (theo.)	Observed values* <i>w</i> ₁₀ (obs.)			0°**	45°**	90°**	
		0°***	45°***	90°***				
0.1	12	21	19	17	1.75	1.58	1.42	
0.2	23	43	38	34	1.87	1.66	1.48	
0.3	34	64	56	50	1.88	1.65	1.47	
0.4	45	84	74	66	1.87	1.64	1.47	
0.5	55	103	91	82	1.88	1.66	1.50	
0.6	65	121	107	97	1.86	1.65	1.50	
0.7	74	140	123	112	1.89	1.66	1.52	
0.8	84	160	139	128	1.90	1.66	1.52	

Hardboard (S2S)

Load (kg/cm ²) <i>q</i>	Deflections ($\frac{1}{100}$ mm)					Ratios of $\frac{w_{10}(\text{obs.})}{w_{10}(\text{theo.})}$		
	Theoretical values <i>w</i> ₁₀ (theo.)	Observed values* <i>w</i> ₁₀ (obs.)			0°***	45°***	90°***	
		0°***	45°***	90°***				
0.04	38	46	45	44	1.21	1.18	1.16	
0.10	76	89	89	87	1.18	1.18	1.14	
0.15	96	116	115	114	1.21	1.20	1.19	
0.20	116	139	138	137	1.20	1.19	1.18	
0.25	132	159	159	158	1.20	1.20	1.20	
0.30	142	176	177	175	1.24	1.25	1.24	
0.40	166	208	209	206	1.25	1.26	1.24	

* Average value of ten observations.

** The angle between the face grain direction and the diameter of the panel which contains the observed point.

*** The angle between the felting direction and the diameter of the panel which contains the observed point.

$$\left. \begin{aligned}
 &1:1:1 \text{ 合板では (for plywood } 1:1:1), \\
 &\quad 2.35w_0^3 + 2.84w_0 - q = 0 \\
 &1:2:1 \text{ 合板では (for plywood } 1:2:1), \\
 &\quad 1.86w_0^3 + 2.23w_0 - q = 0 \\
 &S2S \text{ ハードでは (for S2S hardboard).} \\
 &\quad 0.952w_0^3 + 0.252w_0 - q = 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

となる。これらの3次式を w_0 について解き、代表的な荷重 (q) の値に対する w_0 の理論値を求めた。Table 6 は、板の中央のたわみに関する理論値と実験値、ならびにその比を示したものである。Fig. 8~10 で明らかなように、理論値と実験値のくい違いの比率は、中心付近より周辺に近いところにおいて大きい。合板では、円板の中心に関する同心円上のたわみは、周辺近くでは、表板繊維に平行な直径上のものが最も大きく、 45° 方向の直径上のものがそれに続き、直角方向の直径上のものは最も小さい。たとえば、 $r=10\text{cm}$ の円周上での値の代表的なものは Table 7 のごとくで、同表には、それぞれの値の理論値に対する比率も示してある。これらの表から明らかなように、合板では、構成の如何をとわず、実験値は理論値に比べてはるかに大きな値を示し、 r の値が大きくなると両者のひらきはとくに著しくなる。これに反して、ハードボードでは、板の中心に近い部分のたわみは大変形の理論式 (eq. (11)) に極めてよく一致しており、周辺近くで、多少の不一致が認められるが、合板ほどには著しくない。このように、ハードボードの理論値と実験値が、ほぼ一段するのに反し、合板では、上記のごとく大きな差異のあらわれる理由の一つとして、クランプの所のめりこみの大きいことがあげられる。事実、試験後の合板のこの部分の圧痕は著しいが、ハードボードでは、ほとんどわからない程度である。使用した合板は、ハードボードに比べ、製造時の圧縮力が非常に小さいことから、合板の板面に垂直方向の硬さ、あるいは部分圧縮強度がハードボードのそれに比して著しく小さいため、クランプによるめり込みが激しく、また、負荷によつてそのめり込み量が増加して、クランプの曲げモーメントに対する抵抗が低下する。なお、合板では、厚さに対する直径の比が、ハードボードに比して小さく、荷重に対するたわみ量が非常に小さいから、周辺のめり込みの影響が極めて鋭敏にたわみ量に影響することを考えなければならない。また、このような厚い材料ではコアのせん断変形によるたわみ量も無視できない誤差の原因であろう。もし、合板の厚みがもつと小さく、ハードボードとほぼ等しい程度のものであれば、全体のたわみ量が大きくなるから、クランプの影響は比較的小さい。そのうえコアのせん断も無規できるから理論に近い値となるであろう。

