

RIMS 研究集会『教育数学の構築』

— 開催の経緯について —

三重大大学教育学部 蟹江 幸博 (Yukihiro Kanie)

2011 年 2 月 7 日から 10 日の 4 日間にわたって、『教育数学の構築』と題された RIMS 研究集会が開催された。

この集会は、本格的に数学の教育をテーマとした、数理解析研究所 RIMS で最初の研究集会であり、研究集会開催に至った経緯と開催時の様子を簡単に述べておくことにした。

1 開催に至るまで

数理解析科学の研究を主体とする数理解析研究所（以下 RIMS と略称する）では、これまで数学の教育の問題を扱うこと自体は想定されていなかった。少なくとも外部からはそう見えていた。それゆえ、数学の教育に関する研究集会を持ちたいと思っても、どのような形で提案すればよいのかすら分からなかった。教育の問題は RIMS 以外の場所で扱われることが常であり、数学の教育についても RIMS で議論されるものとは思われて来なかった。

だからこそ、RIMS で研究集会を行なうのであれば、たとえば時代の変化に伴い、議論を行なう必然性や必要性は了解されているとしても、集会の開催形態ということは改めて考えないといけないだろうと思っていた。そこで、そもそも RIMS で教育の問題を考えることに意味があるのだろうかということから考えることにした。

数学者と数学の教育

今の日本にあって、学校における数学教育が、さまざまな種類の社会的期待に十分に答えていないことは、多くの人によって指摘されてきている。また、この問題については、様々な立場から種々の立論がなされ、対策も講じられている。それでも、数学離れ・理科離れといった状況は改善の方向すら見えず、ますます深刻になっている。

数学の教育というものに対する日本の数学者の立場や意見を振り返ってみれば、実に千差万別であり、統一的な見解などあり得ないと言っても良いほどのものに思われる。

しかし、数学教育の弱体化は、数学自身の、ひいては、数学を必要とする様々な領域の弱体化を引き起こすような深刻な問題である。社会全体の問題でもある。果たして、このような百家争鳴といった状態のままが良いのだろうか。

集いの場の必要性

アメリカでは、近年多くの数学者が数学教育の問題に関心を払うようになり、カリフォルニア大学バークレイ校の MSRI においても、数学教育を主題とする研究集会が何度となく持たれている¹。

やはり、そうした集いの場が保障されることで、はじめて、少しずつかもしれないが、現実的にそれなりの方向性が生れて来るのではないだろうか。

このような流れを受け、RIMS においても、数学者が本格的に数学の教育に関わる、また関わるための議論をする場が得られるよう、研究集会を開催できないかと考えるようになった。

実はその3年前の2008年から、数学の教育に関する RIMS 共同研究が行われている。ある意味でこの研究集会の母体となったものでもある。ここでは数学を担当する教師の育成・教育、特に教員養成機関での教育に関して数学者がなすべきこととなし得ることについての議論をしており、それは現在も形を変えてはいるが、RIMS 共同研究として継続中である。これについては [1] と [2] をご覧いただきたい。

2 なぜ「教育数学」か

なぜ殊更に、「数学教育」ではなく「教育数学」という名前を使うのか、不審に思われる方も少なくないだろう。説明にはならないかもしれないが、我々の思いを述べておこう。

¹例えば、1996 年の 12 月 5-6 日に開催された『研究大学における数学教育の将来 (The Future of Mathematics Education at Research University)』と題する集会の記録が “*Contemporary Issues in Mathematics Education*”, MSRI Publications vol.36, Cambridge University Press (1999) として出版されている。

数学教育ではなく教育数学を

数学の教育に数学者としてどう関わるかという問題の議論については、「出来上がった数学（カリキュラム）をどう教えるかが主たる問題」である“数学教育”が主題となるもののように思われてきたが、数学者の関与のしかたとしては最適なものというわけでもないし、不十分でもあるように思われる。数学という学問とそれを教育することの意味とあり方を根本的に議論する場が見当たらないなら、せめてその場を設定する必要があるのではないだろうか。学問と教育との関わりを考える義務もあるだろうし、それができるのは数学を研究するものしかないだろうという自負もないではない。

そこで研究集会の主題として、数学者が現実的により大きな貢献が出来るような枠組みを求めること、すなわち、「教育の諸々の様相から実際に数学者が関わることのできる部分を取り出す営為」を問題にできないだろうか考えた。そういうことを「数学教育」の枠内で論じることは、数学教育に関するたくさんの議論の中に埋没してしまう危険がある。そこで、このような営みを何かしら別の名で呼ぶことと、その名前を「教育数学」とすることをあわせて提唱したいと考えた。

