

調整可能な非線形性を有する結合片持ち梁系における空間局在モードの安定性および分岐に関する一検討

木村 真之[†] 引原 隆士[‡]

[†] 滋賀県立大学工学部電子システム工学科 〒522-8533 滋賀県彦根市八坂町 2500

[‡] 京都大学工学研究科電気工学専攻 〒615-8510 京都府京都市西京区京都大学桂

E-mail: [†]kimura.m@e.usp.ac.jp, [‡]hikihara@kuee.kyoto-u.ac.jp

あらまし 2自由度非線形結合振動子系について空間局在解の分岐について解析を行った。単純な平均化法を用いることで、分岐の生じる角周波数や振幅を導出することができた。これらの解析結果は、数値的に求められた分岐集合と比較することにより検証され、部分的に良く一致することが示された。また、8自由度系における空間局在モードについても適用可能であることを明らかにした。

キーワード 空間局在モード, 結合振動子系, 分岐

A study on stability and bifurcation of intrinsic localized modes in a coupled cantilever array with tunable nonlinearity

Masayuki KIMURA[†] and Takashi HIKIHARA[‡]

[†] Department of Electronic Systems Engineering, The University of Shiga Prefecture,
2500 Hassaka-cho, Hikone, Shiga, 522-8533 Japan

[‡] Department of Electrical Engineering, Kyoto University,
Katsura, Nishikyo, Kyoto, 615-8510 Japan

E-mail: [†]kimura.m@e.usp.ac.jp, [‡]hikihara@kuee.kyoto-u.ac.jp

Abstract Bifurcations concerning spatially localized solutions are analytically investigated in a 2-DOF nonlinear coupled oscillators. The angular frequency and the amplitude of solution at which bifurcations occur are derived by using the simple averaging method. By confirming the result with bifurcation sets obtained by numerical simulations, it is shown that the result partially coincides with that of numerical one. In addition, the result can be applied to bifurcations of intrinsic localized modes in 8-DOF system.

Key words intrinsic localized mode, ILM, coupled cantilever array, bifurcation

1. はじめに

空間局在モード (ILM: intrinsic localized mode) とは、非線形な結合振動子系における空間局所的かつ時間周期的な解のことであり、その存在は、1988年に A. J. Sievers, S. Takeno らによって理論的に示された [1]。近年では、ILM の実験的研究が盛んに行われており [2]、なかでも微小結合片持ち梁 (マイクロカンチレバーアレイ) における ILM の観測および操作に関する実験結果 [3] は ILM の工学的応用の可能性を強く示唆するものである。

筆者らは、ILM の工学的応用を目指した研究を遂行しており、これまでに ILM の移動メカニズムの解明や操作手法の提案を行ってきた [4], [5]。近年では、数値的な結果

を検証する目的でマクロな結合片持ち梁を製作し、ILM の励起・操作に成功している [6]。しかしながら、ILM の安定性や存在条件などが明確でないため、実験は経験則にしたがう必要がある。そこで、ILM の存在条件を解析的に導くことを目標とし、少自由度系での解析を行うこととした。本報告では、平均化を用いて解の分岐点を解析的に導いた結果について述べる。特に 2 自由度結合系における解析結果について詳しく述べ、数値計算結果との比較を行う。また、8 自由度系における ILM の分岐図とも比較を行い、2 自由度系における結果の適用可能性について論じる。

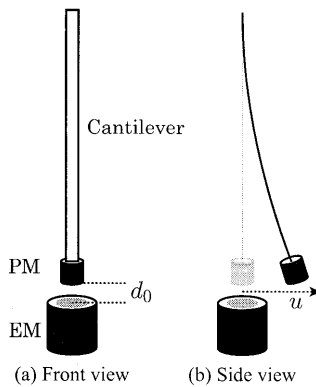


図1 片持ち梁の概略図。(a) 正面図。永久磁石 (PM) は片持ち梁の自由端に取り付けられている。また、電磁石 (EM) は PM の直下に、距離 d_0 離して配置されている。(b) 側面図。 u は片持ち梁先端の変位である。

2. 結合片持ち梁系

本報告では、図1に示すような片持ち梁を弾性棒で結合した、結合片持ち梁について検討する。各片持ち梁には磁石が取り付けられており、磁気力により復元力に非線形性を生じる。磁荷近似を用いて磁気力による復元力を導出すると、片持ち梁の運動方程式

$$\ddot{u} = -\omega_0^2 u + \chi \frac{u}{(u^2 + d_0^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