摘 要

周辺を固定した合板およびハードボード円板に、板面垂直な等分布圧を与えた場合のたわみ分布を測定し、理論との一致性を検討した。用いた材料の性状は Table 1, 3 および Fig. 1 に、試験パネルの形状は Fig. 2 に、負荷装置は Fig. 3 および 4 にそれぞれ示した。

結果を要約すると次の通りである。

1) 大変形理論式 (eq. (11)) によつて、木質パネルのたわみ挙動を表現することは可能と考えられる。

2) 理論値と実験値を比較すると、S 2 S ハードボードのように、硬質の材料では、両者は極めてよく一致するが、合板のように軟質の材料では、クランプの部分のめり込みが著しいため、実験値は常に大きく現れる。また、この実験のように合板の厚さがパネルの直径に比して比較的厚いときは、コアのせん断変形も無視できない (Table 6, 7)。

3) この周辺条件の不完全とコアのせん断により生ずる誤差は、パネルの厚さに比して直径がもつと大きくとられるならば、全体のたわみ量の増加に伴って、相対的に減少するであろう。

Summary

Deflection of circular plates of plywoods and hardboards which were subjected to uniformly distributed normal load under clamped edge conditions, was observed and compared with the theoretical values.

Properties of panels used in this experiment are shown in Tables 1, 3 and Figs. 1, 2. And the test apparatus is illustrated in Figs. 3 and 4. The results are summarized as follows :

1) It will be possible to estimate the deflection behavior of wood based circular panels with eq. (11).

2) The observed deflection of hardboards coincides well with the theoretical one, but that of plywoods always exceeds the theoretical value (Tables 6, 7, Figs. 5, 6, 7, 8, 9, 10).

3) This difference seems to be attributable to plastic deformation at the clamped portion and shear deformation in the core of plywood, and if the diameter of the panels is extremely large in comparison with the thickness, the loosening in the clamp and shear deformation in the core will influence little on the deflection of the panels.

文 献

- 1) 例えば ANC-18 Bulletin, Desing of Wood Aircraft Structures, U. S. Government Printing Office (1951), および ANC-23 Bulletin, Sandwich Construction for Aircraft, Part II, U. S. Government Printing Office (1955) などに要約されている。
- 2) TIMOSHENKO, S., Theory of Plates and Shells, 2nd ed. 376, McGraw-Hill, New York (1959).
- 3) 同上, 401.

Supplementary table 1. Observed deflection in 1/100 mm for 1:1:1 lauan plywood.