教育数学の構築をめざして

今後、様々な形や局面で「教育数学」を掲げ、展開していくことが必要だと考えているが²、本研究集会は、あくまでその第一歩として、数学を取り巻く関連諸分野から、数学の教育をどう考え、またどのような要望があるかを知ることが目的として計画されたものである。

研究集会の開催まで

多年、数学の教育について考えを交換しあって来た、当時東京大学教授であった岡本和夫氏とこの研究集会の開催を企画した。趣旨に賛同していただける数学界外の諸氏の参加が不可欠であり、それを促すため、本稿の付録に掲載した、本研究集会の開催趣意書を作成し、岡本氏がそれを持って諸氏を訪問し、研究集会が開催された場合の参加を募って回った。幸いに兵頭・藤原・山崎氏ほかの方々から快くご承諾がいただけたので、

²多面的な「教育数学」の諸側面や、これまでの試みについては、本講究録所収の論考 [3] 末尾の文献表をご覧ください。

研究集会の開催を応募することになった。また、数学界における参加者の人選については岡本氏と協議しながら決めた。

RIMSにおいても教育の問題を重要視される方々が多かったのか、幸いにも応募が認められ、研究集会を開催できることになった。

3 研究集会の概要

まず、開催に当たって筆者が行った挨拶（次ページ）と、その次ページにある研究集会のプログラムを見ていただきたい。

さて、数学者の集団は外から見ると自ら孤立しているように見られることがあり、それ以外の方々との、特に「数学」に関する議論が簡単には始められないのではないかという心配があった。できるだけはっきりした物言いをしていただかないと、数学者の側も自分の非に気づかないという恐れもある。良いことではないのだが、そもそも数学者集団には、外部からはそのような石頭の集まりと思われていても、別段問題ではないというような風潮もある。

互いの胸筋を開くためにプログラムに工夫が必要であった。それが4日間を通じて行った午後のプログラムである。数学者でない方々から見た、数学や数学の教育のあり方に対する問題提起（できるだけ忌憚のない注文）をしていただき、その後それに対する数学者側の応答というか言い訳をお返しし、その後提起者と応答者とをパネリストにしたパネル・ディスカッションをするという形をとることにした。ディスカッションではかなり突っ込んだやり取りが行われ、ビデオでの記録もある。このディスカッションこそこの研究集会の最大の目的であり成果なのだが、講究録の中に採録することができなかったことは残念でならない。

本講究録に掲載した原稿には、必ずしも提起者と応答者が予め想定し、実際に講演されたものではなく、ディスカッションを経て、後日想を改めて書き直していただいたものもある。午前中の講演の記録でもそういう原稿がある。参加者にとって、この研究集会が何がしかの意味を持ったことの証拠であると思っている。

なお講究録に原稿がないのはお二人だけだが、若山氏は当時進行中だった九州大学の数学系大学院の取り組みに関する講演で、すでに公けになっていることから遠慮された。多忙を極める岡本氏については、教育数学に関する論考 [4] を引用することでその代わりとさせていただいた。

研究集会開催に当たって

蟹江 幸博

多方面の方々に参加していただき、数学の教育について考える研究集会を開催することができたのは、皆さまのおかげであると感謝しています。

日本では、数理解析研究所 (RIMS) のような高度な数学の研究組織で、このような話題で研究集会を持つことはありませんでした。バークレイの MSRI では、何度も大掛かりな数学教育のシンポジウムが開催されていることを考えると、遅きに失したかもしれません。

日本でも、数学の教育については、これまで、いろいろな場で、いろいろな形で語られて来ています。しかし、一向に、実質的な改善がされているとは言えません。

初めて開くこの集会は、これまでに開かれてきたような形ではないものにしたいと考えました。

数学の教育について、何をしてきたかということよりも、何をしてこなかったかを確認する場にしたいと思ったのです。その確認ができてこそ、次のステップに踏み出していけると思うのです。