が得られる[6]。ここで、 ω_0 は磁石が存在しない場合の片持ち梁の共振角周波数であり、 $2\pi \times 35.1 \text{ rad/s}$ であった。また、 d_0 は平衡状態における磁石間距離であり、本報告では $d_0 = 3.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ とする。 χ は磁気力による相互作用の強さを表し、電磁石に流れる電流によりその大きさを調整することができる。

結合片持ち梁において、各結合片持ち梁は弾性棒により結合されている。この弾性棒は、各結合片持ち梁の固定端近傍に取り付けられているため、ほとんど変形しないと考えられる。よって、弾性棒による復元力を線形であると仮定すると、以下の結合片持ち梁の運動方程式が得られる。

$$\ddot{u}_n = -\omega_0^2 u_n - C(2u_n - u_{n+1} - u_{n-1}) + \chi \frac{u_n}{(u_n^2 + d_0^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

結合係数は C で表されている。ただし、本報告では保存系を対象とするため、空気摩擦などによる減衰項や強制加振項は省略してある。これまでの研究により、実験系およびモデル方程式(式(2))において ILM の存在が確かめられているが[6]、その存在できる周波数範囲や安定性などについては経験的な知見しか得られていない。そこで、次節からは、ILM の存在範囲について理論的な予測を与えることを目的とした解析を行う。

3. 2自由度結合系

ここでは、2自由度結合系における空間局在解の分岐に

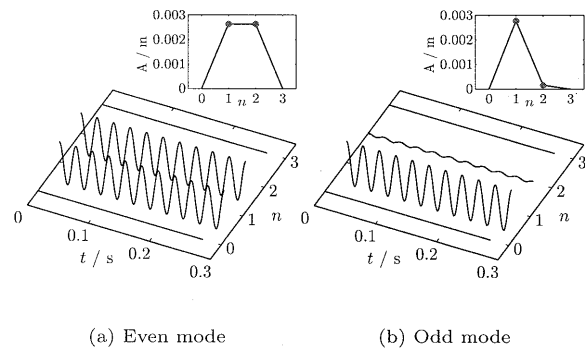


図2 空間局在解の波形と振幅分布。周波数は 37 Hz である。

ついて数値的に検討した後、分岐点について理論的な解析を行う。

3.1 空間局在解の存在と分岐

2自由度結合系は、式(2)より以下のように書き下すことができる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= -\omega_0^2 u_1 - C(2u_1 - u_2) + \chi \frac{u_1}{(u_1^2 + d_0^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{u}_2 &= -\omega_0^2 u_2 - C(2u_2 - u_1) + \chi \frac{u_2}{(u_2^2 + d_0^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3)$$

ここでは、境界を固定境界、すなわち $u_0 = u_3 = 0$ とおいた。式(3)には図2に示すような周期解が存在する。図2(b)に示す周期解は、 $n=1$ における振動子の振幅が大きく、 $n=2$ の振動子は振幅が小さい。すなわち、空間的に局在した解となっている。また、図2(a)の場合は、どちらの振動子も大振幅で振動している。本節では、2自由度系を考察対象としているため、この解は空間的に一様な非局在解であることが分かる。以降、図2(b)のような振幅分布を有する周期解を奇対称モードと呼び、図2(a)を偶対象モードと呼ぶことにする。

さて、式(3)の周期解について、横軸を系全体のエネルギーとして分岐図を描くと、図3のようになる。ここで、図2(b)に対応する解を O および O'、図2(a)に対応する解を E という記号で表す。分岐点近傍に着目すると、低エネルギー領域(図3内拡大図)では、エネルギーの増加に伴い、偶対象モード E から奇対称モード O、O' が分岐によって生じることが分かる。この分岐は、安定な E から安定な O、O'、そして不安定な E が生じるピッチフォーク分岐である。本報告では、この分岐点を PF_1 と呼ぶ。エネルギーが更に上昇すると、不安定な E は再びピッチフォーク分岐を起こし、安定化する。このとき、不安定な奇対称モードが生じる。この分岐点を PF_2 とする。 PF_2 で生じた不安定な O、O' は、安定な O、O' とサドルノード分岐を起こし消滅する。この点を SN とする。

