

個別要素法による岩石の一軸圧縮数値シミュレーション¹

広島大学大学院 理学研究科 松田 裕也², 岩瀬 康行

本研究では破壊に伴う現象を明らかにするため、個別要素法を基本とし、岩石(連続体)の破壊を追跡可能とした数値シミュレーションコードを作成し、岩石一軸圧縮数値シミュレーションを行った。要素を面心立方格子型配置にしたモデルでは破壊後の岩石の形状は円錐状を示した。重力の効果をなくした場合は亀裂が試料の上下の縁から内部へ進行し、円錐状亀裂が発生することが示された。また、要素をランダムに配置したモデルでは対称的な亀裂の発達は見られなかったが、破断面が斜交し、実験で観測される形状や理論的な予測に良く一致した。

1 はじめに

破壊は身近な現象であり、地球・惑星の形成・進化において重要な役割を担って来た。破壊の研究は実験的手法・理論的手法で多数行われて来ている [5] が、未だ完全な理解には至っていないし、破壊プロセスの動的な解析は未だ十分に行われていない。最近のコンピュータの目覚ましい進化とともに破壊の進化を数値シミュレーションすることがより現実的になってきた [1, 2, 3, 4, 6]。本研究では岩石破壊のダイナミクスを理解するために、個別要素法 (DEM)[1] を基本とした数値シミュレーション手法を開発し、岩石の一軸圧縮数値シミュレーションを行った。

2 方法

本研究で用いた方法は Cundall and Strack (1979) によって開発された個別要素法 (DEM) を基本とする。個別要素法 [1] とは、扱う物体を一個の連続体ではなく有限なサイズの要素の集まりであるとし、粘弾性的な相互作用などの外力が作用した時の各要素の並進と回転の運動方程式の時間発展を計算する手法である。つまり、従来の個別要素法は不連続体解析のために開発された手法である。しかし、岩石等は破壊前には連続体として振る舞う。よって、本研究では初期状態において要素間に引力を与え、要素同士を結合し、その結合とそれによる要素の回転への影響を考慮することで連続体解析を可能とした。また、結合が破壊した時には結合が消失するので、従来通りの不連続体解析が可能である。なお、本研究では簡単のため半径が等しい球形要素を用いている。

¹ この原稿は、2000 年 3 月 9, 10 日に行われた京都大学 基礎物理学研究所 研究会「破壊現象の数理 ～現状と展望～」の研究報告である。

² E-mail: yuya@geol.sci.hiroshima-u.ac.jp

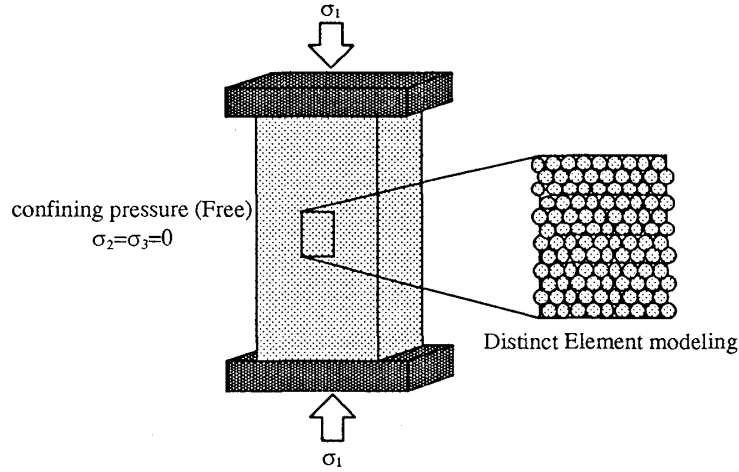


Figure 1: 一軸圧縮試験の概略図と個別要素法モデル.

計算を行う上で、 i 番目の要素が質量 m_i と慣性モーメント I_i を持っており、それらは次に与える運動方程式を満たすと考える。

$$\begin{cases} m_i \ddot{u}_i + C_i \dot{u}_i + F_i = 0 \\ I_i \ddot{\phi}_i + D_i \dot{\phi}_i + M_i = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、添字の i は要素 i に関する係数である事を示し、ドットは時間に関する微分を表している。 F_i と M_i はそれぞれ他の要素によって及ぼされる力とモーメントの合計である。 C_i と D_i は減衰係数で、 u_i と ϕ_i は要素 i の位置、回転角である。

