

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	關戸 啓人
論文題目	Construction of D-optimal Designs for Linear Regression with Prior Information Using Discrete Integrable Systems		
(論文内容の要旨)			
理論統計学の一分野である実験計画法において、最も精度良く回帰モデルのパラメータを推定する説明変数の選択をoptimal designという。その中でも、D-optimal designとは推定量の信頼楕円の体積を最小化するという意味で最も精度よく推定される説明変数の組で、行列式を目的関数とする最適化問題の解によって定義される。D-optimal designを解析的に求めることのできる回帰モデルは稀であり、一般的には非線形方程式に関する数値計算が必要となる。D-optimal designの構成や精度のよい数値計算を可能にするには、しばしば、対応する最適化問題を通常のモーメントではなく、カノニカルモーメントを用いてより簡易な表示式に書き直すことが有効である。本論文は、D-optimal designの具体的な構成を可能にする変数として導入されたカノニカルモーメントが、全く別の分野である離散可積分系の行列式解と見なせることに着目し、離散可積分系の漸化式を用いてD-optimal designを構成する新しい手法を提案している。 申請者は、本論文において、カノニカルモーメントと種々の離散可積分系の方程式を用いて、従来は解くことが困難であった事前情報付き多項式回帰モデル、および、事前情報付き三角回帰モデルにおけるD-optimal designの計算法を提案している。 第1章では序章として、研究の背景、目的、論文の構成を述べている。 第2章では、D-optimal designの定義を述べ、カノニカルモーメント、離散可積分系の性質を紹介している。 第3章では、離散可積分系の一種である非自励離散戸田方程式の行列式解とカノニカルモーメントとの関係を見だし、非自励離散戸田方程式の時間発展を用いて、一般化カノニカルモーメントを導入している。そして、非自励離散戸田方程式、および、一般化カノニカルモーメントを用いて、事前情報付き多項式回帰モデルに対するD-optimal designの計算法を提案している。この方法では、まず、対応する最適化問題を一般化カノニカルモーメントを用いて記述し、次に、非自励離散戸田方程式の漸化式を利用して、拘束条件を含む最適化問題をカノニカルモーメントによる簡易な表現に書きなおすことによってD-optimal designを具体的に構成する。事前情報は離散戸田方程式の非自励パラメータとみなされる。第3章では、さらに、提案手法がさらに広いクラスのD-optimal designに適用できることを説明し、例として、より複雑な2つの回帰モデルに対するD-optimal designの計算方法を与えている。提案手法によって計算できるD-optimal designのクラスは広く、従来の方法では簡単には計算できなかった回帰モデルに対するD-optimal designを多く含む。 第4章では、また別の離散可積分系である離散modified Korteweg-de Vries方程式の時間発展を用いて、一般化三角カノニカルモーメントを導入し、その応用として、事前情報付き三角回帰モデルに対するD-optimal designの計算法を提案している。 第5章では結論として、本論文で得られた結果の要約とともに、種々の離散可積分系を用いた、より広いクラスのD-optimal designの構成、および、実験計画の分野における新たな応用についての展望を述べている。			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、カノニカルモーメントが本質的に離散可積分系の行列式解と見なせることを見だし、その観点から離散可積分系の漸化式を用いてD-optimal designを構成する新しい方法を提案している。

本研究で取り上げるD-optimal designとは、回帰モデルのパラメータ推定において、推定量の共分散行列の行列式を最小化するという意味で精度よく推定するための説明変数の組である。D-optimal designを計算する方法として、しばしば、対応する最適化問題を、その拘束条件も含めて、カノニカルモーメントを用いてより簡便に表現することが試みられている。

本研究では、まず、離散可積分系である非自励離散戸田方程式の行列式解とカノニカルモーメントとの関係を論じ、非自励離散戸田方程式の時間発展を用いたカノニカルモーメントの一般化を行っている。一方で、事前情報付き多項式回帰モデルにおけるD-optimal designに対応する最適化問題が一般化カノニカルモーメントと密接な関係にあることを示し、カノニカルモーメントを用いて最適化問題をより簡便に書きなおすことで、事前情報付き多項式回帰モデルに対するD-optimal designを構成する方法が提案されている。ここで、非自励離散戸田方程式は一般化カノニカルモーメントとカノニカルモーメントをつなぐ漸化式として利用されている。

事前情報付き多項式回帰モデルは、重みが多項式で表される重み付き多項式回帰モデルと解釈することもでき、本提案手法は非常に広いクラスを扱うことができるものである。この結果、従来法では計算が困難であったD-optimal designも構成することができる。例えば、多項式回帰モデルにおけるロバストなD-optimal design、および、多項式回帰モデルにおける係数関数を推定する場合に、カノニカルモーメントを用いてoptimal designを計算する先行研究が存在するが、本研究の成果と結びつけることで、これら先行研究によって扱われていた回帰モデルの一般化である事前情報付き多項式回帰モデルにおけるロバストなD-optimal design、および、重み付き多項式回帰モデルにおける係数関数を推定する場合のoptimal designも構成可能となった。

さらに、本研究において、多項式ではなく三角関数で表される事前情報付き三角回帰モデルに対するD-optimal designを構成する方法も提案されている。そこでは、キーとなる可積分系として、離散戸田方程式ではなく離散modified Korteweg-de Vries方程式が用いられている。

本学位申請に係る研究は、実験計画法に現れるカノニカルモーメントと離散可積分系の関係に着目するという全く新しい視点に基づくものであり、離散可積分系の時間発展と一般化カノニカルモーメントを用いることで、具体的に構成可能なD-optimal designのクラス、簡便な非線形方程式の数値計算に帰着されるD-optimal designのクラスを広げるものである。今後は、豊富な離散可積分系を用いて解くことのできるoptimal designの更なる拡大が期待される。

このように、本論文は、理論上の新しい知見を含むだけでなく、実験計画法の発展に貢献する研究として高く評価されるものである。

よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。

また、平成24年10月29日に実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。