図4は、横軸を周波数とした場合の分岐図である。本報告で対象とする振動子はソフトスプリング特性を有するので、振幅の増加とともに周波数は減少する。また、片持ち梁の固有振動数 $f_0 = 35.1 \text{ Hz}$ 近傍で、振幅が急激に

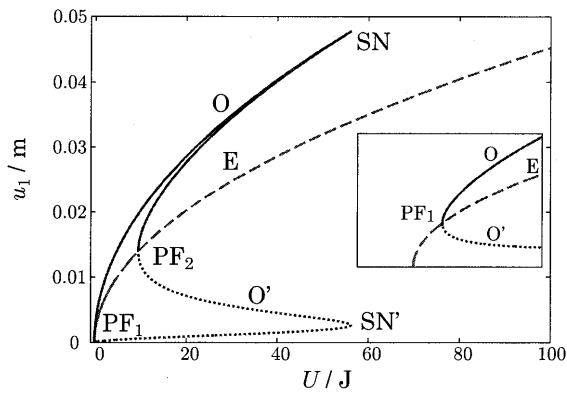


図3 2自由度系における周期解の分岐図。破線は偶対象モード、実線と点線は奇対称モードを表す。

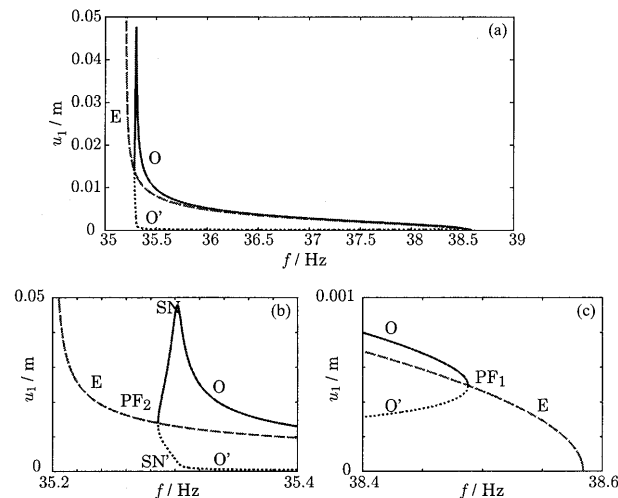


図4 横軸を周波数とした場合の分岐図。(a) 全体図。(b) 分岐点 PF₂ 近傍の拡大図。(c) 分岐点 SN および PF₂ 近傍の拡大図。

増加することが分かる。これは、振幅の増大により、磁気相互作用による復元力が、板バネの弾性変形によるそれに比べて小さくなるためである。図4(c)は低エネルギー領域での分岐点 PF₁ 近傍の拡大図である。また、図4(b)は PF₂ および SN 近傍の拡大図である。奇対称モードがある周波数で極大をとることが分かる。この極大をとる点が、SN 点に対応する。

3.2 分岐点の解析

横軸を周波数とした場合の分岐図について、奇対称モードは、PF₁ と PF₂ の間で存在することが分かる。すなわち、分岐の生じる周波数を ω_{PF1} , ω_{PF2} とすると、 $\omega_{PF1} > \omega > \omega_{PF2}$ を満たす周波数領域で空間局在解が存在する。ここでは、分岐の生じる周波数を解析的に導出することを試みる。

3.2.1 平均化

まず、1自由度振動子系の運動方程式(式(1))を平均化することを考える。ここでは、 $u(t) = A \cos \omega t$ を仮定し、基本調波成分のみ考慮する。この仮定を、式(1)に代入すると、

