

吉林大学の数学ソフトウェアの活用

吉林大学 数学科 李 正光

Zhengguang Li

School of Mathematics,

Jilin University

関西学院大学 情報科学科 西谷 滋人

Shigeto R. Nishitani

Department of Informatics,

Kwansei Gakuin University

1 はじめに

吉林大学は吉林省長春市にある中華人民共和国教育部直属の国家重点総合大学で、1946年に創立され、現在、中国「211プロジェクト」と「985プロジェクト」、「47の一流大学と一流学科建设プロジェクト」の重点建設大学である。吉林大学は幅広い分野の学科を設け、哲学・経済学・法学・教育学・文学・歴史学・理学・工学・農学・医学・管理学・軍事学・芸術学の合計13の学科が完備され、43の学院に広がっている。129の学部のほか、修士学位授与権を有する機構が304、博士学位授与権を有する機構が244、中国政府がポスドクを2年間雇うポストドクターアールモバイルステーションが42ヵ所設置されている。現在、吉林大学には6664名の教員がいて、69828名の全日制学生が在籍し、その他、145243名の成人教育学生も受け入れている。

吉林大学の数学学部は1952年国家によって設立され、国家最初の「理科基礎科学研究と教育人材育成基地」のひとつである。2002年には「国家優秀人材育成基地」に選ばれた。さらに、2007年、数学学科は一級学科重点学科に確定されている。数学学院は国家「985工程」と「211」と「一流学科建设プロジェクト」の支援を得て、6つの専門学部と4つの学士学科が設置されており、数学と統計学一級学科博士学位の授与拠点となっている。数学学院には現在、在学学生1600人以上、教師200人以上が在籍している。

コンピューターやソフトウェアの発展によって吉林大学数学学科の教学形式も

進歩しており、もう昔の黒板とチョークだけの単一方式からマルチメディアやインターラクティブホワイトボード、インターネットを利用するMOOCなどに進化している。最近では、スマートフォンで WeChat というアプリを利用して数学問題や宿題を研究するグループも現れた。本稿は吉林大学数学学科の教学中の数学ソフトウェア利用状況を紹介する。

2 教育課程

数学は自然界を理解する道具として昔からずっと特別な役割を果たしてきた。世界レベルで技術が進歩するにつれ、ものごとの数学的本質を深く理解する姿勢がますます求められるようになってきた。社会の需要に従って、吉林大学の数学学院は継続的に学科設置と教育課程をダイナミックな調整を行なっている。今、吉林大学の数学学院には基礎数学・応用数学・情報と計算・工程数学・確率統計学・金融数学・オペレーションリサーチとコントロールの7つの学科が設置されており、数学解析、代数学、常微分方程式、偏微分方程式、複素函数論、幾何学、確率統計、計算数理、数理物理学、数学試験など80種類以上の課程を開設している。このほか、全学の線型代数学、微積分学、確率統計をはじめとする数学の基礎教育にも取り組んでいる。

上に示した課程の授業中には、学生の人数が100人に達する場合もよくある。授業の効果をあげるために伝統的な黒板とチョークだけの単一方式から脱却して新しい道具を利用して、新しい授業法を開発することが非常に重要である。パワーポイントのプロジェクターやインターラクティブホワイトボードなどのソフトウェアの活用はこれら授業改善の一部で、これらの新しいツールの活用によって、伝統的な主に先生が講義するだけの片方向授業から先生の講義と学生の実践との両方向授業に転化して、学生の学習興味が強くさせて、自発的・積極的に勉強することが可能になってきている。

現在、数学学院の1400平方メートルの広さのマルチメディアスタジオには、500台のコンピュータと7台の大型ワークステーションが用意されており、これらの開講授業の要求が満たされるように準備されている。

3 数学ソフトウェアの活用

近年，吉林大学数学学院数学ソフトウェアの利用の形は主に 2 種類ある．パワーポイントのプロジェクターやインタラクティブホワイトボードで表示して先生の説明と学生の理解を助ける．もう一つは「大学数学課程実験」などの実験科目を通じて，学生自身がソフトウェアを利用して数学問題を解決し原理を理解する．以降では，上記 2 種類から吉林大学数学学院数学ソフトウェアの活用を紹介する．

空間解析幾何学は自然科学分野でたくさんの応用があり，その代数方程式幾何学と図形との関係は統一的な学問の 2 つの側面である．代数と幾何を一体化させ，完全に統一的な特徴を伝統的な教育手段によって学生に揭示することは難しい．空間の図形は伝統の定規だけでは，正確に描きにくくて，図形の優美性をよく体現することが