会期4日間の午後はすべて、そのような作業に宛てたいと考えます。数学者と数学教育に携わってきたものを内輪とし、数学を利用する学問領域の研究者やそこでの人材育成に携わってこられた方々に、これまでの数学教育や、それに関わる者に対する御不満や御提案を問題提起の形にして頂き、それに対して、内輪の者がどのようにすでに対処してきていたり、これから対処するかという事柄で応え、それに対する反論も受けた上で、会場の皆様とパネル討論形式で問題点の確認や改善・対処法の提案などをしていけたらと考えております。

それでは、これから研究集会を始めたいと思います。皆さまの活発なご参加を期待しております。

RIMS研究集会『教育数学の構築』 プログラム

開催日時 2011年2月7日(月)～10日(木)
開催場所 京都大学数理解析研究所4階420室

2月7日(月)

- 13:00-13:05 蟹江 幸博(三重大学教育学部)
研究集会開催に当たって
- 13:10-14:10 兵頭 俊夫(高エネルギー加速器研究機構)
理科(特に物理)と算数・数学のより緊密な連携のためのささやかな問題提起
- 14:20-15:00 浦川 肇(東北大学国際教育院)
兵頭俊夫氏の問題提起に応じて
- 15:20-16:30 質疑討論 (司会:蟹江 幸博)

2月8日(火)

- 9:30-10:30 北川源四郎(統計数理研究所)
大規模情報時代の科学的リテラシーとしての統計思考力について
- 10:45-11:45 斎藤 憲(大阪府立大学)
数学史から見た数学教育
- 13:10-14:10 藤原 毅夫(東京大学総合教育研究センター)
大学理工系(非数学)学生のための数学教育
- 14:20-15:00 岡本 和夫(大学評価・学位授与機構)
藤原毅夫氏の問題提起に応じて
- 15:20-16:30 質疑討論 (司会:蟹江 幸博)

2月9日(水)

- 9:30-10:30 谷 克彦(元リコー中央研究所)
数学月間活動—周囲(基礎科学)から数学を見る—
- 10:45-11:45 高橋陽一郎(東京大学生産技術研究所)
数理現象の記述方法について—微分方程式から力学系へ
- 13:10-14:10 山崎 秀記(一橋大学)
情報教育と数学との関わり
- 14:20-15:00 伊達悦朗(大阪大学理学部)
山崎秀記氏の問題提起に応じて
- 15:20-16:30 質疑討論 (司会:岡本 和夫)

2月10日(木)

- 9:30-10:30 蟹江 幸博(三重大大学教育学部)
教育数学の位置づけ
- 10:45-11:45 若山 正人(九州大学大学院数理学研究院)
産業界との連携による数学系大学院の学位課程
- 13:00-13:40 小山 透(近代科学社)
出版の世界から見る, 数学と数学書の状況
- 13:50-14:30 内村 直之(朝日新聞社)
ツールとして、リテラシーとして、文化として—普通人にとっての
数学とはなにか
- 14:45-16:30 パネルディスカッション (司会:岡本 和夫)

午後の質疑討論, パネルディスカッションでは会場の参加者と講演者との間で活発な議論がされることを期待しています。

付 録

RIMS 研究集会『教育数学の構築』

開催趣意書

大学評価・学位授与機構 岡本 和夫

三重大学教育学部 蟹江 幸博

1. 教育数学とは何か

1.1. 数学教育の危機

ドイツ — 十九世紀末

十九世紀末、ゲッティンゲン大学に拠ったドイツの指導的数学者フェリックス・クラインは、自身の母国が、巨大な潜在力を有し急成長を遂げつつあるアメリカ合衆国に対抗するためには、数学を中核とする科学や技術の発展と、それに基づく産業の成長によるしかないと思いを定めた。こうして、産業界と大学との協同を目的とする機関—いわゆるゲッティンゲン協会—を立ち上げたクラインは、産業界の経済的支援の下で、様々な構想の実現に邁進を始める。

しかし、こうした構想の最大の基盤のひとつとなるべき工業系高等教育機関（テヒニシェ・ホーホシューレ）では、「数学教育不要論」が大きな影響力をもつようになりつつあった。この「数学教育不要論」は、もちろん、工学に数学が不要という意味ではなく、学校の教育課程の一教

科としての「数学」、そして、それを教える教師としての「数学者」が、少なくとも“純粋数学”に拠っているかぎりには、不要であるとする論であったという。

この「数学教育不要論」に強い危機感を覚えたクラインは、「数学教育不要論」の最大の震源地である工学者協会と協議を重ねる傍ら、数学教育の改革を志すことになる。こうして、中等教育の教育課程の変革と、大学における中等学校教員養成の改良を二本の柱とする、いわゆる「クラインの数学教育改造運動」が組織された。