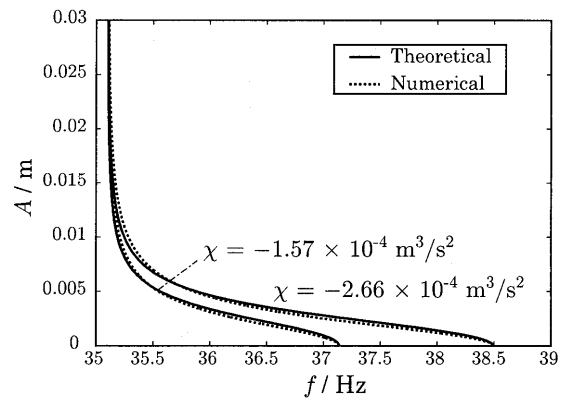


図5 式1における周期解の振幅と周波数の関係。実線は式(6)から得られた曲線であり、点線は数値的に求めたものである。非線形項の係数、 $\chi = -2.66 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $-1.57 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$ はそれぞれ電磁石が流れる電流が $I_{EM} = 24 \text{ mA}$, 12 mA のときの値である。

$$-\omega^2 A \cos \omega t = -\omega_0^2 A \cos \omega t + \chi \frac{A \cos \omega t}{\{(A \cos \omega t)^2 + d_0^2\}^{\frac{3}{2}}} \quad (4)$$

となる。上式の非線形項について、 $\cos \omega t$ 成分を計算する必要があるが、厳密な解析は困難であるため、本報告では以下の近似を用いる。

$$\chi \frac{A \cos \omega t}{\{(A \cos \omega t)^2 + d_0^2\}^{\frac{3}{2}}} \rightarrow \chi \frac{A \cos \omega t}{\sqrt{\frac{5}{16} A^6 + \frac{9}{8} A^4 d_0^2 + \frac{3}{2} A^2 d_0^4 + d_0^6}} \quad (5)$$

この近似により、片持ち梁の振幅 A と角周波数 ω の関係式が以下のように導出される。

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \chi \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{16} A^6 + \frac{9}{8} A^4 d_0^2 + \frac{3}{2} A^2 d_0^4 + d_0^6}} \quad (6)$$

この関係式をグラフにしたものが図5である。式(6)より得られる曲線が、数値計算と良く一致することが分かる。したがって、本報告においては、式(5)の仮定は成立していると考えられる。

次に、2自由度振動子系について同様に平均化を行う。1自由度振動子の場合と同様に、式(3)に $u_n(t) = A_n \cos \omega t$ を代入すると、

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \omega_0^2 + C \left(2 - \frac{a_2}{a_1} \right) - \frac{\chi}{d_0^3} \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{16} a_1^6 + \frac{9}{8} a_1^4 + \frac{3}{2} a_1^2 + 1}} \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + C \left(2 - \frac{a_1}{a_2} \right) - \frac{\chi}{d_0^3} \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{16} a_2^6 + \frac{9}{8} a_2^4 + \frac{3}{2} a_2^2 + 1}} \end{aligned} \quad (7)$$

が得られる。ここで、 $a_n = A_n/d_0$ である。

3.2.2 PF₂ 分岐点

まず、PF₂ 分岐点の導出を行う。この分岐点では振動子の振幅が d_0 よりも大きい、すなわち $a_n \gg 1$ であると考えられるので、式(7)における非線形項において、 a_n^6

の項のみ考慮する。この近似により、

$$\begin{aligned}\omega^2 &= \omega_0^2 + C \left(2 - \frac{a_2}{a_1} \right) - \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{\chi}{d_0^3} \frac{1}{a_1^3} \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + C \left(2 - \frac{a_1}{a_2} \right) - \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{\chi}{d_0^3} \frac{1}{a_2^3}\end{aligned}\quad (8)$$

が得られる。この式を整理してまとめると、

$$\hat{a}^4 + K\hat{a}^3 - \hat{a}^2 - K = 0, \quad K = \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{\chi}{Cd_0^3} \frac{1}{a_1^3} \quad (9)$$

のような 4 次多項式が得られる。ここで、 $\hat{a}$ は a_1 と a_2 の振幅比であり、 $\hat{a} = a_2/a_1$ で定義される。この多項式の解は、元の系において大振幅周期解の振幅比を与える。つまり、 $\hat{a} = 1$ が偶対象モード E、 $\hat{a} \neq 1$ となる解のうち 2 つが奇対称モード O、O' に対応する。分岐は、方程式が重根となる場合に対応するから、その条件を探すことで分岐点を求めることができる。式 (9) において、偶対象モードに対応する解 $\hat{a} = 1$ は自明である。図 4 より、奇対称モードは偶対象モードから分岐することが分かる。したがって、式 (9) において、重根 $\hat{a} = 1$ を持つ条件を調べればよいことになる。そのために、微小パラメータ ϵ を導入し、 $(1 + \epsilon)$ を式 (9) に代入する。

$$(1 + \epsilon)^4 + K \frac{1}{a_1^3} (1 + \epsilon)^3 - (1 + \epsilon)^2 - K \frac{1}{a_1^3} = 0 \quad (10)$$