本研究では岩石破壊に応用するため要素間の結合を考慮し、個別要素法を拡張した。本研究で導入した結合状態では要素同士の相対回転は許さないが、その結合はクーロン・モールの破壊基準を満たすと破壊（結合の消失）が起こる。結合が消失すると要素同士は摩擦により回転することを許すものとし、消失後は二度と要素間の結合が起こらないものと考え、連続体から不連続体への変化を表現可能した。また、要素はケルビン・フォークト物体を想定する。今、要素同士が結合又は接触しているならば、式 (1) 中の第 3 項はばねのような働きをし、微小時間 Δt の間の垂直方向、剪断方向の相対位置、相対回転を Δn , Δs , $\Delta \theta$ とすると (Fig. 2), その相互作用は以下ようになる。

$$\Delta F_n = K_n \Delta n \quad (2)$$

$$\Delta F_s = K_s \Delta s \quad (3)$$

$$\Delta M = K_r \Delta \theta \quad (4)$$

ここで、添字の指数 n , s , r はそれぞれ垂直、剪断、回転方向を示し、 K_n , K_s , $K_r (= 2K_s r_0)$ はバネ定数、 r_0 は要素間の釣り合い位置における要素の半径である。要素が互いに結合している時には、要素は回転しないものとする ($\Delta \theta = 0$)。そして、クーロン・モールの破壊条件、

$$|\tau| \geq c + \mu |\sigma| \quad (5)$$

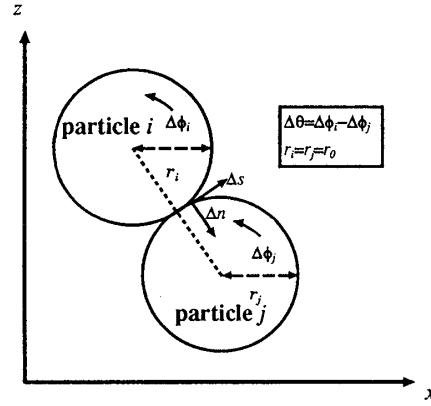


Figure 2: 結合時もしくは接触時に働く要素間の動力学.

パラメータ	数値
要素数 (N)	1150 (fcc) 1000(random)
質量 × 重力加速度	1 (kg m s^{-2})
要素半径 r	0.5 (m)
岩石密度 ρ	2130 (kg m^{-3})
バネ定数 (重力弱) K_0	10^6 (kg s^{-2})
ヤング率 (重力弱)	$\sim 2.0 \times 10^6$ ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)
バネ定数 (重力強)	2.0×10^7 (kg s^{-2})
ヤング率 (重力強)	$\sim 4.0 \times 10^8$ ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)
タイム刻み (重力強でのタイム刻み) Δt	10^{-4} (10^{-5}) (s)
歪速度	10^{-3} (s^{-1})
粘着力 c	$\sim 1.4 \times 10^3$ ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)
摩擦係数 μ	0.6

Table 1: シミュレーションで用いたパラメータ.

を満たしたなら、要素の間の結合が切れ、二度と結合しないものとする。ただし、 σ と τ は要素 i と j の間に働く垂直方向と剪断方向の力で(2)~(4)により計算され、 c は粘着力、 μ は摩擦係数である。

式(1)の第2項に対しては、次のような粘性抵抗を導入する。

$$\Delta D_n = \eta_n (\Delta n / \Delta t) \quad (6)$$

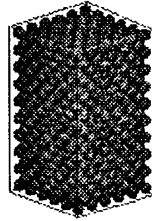
$$\Delta D_s = \eta_s (\Delta s / \Delta t) \quad (7)$$

$$\Delta D_r = \eta_r (\Delta \theta / \Delta t) \quad (8)$$

ここで、 η_n 、 η_s 、 η_r ($=2\eta_s r_0$) はダイナミック粘性率である。本研究では要素間に相互作用がある時、これら線形的な粘性項が存在するものとする。粘性項とは動的な減衰現象の効果を表したもので、テクトニックなモデルのように準静的なシミュレーションを行う時には必要となる。

また、結合していない要素が接触した時はその摩擦力も考える必要がある。予想される接触

FCC type



e=0.0000

Figure 3: 初期モデル：面心立方格子型．線で示した直方体は初期モデルの形を表している． e は歪を表す．

力 $\hat{\tau}$ と $\hat{\sigma}$ ($=\sigma$) が次の式を満足する時のみ摩擦力が働くと考える．

$$|\hat{\tau}| \geq \mu |\hat{\sigma}| \quad (9)$$

そして、その大きさは以下のように与える．

$$\tau = \mu |\hat{\sigma}| \frac{\hat{\tau}}{|\hat{\tau}|} \quad (10)$$

式 (2)～(4) と (6)～(8) をそれぞれの要素について順々に計算する．時間積分法についてはヴェルレ法を用いた．衝撃波の発生を回避するためにその計算に使用した時間刻み Δt は $2\sqrt{m/K_{max}}$ より小さい値とした． K_{max} とは、計算に用いた最大のバネ定数である．