なお、クラインの主導した運動は、ドイツの第一次世界大戦における敗北と帝国の解体という混乱の中で、果実を結ぶことなく立ち枯れてしまうことになる。

日本 ― 二十一世紀初頭

我々は、教科書の編集という切り口から、あるいは、教員養成系学部 of 教壇から教師教育に携わる中で、クラインの場合と同種の問題を強く感じるようになった。現代の日本人の多数は、「数学」というものの社会的必要性の認知度は必ずしも低くはないものの、学校現場における「数学教育」に対してはさほどの必要性を感じていないのではないだろうか（本稿では、数学と教育をめぐる原理的な考察を主としたいため、高校受験や大学受験との関係については触れないこととする）。

例えば、自身の日常生活においてのみ「数学」を必要とする人たちの目には、小学校や中学校で学ぶ算数や数学といった“教科”は、内容の大部分が無用なことに映る。他方、自身の職業生活で高度な数学的知識や技法を必要とする人々にとって、学校で数学の教師から習う“教科”としての数学は、自身の必要を満たすにはあまりに不十分であるか、もしくは、“的外れ”のものでしかない。

現在の日本におけるこの問題は、我々の見解が正しければだが、クラインの時代のように工業系高等教育に限定されないという意味で、より深刻な問題というべきかもしれない。

数学教育の危機の帰結

社会生活を送る上で「数学」が必要なことは、それぞれの立場により、その具体的な内容は異なるであろうし、その妥当性の是非は別にして、な

にがしかの了解が得られていると言っても良いのではないか。対して、学校³で数学教師が教える教科目としての「数学」については、十分な理解なり支持なりを得ているとは思えない。これが、我々の見解であった。

だが、学校教育によらない種々の職能教育が社会的に大きな役割を果たしていた時代と異なり、基礎教育を学校教育がほぼ独占している日本の現状にあつては、この「数学教育不要論」は、社会的に必要とされる様々な「数学」自体の弱体化をもたらす。数学教育の危機は、数学自身の、そして、また、数学を必要とする数多の領域の危機に他ならない。

この事態を前にして、我々に出来ることは何であるのか。

1.2. 教育数学について

素直な疑問

そもそも、数学教育の対象である“数学”は、教育を受けるものにとって必要とされる“数学”と適合しているのだろうか。

まず、素直にこう問うてみたい。

この疑問に対しては、「“数学”はひとつのものであり、それ（数学的思考法）が真に身につけば、いかなる領域でも役に立つものである」といった見解や、「人々が必要とする“数学”が集団ごとに異なるとしても、公共性をもつべき学校教育において特定の集団のための教育をおこなうべきではない」といった意見が出てきそうである。

しかし、我々が焦点をあてたいのは、「こうあるべき」といった価値観をまずは括弧に入れて括りだしておき、あくまで、素直に、どのような立場の人々が、どのような数学を必要としているのかを問うてみるということである。

“数学”というものの概念規定はなかなか厄介だから、ここでは立ち入らない。しかし、現在の学問の一分野としての“数学”ではなく、歴史的に形成されてきた、そして、今も形成されつつある“数学”が、様々な種類のまとまりをもつ“部分”から構成されたものであることは否定できないだろう。

³制度的教育を論ずる文脈において、「学校」という言葉は、初等・中等教育機関を指すがことが多いが、本稿では、大学等の高等教育機関も含めている。

我々が最初に望むことは、この歴史的堆積体としての“数学”を、教育の対象として分類しなおすことである。それは、この作業を経た後にしか、「あるべき数学教育」の姿が見えてこないのではないかと思うからである。

無限小解析と微分積分学

具体例を、ひとつ挙げてみよう。

十七世紀にライプニッツ達によって開発された「無限小量を基礎概念とする無限小解析」は、学問の一領域としての“数学”の歴史においては、通常、コーシーやワイエルシュトラス達の努力により、「関数を基礎概念とする微分積分学」へと“進化”したものとみなされている。つまり、時間軸に沿って、あるいは空間的には垂直に、堆積したと考えられている。

しかし、教育の対象としてはどうだろう。自然科学や工学の基礎的な領域、例えば、静力学といった分野においては、実は、現在も、「関数」ではなく「無限小量」を基礎概念とする“数学”が、生きて用いられているのではないだろうか。

