

14. コロイド凝集系のフラクタル構造と光散乱

東北大・通研 松下 貢, 隅田圭三, 沢田康次

I. はじめに

近年, 成長するランダムパターンの研究がそのフラクタル性と関連して急速に展開されている。¹⁾ ここでは「凝集」によるパターンの成長だけに注目する。それは凝集現象が自然界における最も普遍的な現象の1つのみならず, 科学の多くの分野で重要な役割を果たしている事による。

凝集現象を記述する代表的な確率的モデルは DLA (diffusion-limited aggregation)¹⁾ と KCA (kinetic cluster-cluster aggregation)³⁾ である。両者ともモデルが単純で, 自己相似なパターンを生み出しかつ非平衡的特徴を有するという点で成長するランダムパターンの統計物理的モデルとしても最も秀でている。

DLA は単に拡散粒子の固定した種への凝集のモデル化だけでなく, 誘電破壊⁴⁾ や金属葉などの電析⁵⁾ 等, 拡散場に等価な場の中でのパターンの成長を記述する有用なモデルだが, 凝集現象自体に議論を限定すれば KCA がより興味深い。それは KCA が, 初めに分散していた拡散粒子同志の付着合体による不可逆的凝集を記述するものだからである。以下ではこのモデルに関する理論・実験を議論する。

II. KCAの幾何学的モデル

KCA の計算機シミュレーションは Meakin, Kolb らにより空間次元 $d=2\sim 5$ に対してなされ, KCA クラスターが自己相似であり, そのフラクタル次元 D が 1.45 ± 0.05 ($d=2$) 1.75 ± 0.05 ($d=3$), 2.02 ± 0.06 ($d=4$), 2.25 ± 0.15 ($d=5$) と d のみに依存し, DLA のそれより一層小さい事が確認された (実験的にも凝集した金コロイドの電頭による観察から $D=1.75 \pm 0.10$ ($d=3$) と求められた例がある⁶⁾)。また D が, 衝突合体するクラスターの途中での運動の様式 (直線運動か Brown 運動か) によらない事も確認された。これはクラスター同志の衝突では互に相手の中に侵入し得ない事による。問題のランダム性に目をつぶれば, これらの事実と成長中のクラスターが単分散に近い事を基礎に, KCA の幾何学的モデルが可能である。⁷⁾ これはクラスターの成長過程をステップに分け, 各ステップで同サイズの自己相似なクラスターが合体してできたクラスターも元と相似であると要請するもので, そのフラクタル次元 D は

$$D = \log(2d+1)/\log 3 \quad (1)$$

と表される。これによる D の値は 1 ($d=1$), 1.465 ($d=2$), 1.771 ($d=3$), 2 ($d=4$), 2.183 ($d=5$) となりシミュレーションの結果と非常によく一致する。他方、クラスターの運動様式が D に効かないという事は D のみでは KCA を特徴づけられない事を意味する。従って KCA の特徴づけには例えば動的スケーリング指数 z (凝集開始から時間 t 後の平均クラスター径 $R(t) \sim t^{1/z}$) も必須である。上の幾何学的モデルで各ステップでのクラスターの拡散衝突時間の評価から z は

$$z = D - 1 + 2D/d \quad (2)$$

と求められ、 $z^{-1} \doteq 0.51$ ($d=3$) となって最近の実験値とよく合う。⁸⁾

以上のように DLA と KCA が universality class を異にする成長モデルである事は明白である。

III. コロイド凝集系の光散乱

自己相似なクラスターの内部での密度相関関数はベキ乗依存性を示す： $\langle \rho(\mathbf{r}'+\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}') \rangle \sim r^{-D}$ 。従ってその form factor $S(\mathbf{k})$ もベキ乗形 $S(k) \sim k^{-D}$ を持ち、その指数 D がクラスターのフラクタル次元 D に他ならない。この事から適当な散乱実験により D が決定できる。

我々はポリスチレンラテックス (直径 0.1μ) の分散コロイド系に適当な塩を加えて凝集させ、それからの散乱光強度を測定した。結果の一例を図 1 に示す。凝集後の特徴的な散乱光強度のベキ乗依存性が明白に見られる。実験回数 9 回の平均で $D=1.66 \pm 0.13$ なる結果を得たが、この値は KCA の $d=3$ でのシミュレーション及び上述の幾何学的モデルの表式 (1) と矛盾しない。

IV. 今後の課題

上述の凝集クラスターの D の決定は散乱光強度の静的な測定である。動的測定法として光子相関法による凝集クラスターの運動の時間相関関数の測定も可能で、これによりクラスターの回転半径 R が求められる。従って、凝集開始から時間 t 後

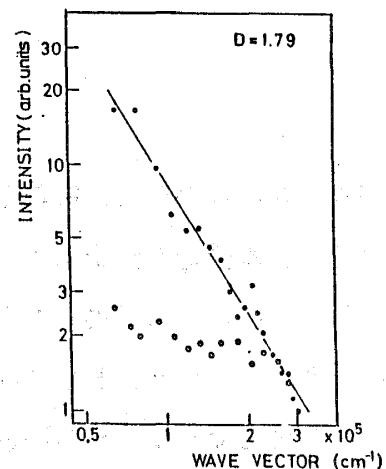


図1 コロイド凝集系の光散乱強度の散乱波数依存性。○は凝集前、●は凝集後。両データは右下端の点で規格化した。

のクラスターの平均半径 $\bar{R}(t)$ の測定及びその動的指数 z ($\bar{R}(t) \sim t^{1/z}$) の決定がこの動的測定法で可能となる。この実験は現在進行中である。2次元的なコロイド凝集系の実現は、クラスターのパターンが一望できるだけでなく、パターン成長の様子を追う事ができ、かつ(1)、(2)式の d 依存性をチェックできるという点で大変興味深い。

参考文献

- 1) *Kinetics of Aggregation and Gelation*, ed. F. Family and D. P. Landau (North-Holland, Amsterdam, 1984).
- 2) T. A. Witten and L. M. Sander; *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 1400.
- 3) P. Meakin; *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1119; M. Kolb et al.; *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1123.
- 4) L. Niemeyer et al.; *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 1033.
- 5) M. Matsushita et al.; *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 286.
- 6) D. A. Weitz et al.; *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 1433.
- 7) M. Matsushita; *J. Phys. Soc. Jpn.* **54** (Mar., 1985).
- 8) D. A. Weitz et al.; *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1657.

15. 放電のシミュレーションと

パーコレーションクラスター

名大・理 高 安 秀 樹

放電パターン、ひび割れ、微粒子凝集体、血管、河川等、自然界にはよく似た形をした分岐を伴うフラクタル構造が沢山ある。これらの構造の成因には、何か共通したものがあることが予想される。そのための手掛りを得る為、まず放電のシミュレーションを行ってみた。

放電のシミュレーションとしては、沢田ら¹⁾のホットチップモデルと呼ばれるランダムな成長モデルが最初である。昨年提案された Niemeyer ら²⁾のモデルは、パターンの成長確率が局所的な電場の強さに比例するもので、よい結果を与えている。

それに対し、ここでは、放電の素過程を場の量である電気抵抗の非線型不可逆な応答とみな