式を展開して整理し、 ϵ のオーダーのみ考慮すれば、

$$K = -\frac{2}{3} \quad (11)$$

となり、分岐点 PF₂ における解の振幅及び角周波数は、

$$A_{\text{PF}_2} = A_1 = \left(-\frac{6}{\sqrt{5}} \frac{\chi}{C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (12)$$

$$\omega_{\text{PF}_2}^2 = \omega_0^2 + \frac{5}{3} C \quad (13)$$

となる。

3.2.3 SN 分岐点

つづいて、SN 分岐点について解析を行う。この分岐点では、振幅比 $\hat{a}$ が著しく増大することが、図 4 より分かる。したがって、式 (8) において、第 2 式は無視することができ、

$$C\hat{a} = \omega_0^2 + 2C - \omega^2 - \frac{4}{\sqrt{5}} \frac{\chi}{d_0^3} \frac{1}{a_1^3} \quad (14)$$

についてのみ考えればよいことになる。この式を $\hat{a}$ について整理すると、

$$W\hat{a}^3 - C\hat{a}^2 + C\hat{a} - W = 0, \quad W = \omega_0^2 + 2C - \omega^2 \quad (15)$$

のような 3 次多項式が得られる。上式についても $\hat{a} = 1$ は解となっているから、これを用いて式を因数分解すると

$$(\hat{a} - 1)(W\hat{a}^2 - (C - W)\hat{a} + W) = 0 \quad (16)$$

となる。2 次多項式 $W\hat{a}^2 - (C - W)\hat{a} + W = 0$ は容易に解けて、その解は、

$$\hat{a} = \frac{1}{2W} \left((C - W) \pm \sqrt{(C - W)^2 - 4W^2} \right) \quad (17)$$

と求められる。SN 分岐点は、上記解の $\hat{a}$ が ∞ となる点に対応すると考えられる。この点の角周波数を ω_{SN} とすると、 $W = 0$ より、

$$\omega_{\text{SN}}^2 = \omega_0^2 + 2C \quad (18)$$

が得られる。

3.2.4 PF₁ 分岐点

最後に、PF₁ 分岐点について解析を行う。この分岐点では、周期解の振幅が d_0 に比べて非常に小さい (図 4 参照) ことを利用して近似を行う。式 (3) における非線形項を u_n についてマクローリン展開すると

$$\chi \frac{u_n}{(u_n^2 + d_0^2)^{\frac{3}{2}}} \sim \frac{\chi}{d_0^3} u_n - \frac{3}{2} \frac{\chi}{d_0^5} u_n^3 + \frac{15}{8} \frac{\chi}{d_0^7} u_n^5 + \mathcal{O}(u_n^7) \quad (19)$$

となる。ここでは、式 (19) の 5 次までの項を考慮して解析を行う。式 (3) の非線形項を式 (19) で置き換え、 $u_n = A_n \cos \omega t$ を代入し、これまでと同様に $\cos \omega t$ の項のみに着目すると、以下の方程式が得られる。

$$\begin{aligned}\omega^2 &= \left(\omega_0^2 + 2C - \frac{\chi}{d_0^3} \right) - C \frac{A_2}{A_1} + \frac{9\chi}{8d_0^5} A_1^2 - \frac{75\chi}{64d_0^7} A_1^4 \\ \omega^2 &= \left(\omega_0^2 + 2C - \frac{\chi}{d_0^3} \right) - C \frac{A_1}{A_2} + \frac{9\chi}{8d_0^5} A_2^2 - \frac{75\chi}{64d_0^7} A_2^4\end{aligned}\quad (20)$$

この式から ω を消去し、 $A_2 = \hat{a}A_1$ とおくと、

$$\begin{aligned}-C\hat{a} + \frac{9\chi}{8d_0^5} A_1^2 - \frac{75\chi}{64d_0^7} A_1^4 \\ = -C \frac{1}{\hat{a}} + \frac{9\chi}{8d_0^5} A_1^2 \hat{a}^2 - \frac{75\chi}{64d_0^7} A_1^4 \hat{a}^4\end{aligned}\quad (21)$$