あまりできない．例えば：曲面間の交線 $\begin{cases} y^2 = -4x \\ y^2 + (z-2)^2 = 4 \end{cases}$ の図形は代数方程式から

想像しにくい，ソフトウェアを利用すれば 曲面 $y^2 = -4x$ と $y^2 + (z-2)^2 = 4$ を別に描くと図 1.a・b のようになり曲面間の交線は図 2 のように現れてよく分かる．

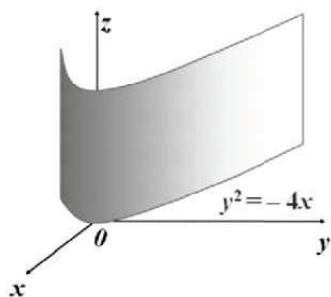


図 1.a $y^2 = -4x$ の曲面

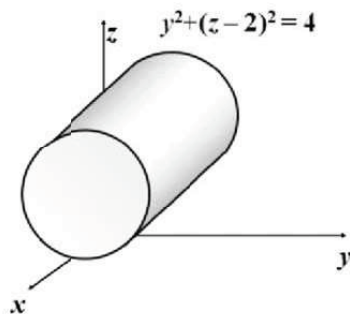


図 1.b $y^2 + (z-2)^2 = 4$ の曲面

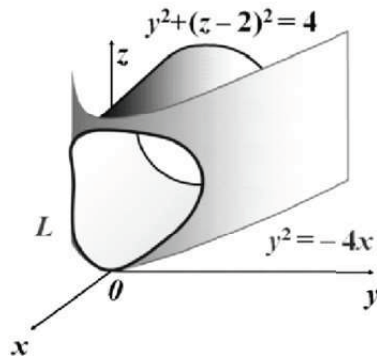


図2 曲面 $y^2 = -4x$ および $y^2 + (z-2)^2 = 4$ の曲面間の断面

解析学を理解する上で最初の難関は極限の定義を理解することである．教科書の標準的な定義は ε - δ 論法であるが，学生たちはこのような表現方法に素早く慣れることができない．関数の具体的な画像と結合することができれば，学生は概念に対する理解が楽になる．例えば： x を 0 に近付けた時の関数 $y = \frac{\sin x}{x} - 1$ の極限を考える．

MATLAB で

```
Clear
a = 10.0;
x = -a : 0.00001 : a;
y = sin(x)/x - 1;
plot(x , y)
xlabel('x'); ylabel('y');
grid on
```

とすると，便利に関数画像ができる．さらに表示区間を調整するパラメータ a を 10.0, 0.1, 0.001 のように変化させて関数画像を図3のように次々に提示する．それらの画像と先生の説明を結びつけると，学生たちは ε - δ 論法が論法が理解しやすくなる．