3 数値シミュレーション

このコードを用いて岩石の一軸圧縮数値シミュレーションを行った．一軸圧縮実験とは岩石破壊の研究に用いられる基本的方法の一つであり、本研究で求められた結果を実験と比較する．本研究で用いたパラメータに関しては Table 1 にまとめる．

3.1 初期モデル

岩石の形状は底面の 1 辺と高さの比がおおよそ 1:2 の直方体とし、上下方向にのみ壁を与え、水平方向には自由境界とした (Fig. 1)．上下の壁を一定速度で移動させることにより定歪み速度 (0.001/s) の条件下で一軸圧縮シミュレーションを行った．要素の初期配置は規則的に配置 (面心立方格子型) したもの (Fig. 3) とランダムに配置したものを用いた．要素数はおおよそ 1000 個である．

3.2 結果と考察

重力下で実際の岩石に近いパラメータで計算を行った結果、破壊後の岩石の形状は圧縮軸方向の円錐状を示した (Fig. 4 右)．これは実際の岩石を用いた実験で観察される形状と良く一

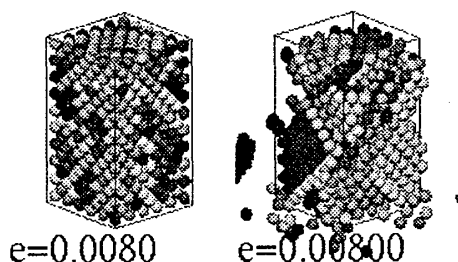


Figure 4: 応力降下後の岩石の様子：左図は弱い重力場 ($g \sim 5.0 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$) での結果であり，右図は強い重力下 ($g \sim 5.0 \text{ m/s}^2$) の結果を示す。

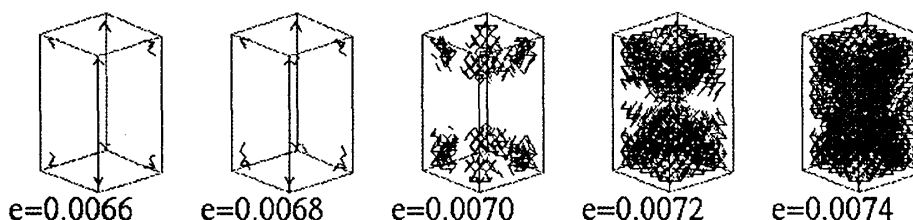


Figure 5: 亀裂の発達：要素間の結合が失われた時，要素の中心を線で結んで表示している。

致し，理論で予想される結果とも矛盾しない．圧縮による亀裂の発達のみ注目するために重力の効果を小さくしたモデルでは，亀裂がモデル岩石の上下の縁から内部へ向かって進行し，円錐状亀裂が発生することが示された (Fig. 5)．この破壊のプロセスは歪が $\sim 0.006 \sim 0.007$ の間 (約 1 秒間) に終了した．ランダム配置モデルでは対称的な亀裂の発達は見られなかったが，破断面が斜交することが観察され，規則配置と本質的に同様の結果が得られた．また，Fig. 4 に示されるように重力が強い場合と弱い場合では，破壊後の岩石の見かけの様子が異なる結果が得られたが，これは重力下では落ちるはずの岩石片が重力がないことによって落ちることが出来なかったために起こっていることがわかった．このことから本質的な破壊進行過程には重力は影響しないことがわかり，計算機の制約上重力を小さくしても十分破壊現象が追跡できることがわかった．

重力を弱くした場合に対して，その内部応力の表示を行う．Fig. 6 の球は，隣接する要素間の垂直応力の大きさを示している．Fig. 6 に見られるように歪が 0.0005 の時は，全く溜まっていなかった応力が，歪が増すにつれ (~ 0.0030)，破壊発生前は応力は岩石中全体でほぼ同程度溜り，その後さらなる歪の増加に伴い上下の縁に応力の集中が起こり (~ 0.0059)，やがて上下の縁で亀裂の発生により亀裂発生個所の応力が緩和され (0.0061 $\sim$ 0.0069)，遅れて亀裂が発生しなかった部分の応力が緩和されて行くことが分かった (0.0071 $\sim$ 0.0081)．その後，内部応力は解消されている (0.0083)．

