

1. Introduction

二次元系の実験と推測しているものの中で、たとえばMOSは理想的な二次元に近い系であるが、金属薄膜等では十分に三次元的な要素がある。系を特徴づける長さ、Fermi波長 λ_F 、mean free path λ 、試料の厚さ L 等である。弱局在の理論が有効であるのは $\lambda_F \ll \lambda$ の場合であり、 $L \lesssim \lambda$ ならば、この理論の枠内では常に二次元的である。 $L \gg \lambda$ の場合には、magnetic length $l = (\hbar c / eH)^{1/2}$ やdiffusion length L との関係によって二次元、又は三次元的なふるまいが見られるはずである。磁気抵抗に関しては、 $L \gg l$ ($L \ll l$)で三次元(二次元)的にふるまうはずであるが、この変化を定量的に扱うためのものがここでの目的である。なお、 $L \ll l$ の場合はAltshulerとAronov¹⁾によって計算が行われている。

2. Formulation

Weak localizationの理論によれば、磁気伝導率は

$$\Delta\sigma = -2\sigma_0\tau^2 \frac{1}{V} \int d\vec{r} \{ \Gamma_H(\vec{r}, \vec{r}) - \Gamma_0(\vec{r}, \vec{r}) \} \quad (2.1)$$

で与えられる。²⁾ $\Gamma_H(\vec{r}, \vec{r})$ はdiffusion propagatorで

$$[D(-i\vec{\nabla} - 2e\vec{A}(\vec{r})/c)^2 + 1/\tau_c] \Gamma_H(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') / 2\pi\tau^2\hbar \quad (2.2)$$

の解である。 $\Gamma_H(\vec{r}, \vec{r})$ は固有値方程式

$$[D(-i\vec{\nabla} - 2e\vec{A}(\vec{r})/c)^2 + 1/\tau_c] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (2.3)$$

の解で度内出来る。境界条件は、各境界面で

$$D(-i\vec{\nabla}_n - 2eA_n(\vec{r})) \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (2.4)$$

と取る。 n は面に垂直な成分である。

3. 磁場が面に平行な場合

方程式(2.3)の固有値は、方程式

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \lambda + \frac{1}{2} - \frac{t^2}{4} \right) \phi(t) = 0 \quad (3.1)$$

の固有値 λ に等しい

$$E_{mp} = 4Dl^{-2}(\lambda_{mp} + \frac{1}{2}) + D^2 + 1/\tau_c \quad (3.2)$$

と表される。ただし、 $t = 2x/l - l\delta$ 、 $\phi(t)$ の境界条件は $\phi'(\pm L/l - l\delta) = 0$ である

(3.1) の一般解は、合流型超幾何関数により

$$\phi(t) = e^{-t^2/4} F(-\frac{\lambda}{2}, \frac{1}{2}, \frac{t^2}{2}), \quad e^{-t^2/4} t F(\frac{1-\lambda}{2}, \frac{3}{2}, \frac{t^2}{2}) \quad (3.3)$$

と表せる。(2.1), (3.2) より magneto conductance (即ち $\Delta\sigma L$) は $e^2/2\pi^2\hbar$ の単位で

$$\delta\sigma_{||}(H) = \int_0^\infty d\delta \sum_N \left\{ \left(\frac{\delta^2}{4} + \frac{\pi^2 N^2}{4L^2} + \delta \right)^{-1/2} - \ell \left(\lambda_{Ng} + \frac{1}{2} + \delta L^2 \right)^{-1/2} \right\} \quad (3.4)$$

($\delta = 1/40\tau_e$)

となる。数値計算により λ_{Ng} をおいて $\delta\sigma(H)$ を計算した。

4. 磁場が面に垂直な場合.

この場合、面の垂直な方向の運動が量子化されるので、三次元の場合と本質的な点はあるが、この議論は省略する。

5. 計算の結果

計算の結果は下図に示したように $L \sim \ell$ では $\delta\sigma_{||}$ と $\delta\sigma_{\perp}$ は大きく異なるが、 $L \geq 2\ell$ では両者は大体一致し、 L に比例している。 $L \gg \ell$ でも両者が平行で一致するのは、surface state による $\delta\sigma_{||}$ の減少のためと考えられる。 $(\tau_e$ は $L^2/40\tau_e = 0.01$ とした)。

References

- 1) B.L. Altshuler and A.G. Aronov; JETP Lett. 33 (1981) 499
- 2) A. Kawahata; J. Phys. Soc. Japan 49 (1980) 628