のような、 $\hat{a}$ に関する 5 次多項式が得られる。上式についても、これまでと同様、 $\hat{a} = 1$ が自明な解となっており、分岐点は方程式が重根 $\hat{a} = 1$ を持つときであるので、 $(1 + \epsilon)$ を代入し、 ϵ のオーダーのみ考慮すると、

$$\frac{1}{2} A_1^4 - \frac{6d_0^2}{25} A_1^2 - \frac{16Cd_0^7}{75\chi} = 0 \quad (22)$$

が得られる。これを解くと、分岐点 SN における振幅 A_{SN} および角周波数 ω_{SN} が以下のように求められる^(注1)。

$$A_{\text{SN}}^2 = A_1^2 = \frac{6}{25} d_0^2 - \sqrt{\left(\frac{6}{25} d_0^2 \right)^2 + \frac{32}{75} C \frac{d_0^7}{\chi}} \quad (23)$$

$$\omega_{\text{SN}}^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{2} C - \frac{173}{200} \frac{\chi}{d_0^3} - \frac{27}{200} \frac{\chi}{d_0^3} \sqrt{1 + \frac{200d_0^3 C}{27\chi}} \quad (24)$$

(注1)：式 (22) の解のうち、数値解析と一致しない解は除いてある。

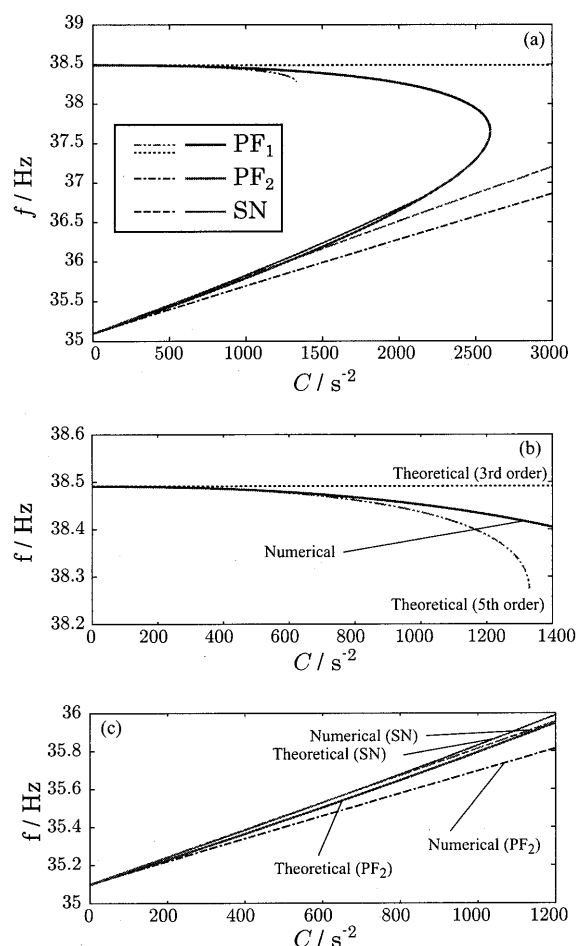


図 6 2 自由度系における解の分岐点集合 ($\chi = -2.66 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$ の場合). 実線は数値計算結果を表し、破線、一点鎖線、二点鎖線はそれぞれ式 (18), (13), (24) により描いたものである。図中の点線は、PF₁ 分岐点の解析において、マクローリン展開を 3 次までしか考慮しなかった場合の理論線であり、 $\omega_{\text{PF}_1}^2 = \omega_0^2 - \frac{\chi}{d_0^3}$ で表される。

3.3 分岐点集合

本節では、前節で導出した分岐点を与える式を数値計算結果と比較することで検証する。数値的に求められた分岐点集合を図 6 に示す。図では、実線が数値計算結果であり、その他が理論式による結果となっている。本報告では、片持ち梁間の結合係数を変化させた場合について考察する。まず、PF₁ 分岐点についてであるが、図 6(c) から分かりますとおり、 $C < 800 \text{ s}^{-2}$ で理論と数値結果が良く一致している。しかしながら、式 (24) は $C = 1300 \text{ s}^{-2}$ 近傍で負の値をとるため、 C 値が大きい領域については実数値を持たず、うまく表せていないことが分かる。一方、図 6 における点線は前節での解析において低次の項までしか考慮しない場合の理論式である。この場合、分岐点を表す角周波数は C に依存せず、横軸に平行な直線となる。