また，本研究では要素同士の回転の効果を調べるために，破壊前後共に回転を許さないモデルと破壊前後共に回転を許すモデルを用いて要素の回転条件の変化が破壊のダイナミクスに及ぼす影響の比較も行った．常に回転を許すモデルでは亀裂は発生し，試料全体の応力と歪との相関解析の結果の比較では上で用いたモデルと大きな違いはなかったが，岩片の解離は起こら

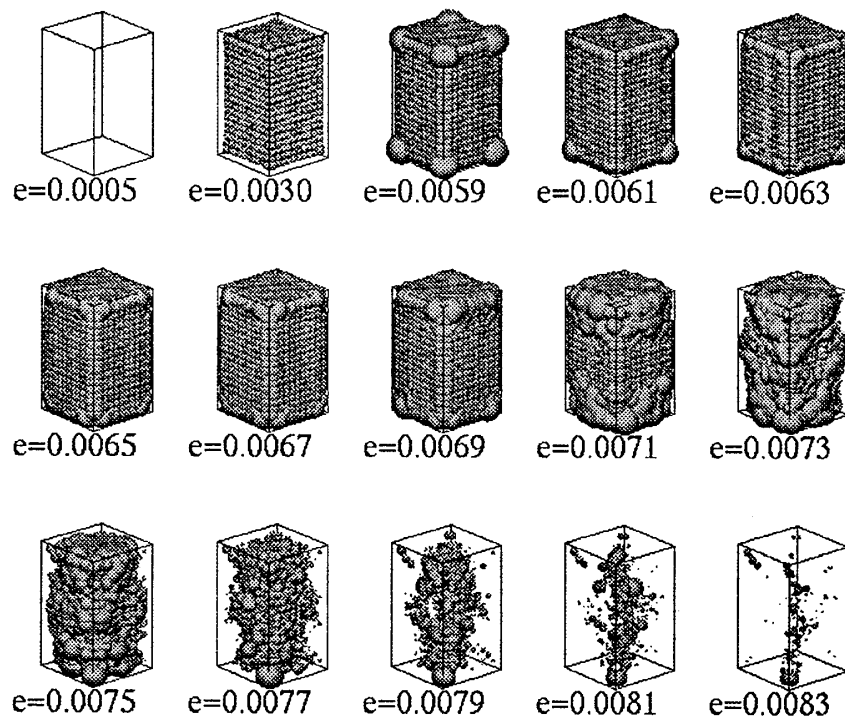


Figure 6: 内部応力の発達：球の大きさは二つの要素間の垂直応力の値を示す。

なかった．一方，常に回転を禁止したモデルでは岩石試料は上述のモデルと同様に岩石片に解離したが，応力と歪の相関解析を行うことによりこのモデルでは破壊による応力降下後も弾性的な挙動が示され，現実的ではない．これは圧縮軸方向の並進運動が，軸に垂直な方向の並進運動または回転運動に自然に変換されることが破壊伝播では重要な役割を持っていることを示しており，本論文で提唱した回転モデルが適していることを意味している．

4 結論

本研究では，従来の個別要素法の要素間に結合を与え，さらに回転を拘束してシミュレーションを行った．モデルは大変単純であるにもかかわらず岩石破壊とよく一致した．本研究で行ったシミュレーションは初期配置の依存性が岩石の破壊パターンに影響している．これは要素の数が少ない(多くとも $\sim 10^4$) ためだと考えられるが，その結果は破壊の実験や理論から得られる結果と良く一致している．岩石破壊を個別要素法により数値シミュレーションするためには回転の考慮が重要であり，本研究で提唱したような回転ー結合モデルを用いることで岩石破壊をよく再現することが可能である．

謝辞

この計算は主に広島大学理学部の大規模非線形数値実験室 (INSAM) のコンピュータを用いて行いました．

References

- [1] Cundall, P. A. and Strack, O. D. L., *Géotechnique*, **29** (1979), 47.
- [2] Donzé, F., Mora, P. and Magnier, S. A., *Geophys. J. Int.*, **116** (1994), 46.
- [3] Iwashita, K. and Oda, M., *J. Engrg. Mech.*, **124(3)** (1998), 285.
- [4] Mora, P. and Place D., *J. Geophys. Res.*, **103/B9** (1998), 21089.
- [5] Vutukuri, V. S., Lama, R. D. and Saluja S. S., *Handbook on mechanical properties of rocks: test techniques and results*, **1** (1974).
- [6] 呉 智深, 町田篤彦, 高 東劭, *土木学会論文集*, **598(I-44)** (1998), 149.