Institute of Electronics, Information, and Communication Engineers

C-1-37

導体球と線から成るメタマテリアルの等価回路によるモード解析

MODE ANALYSIS OF METAMATERIAL COMPOSED OF CONDUCTING SPHERES AND WIRES BY EQUIVALENT CIRCUIT MODEL

吉田敬祐 Keisuke Yoshida　久門尚史 Takashi Hisakado　和田修己 Osami Wada

京都大学大学院工学研究科電気工学専攻
Department of Electrical Engineering, Kyoto University

1 まえがき

メタマテリアルは複雑な構造をしている為，電磁現象を把握する事が難しい．そこで等価回路はメタマテリアルの電磁現象を解析したり，メタマテリアルを設計する上で非常に有効な手段となる．本報告書では，導体球と導体線からなるメタマテリアルの等価回路モデルを提案し [1]，共振モードおよび共振周波数を解析した．

2 空間的な電磁結合を含めた等価回路モデル

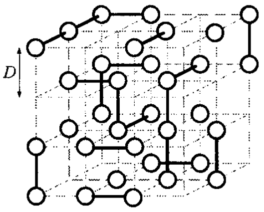

図 1 導体球と線の構造

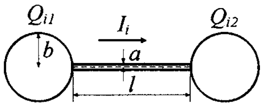

図 2 変数の定義

図 1 のように真空中にある，波長よりも十分に小さい 1 辺の長さが D の立方格子の任意の頂点に，半径 b の導体球が存在し，それらが半径 a の導体線で接続されているメタマテリアルについて考える．導体球は M 個あり，導体線は N 本あり，それらは完全導体とする．a は導体線の長さ l に比べ十分に小さく，b も a よりは十分に大きく，D よりも十分に小さいものと仮定する．また，電流は導体線のみに均一に流れ，電荷は導体球のみに均一に蓄積すると仮定するとインダクタンス行列 $\boldsymbol{L}$ とポテンシャル行列 $\boldsymbol{P}$ は，

$$L_{ij} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\log\dfrac{2l}{a} - 1\right) & (i = j) \\ \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_0^{l_i}\int_0^{l_j}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{s}_i\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_j}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} & (i \neq j) \end{cases} \quad (1)$$

$$P_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 b} & (i = j) \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 D} & (i \neq j) \end{cases} \quad (2)$$

となる．ただし，$\boldsymbol{r}$ は導体線上の位置ベクトルである．また，導体線と導体球の接続を表現する行列として M 行 N 列の接続行列 $\boldsymbol{U}$ を導入する．これらの行列により導体線の両端の電位差を境界条件とする式と電流連続の式より式 (3) が得られる．ここで，第 1 式の左辺第 1 項は導体線を流れる電流が作る電位差であり，第 2 項は導体球の電荷が作る電位差であり，右辺は外部からの印加電界が作る電位差である．これらをまとめると式 (4) が得られる．

$$\boldsymbol{L}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{U}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{Q} = -\boldsymbol{V}^E, \quad \boldsymbol{U}\boldsymbol{I} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q} = 0 \quad (3)$$

$$\boldsymbol{L}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{I} + \boldsymbol{U}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{U}\boldsymbol{I} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{V}^E \quad (4)$$

3 共振モードと共振周波数の解析

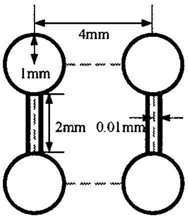

図 3 解析例

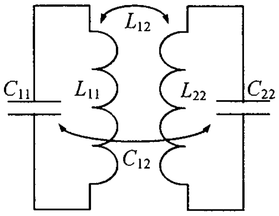

図 4 解析例の等価回路

式 (4) において，$\hat{\boldsymbol{P}} \equiv \boldsymbol{U}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{U}$ とし，さらに $C_{ij} \equiv \frac{1}{\hat{P}_{ij}}$ とする事で新たにキャパシタンス行列 $\boldsymbol{C}$ を定義する．行列 $\boldsymbol{L}, \boldsymbol{C}$ を用いると図 3 のように 4 つの導体球と 2 本の導体線から成る導体系の等価回路は図 4 のように書ける．これより，2 つの導体線に流れる電流に同相モードと逆相モードが存在する事が分かる．さらに電界成分が直流 1V/m の平面波を印加した際の電磁界解析の同相モードの結果を図 5，6 に示す．それぞれのモードの共振周波数は，提案モデルでは 13.09GHz，13.08GHz，電磁界解析では 12.96GHz，12.69GHz となり誤差はそれぞれ 1.00%，3.07%となった．

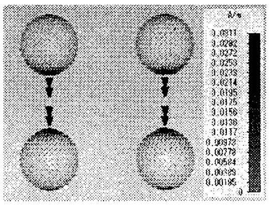

図 5 電流密度 (同相)

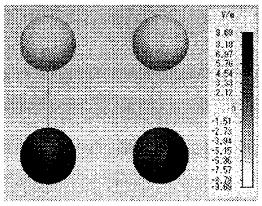

図 6 電荷密度 (同相)

4 まとめ

メタマテリルの空間的な電磁結合を含んだ等価回路モデルを提案し，提案モデルを用いることで共振モード及び共振周波数を解析できる事を示した．

参考文献

[1] Menno E. Verbeek, Int. J. Numer. Model., vol.17, pp.61-84, 2004.

Copyright © 2012 IEICE

NII-Electronic Library Service