	Distance from the center r (cm)	13	10	7	3.5	0
		min. av.* max.	min. av.* max.	min. av.* max.	min. av.* max.	min. av.** max.
*** 0°	0.05	1~ 1.4~ 2	6~ 8.1~ 9	10~ 14.7~ 17	15~ 20.7~ 25	16~ 22.6~ 26
	0.10	2~ 3.3~ 4	16~ 17.8~ 19	31~ 33.1~ 36	42~ 46.6~ 51	47~ 51.8~ 55
	0.15	4~ 4.9~ 6	24~ 26.9~ 29	46~ 49.9~ 54	64~ 70.5~ 75	71~ 77.8~ 83
	0.20	6~ 5.8~ 9	33~ 36.2~ 39	62~ 66.7~ 72	85~ 93.8~ 102	95~ 103.8~ 112
	0.30	9~ 10.6~ 13	49~ 54.0~ 58	91~ 99.4~ 107	127~ 139.2~ 150	142~ 154.2~ 164
	0.40	12~ 14.5~ 18	66~ 72.3~ 78	119~ 131.1~ 142	165~ 182.4~ 197	185~ 201.6~ 215
	0.50	15~ 18.2~ 23	80~ 89.8~ 96	146~ 161.2~ 177	202~ 223.1~ 243	226~ 246.2~ 264
	0.60	19~ 19.8~ 27	96~ 107.2~ 116	173~ 191.7~ 209	238~ 263.7~ 288	267~ 290.6~ 313
	0.70	23~ 26.9~ 33	106~ 125.2~ 136	197~ 221.9~ 242	271~ 303.3~ 331	303~ 333.6~ 359
	0.80	26~ 31.7~ 38	123~ 143.4~ 159	222~ 251.8~ 278	305~ 343.2~ 377	340~ 376.6~ 408
*** 45°	0.05	1~ 1 ~ 1	7~ 7.7~ 8	14~ 15.7~ 17	20~ 23.2~ 25	24~ 25.8~ 28
	0.10	2~ 2 ~ 2	15~ 15.6~ 17	29~ 31.3~ 34	42~ 46.3~ 51	48~ 51.8~ 56
	0.15	3~ 3.4~ 4	21~ 23.7~ 26	43~ 47.5~ 53	64~ 69.8~ 77	74~ 78.4~ 83
	0.20	4~ 4.4~ 5	29~ 31.7~ 35	58~ 63.4~ 70	85~ 92.7~ 101	97~ 105.8~ 111
	0.30	6~ 6.9~ 8	43~ 47.5~ 53	88~ 94.7~ 103	126~ 137.4~ 149	143~ 153.4~ 164
	0.40	8~ 9.6~ 11	58~ 63.3~ 70	115~ 125.3~ 137	166~ 180.6~ 195	188~ 201.6~ 215
	0.50	10~ 12.2~ 14	73~ 78.9~ 87	142~ 154.3~ 169	204~ 221.4~ 240	230~ 246.6~ 264
	0.60	13~ 14.8~ 17	83~ 93.6~ 104	168~ 183.2~ 202	241~ 261.4~ 284	270~ 292.0~ 313
	0.70	15~ 17.6~ 20	100~ 109.1~ 122	194~ 211.3~ 233	275~ 299.6~ 328	307~ 331.8~ 358
	0.80	18~ 20.5~ 23	114~ 124.3~ 140	219~ 238.7~ 264	308~ 336.6~ 368	344~ 372.2~ 401
*** 90°	0.05	1~ 1.0~ 1	3~ 5.9~ 7	13~ 14.7~ 17	21~ 23.2~ 26	22~ 25.6~ 29
	0.10	1~ 1.5~ 2	9~ 12.5~ 15	26~ 29.9~ 34	42~ 46.4~ 51	48~ 52.8~ 58
	0.15	2~ 2.3~ 3	15~ 19.4~ 22	40~ 44.8~ 50	61~ 69.2~ 77	71~ 79.0~ 86
	0.20	2~ 3.1~ 4	22~ 26.1~ 29	54~ 59.7~ 66	82~ 92.0~ 101	95~ 104.4~ 114
	0.30	4~ 4.8~ 6	37~ 40.3~ 45	80~ 89.9~ 100	123~ 137.2~ 151	142~ 152.0~ 168
	0.40	5~ 6.5~ 8	48~ 54.4~ 60	107~ 119.5~ 132	161~ 180.3~ 198	185~ 203.4~ 220
	0.50	7~ 8.5~ 11	62~ 68.2~ 75	132~ 147.4~ 161	198~ 220.7~ 242	226~ 248.0~ 269
	0.60	8~ 10.1~ 13	75~ 82.4~ 91	156~ 175.7~ 191	234~ 261.1~ 288	267~ 293.0~ 319
	0.70	10~ 12.4~ 16	87~ 96.2~ 106	180~ 203.2~ 221	267~ 299.1~ 329	303~ 334.8~ 364
	0.80	11~ 14.5~ 18	99~ 110.4~ 121	204~ 230.0~ 250	299~ 336.8~ 370	338~ 375.6~ 407

* Average value of ten observations

** Average value of five observations

*** The angle between the face grain direction and the diameter of the panel which contains the observed point.

Supplementary table 2. Observed deflection in 1/100mm for 1:2:1 lauan plywood.