大振幅領域での分岐点 PF₂, SN については図 6(c) に拡大図を示す。図より、 ω_{SN} は理論と数値結果が良く一致していることが分かる。しかしながら、 ω_{PF_2} は、 C が小

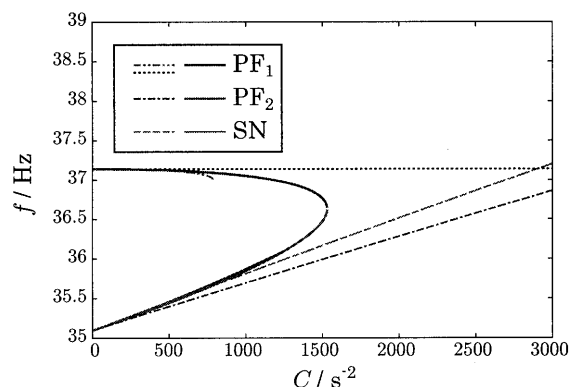


図 7 2 自由度系における解の分岐点集合 ($\chi = -1.57 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$ の場合).

さい領域でも誤差を生じている。これは、図 4 から分かりますとおり、分岐点 PF₂ は SN よりも比較的小振幅な状態で生じているためであると考えられる。このため、解析時に導入した近似の誤差が大きくなり、結果として数値結果との乖離が大きくなってしまったと考えられる。分岐点 PF₂, SN については、両者とも C が大きい領域で誤差が大きくなっている。これは、 C の増大により分岐の起きる振幅が減少するために、解析時の近似が成り立たなくなったためであると考えられる。また、 $C \simeq 2200 \text{ s}^{-2}$ 近傍で、SN が消失しているが、これも理論では表現されていない。

図 7 は非線形項の係数を $\chi = -1.57 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$ とした場合の分岐点集合である。数値結果において、小振幅領域での分岐点 PF₁ は低周波側にシフトする一方で、大振幅領域での分岐点は PF₂, SN は図 6 から変化していない。理論についても同様で、式 (24) には χ を含む項が存在するのに対して、式 (13), (18) には存在しない。したがって、大振幅領域での分岐点を表す理論線は図 6 と全く同じである。大振幅領域では非線形性の寄与が小さいことが数値的にも理論的にも裏付けられたといえる。

4. 多自由度系での ILM

図 6,7 において、空間局在解は、PF₁ と PF₂ の曲線に囲まれた周波数領域で存在する。多自由度系における ILM は数個の振動子にエネルギーが局在した解であるので、前節までの 2 自由度系での解析がある程度適用できると期待される。図 8 は横軸を周波数とした場合の ILM の分岐図である。2 自由度系とほぼ同様の形となっていることが分かる。大振幅領域と小振幅領域での分岐点近傍を拡大したものが、それぞれ図 9, 10 である。ここで、O, E は ILM 解を表しており、それぞれ 1 つの振動子、2 つの隣り合う振動子が大振幅で振動している解である。また、ZBM は全ての振動子の振幅・位相がそろった解である。図 10 から分かるように、ILM は ZBM から分岐によって生じる。この分岐点は、前節での PF₁ に対応すると思われる。式 (24) から得られた周波数は、図 10 に

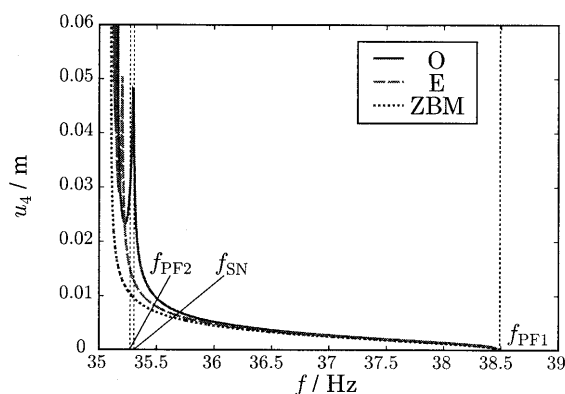


図 8 8 自由度系における ILM の分岐図. $C = 248 \text{ s}^{-2}$ とし, 境界条件は周期境界条件とした. O は奇対称 ILM, E は偶対称 ILM, ZBM は zone boundary mode を表している. 点線は, 2 自由度系での解析により得られた分岐点の周波数を表している.