繰り返しになるが、我々は、それが相応しいか否かを問うているのではない。現状がそうであるかどうかを問うているのだ。

教育的観点から数学を眺めると — 比喩として

我々の基本的な主張を比喩的に述べれば、「教育的観点に光源をとり、その光の下で“数学”という世界を眺めると、学問領域としての数学とは異なる光景が広がっており、その世界の様相を知ることが数学教育の前提であるべき」だということである。

教育の光の下に照らし出された数学という世界は、実は、大小さまざまな大陸やら島嶼からなる多元的世界であり、数学教育は、学習の目的に応じ、到達地と、旅程を選ぶべきものなのではないか。この比喩によれば、現在の数学教育は、いわば「地図なき旅」になっているのではないか。

地図作りには、数学者はもちろん、“数学”を必要とする様々な人々の協力が必要であろう。では、我々、数学者には、それ以外のどのような貢献が可能であろうか。

しかるべき“数学”の教育の対象となりうる地域を定めるためには、その地域がどのような山容水態であり、そこに住む人々がどのような言語を話し、どのような制度をもつのかを明らかにする必要があるだろう。いわば、地誌の作成といっても良いかもしれない。これは、数学者の貢献できる領域であろう。

あるいは、こうも言えるかもしれない。ある種の教育的目的を達成するために、複数の領邦をひとつの国に統合する必要があるかもしれないし、そもそも目的に適合した地域が存在しないときには、適当な土地に、その目的に適した国を建てる必要があるかもしれない。こうした作業においても、数学者の経験が生かせるのではないだろうか。

教育数学とは何か

上述の比喻を一般化し、我々は、「教育的な観点から捉えようとする姿勢で“数学”に臨むこと」を、「教育数学」という言葉で表現したい。同時に、同じ「教育数学」という言葉で、「教育的観点から臨むことで生み出される数学に関する諸々の知見」の総称ともすることを、提唱する。

2. 研究集会に期するもの

2.1. 集会の目的

この研究集会の目的は、第一に、我々の基本的な主張（「教育的観点に光源をとり、その光の下で“数学”という世界を眺めると、学問領域としての数学とは異なる光景が広がっており、その世界の様相を知ることが数学教育の前提であるべきである」）の妥当性を確かめるため、そして“地図・地誌”作成の第一歩としてとして、当の“世界”に関する様々な情報を集めることである。さらに、可能であれば、この主張の妥当性自身についても意見の交換を行いたい。

つまり、種々の立場から“数学”に関係する経験豊富な旅人が集い、あくまで“教育⁴”の光の下で、お互いの知識を持ち寄り、あるいは、摺合

⁴本稿でいう“数学”は、学問の一分野としてのそれではなく、可能な限り最も広義なものと解していた。ここでいう“教育”についても、制度的な学校教育に限定することなく、広義に考えたい。具体的には、教育哲学者のジョン・デューイのいうように、

わせを行いたいということである。

先の比喩を続けるなら、「西方に大きな大陸がある」,「A 氏のいう X という島と, B 氏のいう Y という島は同一のものではないか」,「A 氏のいう X という島は, B 氏のいう Y という大陸の一部ではないか」,「X という地域の習俗は斯く斯く然然である」等々の話し合いが出来ることを期待している。

2.2. 集会の方法

研究集会は, まず, 講演者に, 上述の趣旨に応じた話題(教育の対象として見た数学についての知見, もしくは, こうした立場から数学教育にアプローチすることに対する見解, 等々)の提供をお願いしたいと考えている。次に, こうして提供された話題を主題とした討議(意見交換)の時間を設けることとしたい。

集会は, おおむね, この“講演と討議”の繰り返しによって進行することを計画している。

教育(education)を“言葉の本来の意味におけるコミュニケーション”,つまり,共同体(コミュニティ)を成立させる諸要素を構成員に共有化させるための手段,という意味にとっておきたい。

参考文献

- [1] 蟹江幸博『数学教育における数学者の役割-RIMS 共同研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1657(2009), 1-22.
- [2] 蟹江幸博『教師教育における数学者の役割 II-RIMS 共同研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1711(2010), 1-11.
- [3] 蟹江幸博『教育数学の位置づけ』本数理解析研究所講究録に収録.
- [4] 岡本和夫「教育数学の試み — 中等教育の数学」, 数学文化, 17 号, 日本数学協会 (2012), p.50-61.