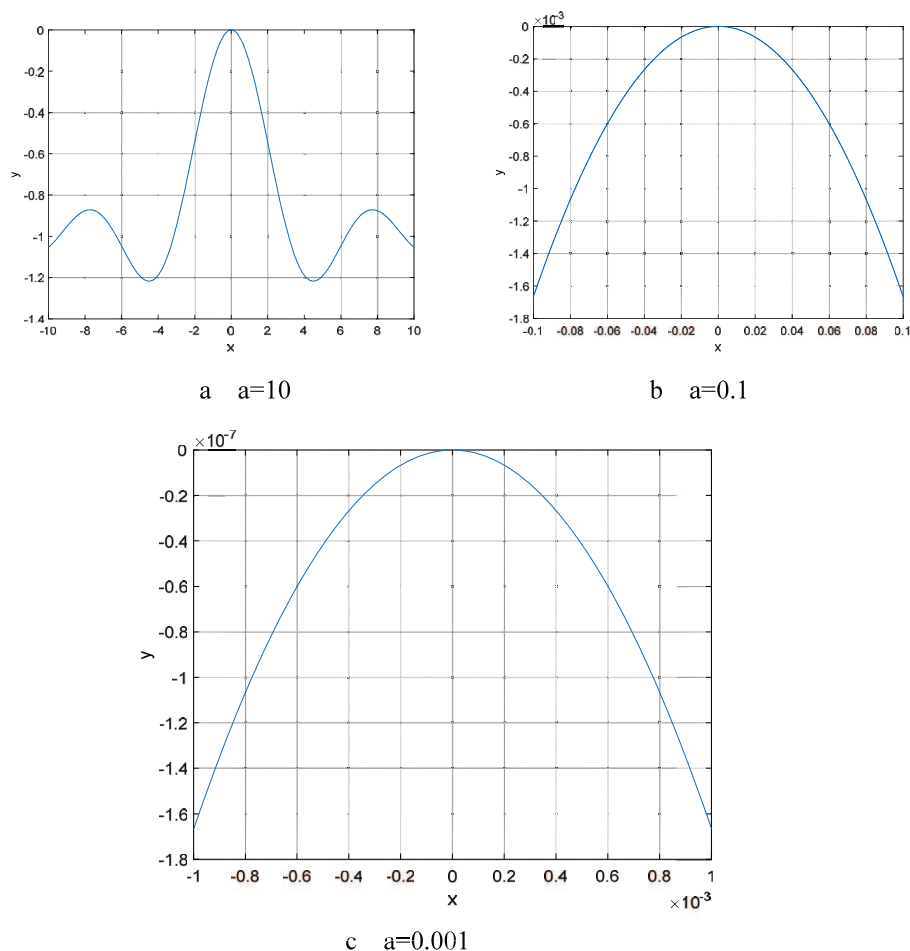


図3 区間を調整するパラメータ $a=10, 0.1, 0.001$ とかえて表示した $y = \frac{\sin x}{x} - 1$ 関数プロット.

先生がソフトウェアを使って数学の原理や幾何関係などを画像あるいは動画で作ってから、パワーポイントの投影やインタラクティブホワイトボードで掲示する形式に対して、学生がソフトウェアを使って実際の問題についてモデルを作り、数学知識と数学方法で解法を求めるのはソフトウェア活用のもう1つの形式である.

線型代数学は、線型空間と線型変換を中心とした理論を研究する代数学の一分野である. 現代数学において基礎的な役割を果たし、幅広い分野に応用されている. また、

これは特に行列・行列式・連立一次方程式に関する理論を含む [1]. 吉林大学「大学数学課程実験」[2]課程には線型代数の実験があって実験の具体的な内容には

- マトリックスの表示と計算
- マトリックスの線形変換と線形従属
- 連立一次方程式の解法
- 固有値・固有ベクトルと行列の対角化など

がある. 例えば: 連立一次方程式の解法の実験中で, 次のような問題は学生に数学モデルを作って連立一次方程式の知識で解決させる. 薄鉄板の熱伝導の過程はすでに安定になっていて, その周辺の温度は次の表 1 に示されており, 中間の各点の温度は上下左右 4 点の温度の平均値である. では ABCD4 点の温度は何であるか?

表 1 薄鉄板の温度分布

	20	20	
10	A	B	40
10	C	D	40
	30	30	

学生はまず数学モデルを作って ABCD4 点の温度を $x_1\ x_2\ x_3\ x_4$ として次のような連立一次方程式を得る:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(10 + 20 + x_2 + x_3) \\ x_2 = \frac{1}{4}(20 + 40 + x_1 + x_4) \\ x_3 = \frac{1}{4}(10 + 30 + x_1 + x_4) \\ x_4 = \frac{1}{4}(30 + 40 + x_2 + x_3) \end{cases} \tag{1}$$

それから MATLAB で 次のようにプログラムして ABCD4 点の温度を得る.

```
clear
MatrixA=[ 1    -0.25  -0.25    0    ;
          -0.25   1      0    -0.25 ;
          -0.25   0      1    -0.25 ;
           0    -0.25  -0.25   1    ];
b=[ 7.5 ; 15 ; 10 ; 17.5 ];
x=MatrixA\b
```

学生にソフトウェアを利用させることを通じて線型代数の抽象的思考，演算能力を育成して，独学での学習能力や問題を分析して解決する能力も強化された。

4 おわりに

コンピューターやソフトウェアの発展によって吉林大学数学学科の教学中の数学ソフトウェア利用も進んでいる。しかしソフトウェアの再開発や利用の形式などの分野で先進国とはまだ大きな差がある。数学ソフトウェア利用は計算と誘導を助けて時間を節約して，グラフや動画等を利用する勉強は視覚的に理解しやすくなる。生徒が自ら操作できるため，数学への興味は高くなるなどの長所もある。一方で，ソフト活用した授業は，生徒が単にグラフや最終結果に興味を持って，基礎概念や演習過程が注意されなくなることが懸念される。MATLAB などのソフトが提供している function の強さは生徒の解決力の弱さになるという，欠点でもあると考える。

どうやれば，いっそう自発的, 自主的な学習を進めるために数学ソフトウェアを活用するかは，吉林大学の数学人はさらに考える必要がある。

参考文献

[1] <https://ja.wikipedia.org/wiki/線型代数学>

[2] 李辉来. 大学数学课程实验 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.