	Distance from the center r (cm)	13		10		7		3.5		0	
		min.	av.* max.	min.	av.* max.	min.	av.* max.	min.	av.* max.	min.	av.** max.
*** 0°	0.05	1~2.2~3	9~10.6~12	12~18.5~22	25~27.1~30	28~30.0~32					
	0.10	3~4.0~6	19~21.1~24	35~37.8~42	50~53.6~59	56~58.8~62					
	0.15	3~5.1~8	29~31.7~37	53~57.3~66	75~80.3~91	84~88.4~96					
	0.20	5~8.3~11	38~42.6~51	69~76.4~91	101~107.2~122	111~117.4~128					
	0.30	11~13.1~17	56~63.8~112	103~113.5~131	146~157.1~176	162~172.4~184					
	0.40	15~17.9~22	75~84.2~195	135~148.7~168	191~205.6~224	211~225.0~234					
	0.50	18~21.8~27	89~102.7~216	163~179.6~204	230~247.4~270	256~270.0~283					
	0.60	22~26.9~33	106~121.3~238	191~212.9~246	270~289.2~319	299~316.4~330					
	0.70	27~32.0~40	123~139.8~260	221~242.3~272	308~329.3~357	339~359.6~373					
	0.80	32~37.5~47	144~159.9~284	251~274.9~309	344~371.0~395	379~404.4~420					
*** 45°	0.05	1~1.4~2	9~9.6~11	17~18.4~20	25~26.9~30	28~29.8~33					
	0.10	2~3.2~4	17~18.9~22	34~36.5~41	50~53.7~59	55~59.4~64					
	0.15	4~4.7~6	26~28.5~32	52~55.1~62	74~79.9~88	82~88.2~95					
	0.20	5~6.4~8	35~37.7~43	69~72.6~81	98~105.0~115	110~116.4~124					
	0.30	7~9.3~12	52~56.1~65	101~107.0~121	144~154.0~169	161~172.6~186					
	0.40	10~13.1~18	68~73.8~84	131~140.6~157	188~200.7~223	209~221.2~231					
	0.50	12~16.2~21	83~90.8~104	159~171.7~192	229~243.5~263	256~269.0~279					
	0.60	15~19.5~25	98~107.4~123	188~201.8~225	266~283.9~305	298~313.4~326					
	0.70	18~22.7~30	113~122.9~141	213~230.8~256	301~321.8~345	336~356.0~376					
	0.80	20~26.2~35	126~138.8~158	237~257.5~284	337~359.3~382	374~395.4~414					
*** 90°	0.05	1~1.2~2	8~8.4~10	13~16.9~19	24~26.6~29	28~29.8~32					
	0.10	2~2.5~3	16~17.2~20	33~35.6~38	51~54.2~58	57~60.6~65					
	0.15	3~3.6~4	24~25.6~29	49~52.6~57	73~79.0~84	84~88.8~95					
	0.20	4~5.1~6	32~33.9~39	65~69.8~76	98~104.9~113	112~118.0~127					
	0.30	6~7.8~9	46~50.2~56	95~103.0~110	143~153.2~157	163~175.8~182					
	0.40	9~10.6~13	61~66.2~74	126~134.6~143	188~198.8~208	212~223.6~233					
	0.50	11~13.4~16	75~82.0~91	155~165.4~175	228~241.6~252	258~270.8~281					
	0.60	14~16.5~20	89~97.1~109	182~194.9~208	266~282.7~297	299~315.2~328					
	0.70	16~19.4~23	106~112.2~124	208~222.4~235	303~321.0~334	339~357.4~372					
	0.80	19~23.1~27	118~127.9~140	233~250.5~262	340~359.6~376	378~399.8~417					

* Average value of ten observations

** Average value of five observations

*** The angle between the face grain direction and the diameter of the panel which contains the observed point.

Supplementary table 3. Observed deflection in 1/100mm S2S tempered hardboard.