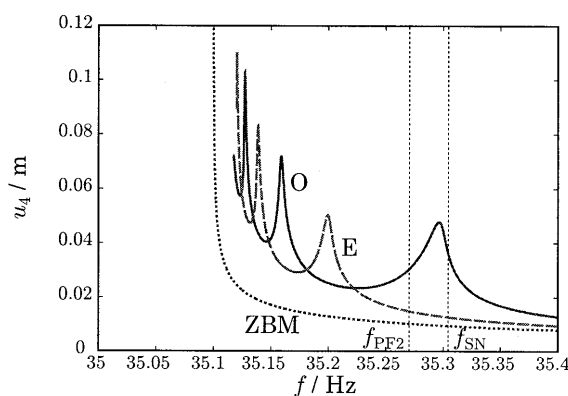


図 9 図 8 の大振幅領域の拡大図.

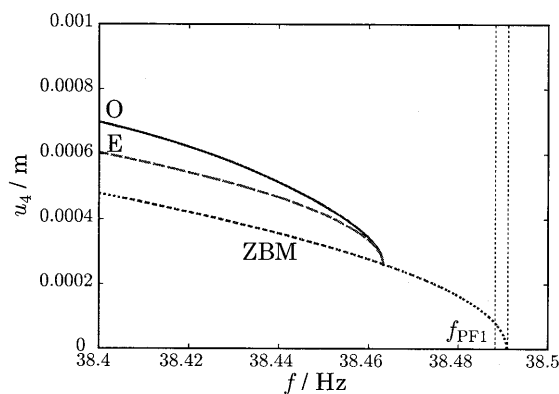


図 10 図 8 の小振幅領域の拡大図.

見られる分岐点の周波数とおおよそ一致する.

一方で, 大振幅領域の場合であるが, 2 自由度系での解析結果は図 9 における O の低周波側のピークとほぼ一致する. 多自由度系での ILM は周波数減少に伴い複数のピークを有するが, 安定性をもっとも低周波側のピークで変化する. したがって, 安定な ILM の存在範囲という観点では, 2 自由度系の解析結果は適用可能であると考えられる.

5. おわりに

本報告では, 調整可能な非線形ポテンシャルを有する結合振動子の分岐について理論的な解析を行い, 数値結果と比較検討を行った. 特に, 2 自由度系において, いくつかの近似を用いることにより, 空間局在解の分岐点を表す式を導出した. 数値的に得られた分岐点集合と比較することで, あるパラメータ範囲でうまく理論と一致することを見いだした. また, 8 自由度系における ILM について分岐図を数値的に求め, 分岐点が 2 自由度系の解析結果とある程度一致することを確認した. 今後は, 減衰項および強制加振項を追加した場合の解析や, 3 自由度または多自由度系での理論解析を行う予定である.

謝 辞

本研究は科研費 (22760280) の助成を受けたものであることをここに付記します.

文 献

- [1] A. J. Sievers and S. Takeno, "Intrinsic localized modes in anharmonic crystals," *Phys. Rev. Lett.*, vol.61, p.970, 1988.
- [2] S. Flach and A. V. Gorbach, "Discrete breathers – advances in theory and applications," *Phys. Rep.*, vol.467, p.1–116, 2008.
- [3] M. Sato, B. E. Hubbard, and A. J. Sievers, "Colloquium: Nonlinear energy localization and its manipulation in micromechanical oscillator arrays," *Rev. Mod. Phys.*, vol.78, p.137, 2006.
- [4] M. Kimura and T. Hikiyara, "Stability change of intrinsic localized mode in finite nonlinear coupled oscillators," *Phys. Lett. A*, vol.372, p.4592, 2008.
- [5] M. Kimura and T. Hikiyara, "Capture and release of traveling intrinsic localized mode in coupled cantilever array," *Chaos*, vol.19, (1) p.013138, 2009.
- [6] M. Kimura and T. Hikiyara, "Coupled cantilever array with tunable on-site nonlinearity and observation of localized oscillations," *Phys. Lett. A*, vol.373, (14) p.1257, 2009.