	Distance from the center r (cm)	13		10		7		3.5		0	
		min.	av.* max.	min.	av.* max.	min.	av.* max.	min.	av.* max.	min.	av.** max.
*** 0°	Load q (kg/cm ²)										
	0.02	3~3.3~4	21~25.0~29	47~54.6~63	73~82.8~95	82~93.8~108					
	0.04	5~6.2~7	40~45.5~50	88~98.0~106	133~148.1~160	149~167.0~181					
	0.06	7~8.4~10	56~62.1~68	121~132.9~143	182~198.8~212	205~224.2~240					
	0.08	9~11.0~13	71~77.3~83	151~163.2~171	225~241.2~254	253~270.4~285					
	0.10	11~12.8~15	82~89.1~95	175~186.9~195	258~264.6~285	289~307.0~320					
	0.15	15~17.4~20	109~116.1~122	225~236.6~244	327~341.3~350	362~379.0~390					
	0.20	19~21.7~24	132~138.5~146	267~277.6~286	380~394.7~403	422~436.4~446					
	0.25	21~25.4~29	152~158.5~165	301~312.2~320	425~438.8~447	469~483.6~493					
	0.30	24~29.0~32	169~176.2~184	331~342.7~350	463~477.2~485	510~524.0~532					
0.40	29~35.5~39	200~207.6~215	383~394.9~401	527~541.2~548	578~591.6~599						
*** 45°	0.02	3~3.7~4	20~29.7~30	44~52.8~58	70~81.1~89	80~91.8~101					
	0.04	5~6.5~8	41~45.0~48	90~96.6~104	139~146.3~155	159~165.4~174					
	0.06	7~8.6~10	57~61.7~64	121~129.9~138	186~195.5~204	212~220.2~228					
	0.08	9~11.1~14	70~76.6~82	149~158.4~167	227~234.9~243	257~263.2~270					
	0.10	11~12.9~16	84~88.9~93	175~182.3~191	260~267.9~275	293~298.8~304					
	0.15	14~17.1~21	108~115.4~121	222~231.0~240	325~333.3~341	362~369.6~375					
	0.20	19~21.7~26	132~138.2~143	262~277.2~281	378~386.2~395	421~427.4~436					
	0.25	22~26.7~32	151~159.1~165	296~307.3~318	421~430.7~438	465~472.8~478					
	0.30	25~29.0~36	169~177.0~184	325~337.1~348	459~468.9~488	507~513.0~520					
	0.40	30~35.4~44	199~209.1~217	377~390.2~404	521~532.0~542	571~580.2~588					
*** 90°	0.02	2~3.4~5	20~23.5~28	45~52.1~61	70~80.9~93	81~92.0~104					
	0.04	4~6.0~8	38~43.7~49	85~96.1~106	132~146.6~161	152~166.2~181					
	0.06	6~8.6~12	53~60.2~67	181~129.7~141	181~196.0~210	208~221.0~234					
	0.08	7~10.5~14	66~74.4~81	147~158.2~170	223~236.3~250	254~260.5~278					
	0.10	9~12.5~16	79~87.0~95	170~182.3~195	256~269.7~283	291~301.6~313					
	0.15	12~16.8~22	104~113.7~122	220~132.3~245	324~336.6~350	366~373.8~385					
	0.20	15~20.8~31	126~136.7~146	261~273.2~286	377~398.6~402	422~430.2~440					
	0.25	18~25.0~32	145~157.6~168	295~309.0~323	421~434.5~445	470~478.0~486					
	0.30	21~28.1~35	163~175.3~185	327~339.2~352	461~471.8~483	510~516.4~523					
	0.40	26~34.9~44	193~206.3~218	378~392.8~405	524~535.9~548	577~583.6~591					

* Average value of ten observations.

** Average value of five observations.

*** The angle between the felting direction and the diameter of the panel which contains the observed point.