

建築構造物の確率論的パラメータ同定および地震応答推定

裊 起煥・鈴木 祥之

STOCHASTIC PARAMETER IDENTIFICATION AND SEISMIC RESPONSE ESTIMATION OF BUILDING STRUCTURES

By Gihwan BAE and Yoshiyuki SUZUKI

Synopsis

This paper describes a method of stochastic parameter identification and response estimation for linear multi-degree-of-freedom structures, based on partial and noisy observations of seismic structural responses. It is an important issue to estimate the seismic structural responses and the parameters of existing structure for safety checking, confirmation of initial design and active control system. But, owing to the limitation of observation points, the noise in observation data and the difficulty of direct observation of the state variables such as displacement and velocity responses of each story, estimation and identification from a stochastic viewpoint are needed. Particularly, in this paper, it is applied to the response estimation of a full-scale test structure at the Disaster Prevention Research Institute of Kyoto University using the observed absolute acceleration records.

1. はじめに

既存の構造物に地震記録計を設置し、地震時の構造物の挙動を観測する。その目的は、耐震設計を行うに当たっての直接的な基礎資料を得ること、構造物の安全性を的確に評価すること、あるいは、構造物の現時点での諸特性の定量的評価を得ることなどがある。しかしながら、構造物全体の地震応答観測を実施するには多くの費用を必要とし、計測位置は限定されるのが現状である。また、観測データには種々の雑音が含まれており、絶対加速度を観測値として計測することが普通であるため、安全性評価に必要な状態応答の直接観測が困難である。そのため、構造物中で地震動を計測できる位置が限定され、さらに観測雑音が含まれている地震応答観測記録を用いて、構造物各部の地震応答推定とパラメーター同定を行う必要がある。

構造物のアクティブ制御システムにおいて、状態フィードバックによる制御は最も基本であるが、これは状態量のすべてを直接観測できるという前提に立っている。しかし、実際の状態フィードバック制御システムにおいては、状態量のすべてを観測する場合は稀で、構造物の低次元化、または、状態量の一部の成分だけを制御に用いる出力フィードバックによる制御を普通行っている。そのため、地震外乱に対する制御のように、高次成分の周期の影響が大きい場合は、制御が不安定になる恐れがある⁸⁾。従って、安定的な状態フィードバック制御を行うためには、観測位置が限定された、また、観測雑音が含まれている地震応答観測記録から状態量すべてを精度よく推定しながら制御することが望ましい。このような観点から本研究では、確率論に基づく非線形近似フィルタを用いて、多自由度構造物各部の変位および速度応答を推定し、そのパラメーターを同定する確率論的濾波推定問題を取り扱う。

特に、本論文は、構造物の計測位置が限定された実際の構造物の地震応答観測記録を用いて、構造物各部の変位および速度応答を推定する。対象とする構造物は、京都大学防災研究所に設置されている 5 階建の鋼構造実大試験架構である。

2. 非線形近似フィルタ

2.1 確率微分方程式による定式化

非線形動力学系の確率論的濾波推定問題は、一般に、一対の確率微分方程式によって定式化される。それらは、その動力学系の状態を表す系方程式と、他の一つは、その観測機構の状態を表す観測方程式であり³⁾、次式で表される。

$$dZ_t = F_t(Z_t)dt + G_t(Z_t)dW_t \quad Z_0 = Z_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$dY_t = H_t(Z_t)dt + R_t(Z_t)dV_t \quad Y_0 = Y_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 Z_t は状態ベクトル変数、 Y_t は出力ベクトル変数である。 F_t および H_t は状態変数 Z_t に関する非線形ベクトル関数、 G_t および R_t は状態変数 Z_t に関する非線形行列値関数である。 dW_t と dV_t はそれぞれブラウン運動過程で、初期条件 Z_0 および Y_0 には独立であると仮定する。その共分散行列は次のようになる。

$$E \left[\begin{bmatrix} dW_t \\ dV_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dW_t^T, dV_t^T \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} I & J_t \\ J_t^T & I \end{bmatrix} dt \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $E[\cdot]$ は平均演算子であり、上添字 T は行列とベクトルの転置を表わす。そして、 J_t は dW_t と dV_t との共分散行列で、 I は恒等行列である。

通常、非線形動力学系の基礎方程式は、一般的に白色雑音で励起される微分方程式の形で、次式のように与えられる。

$$\frac{d}{dt}Z_t = F_t'(Z_t) + G_t'(Z_t)N_t \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$E[N_{t+\tau}N_t^T] = Q_t\delta(\tau) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 N_t は零平均値とスペクトル強度行列 Q を有するガウス白色雑音ベクトル過程である。 $\delta(\cdot)$ はディラックのデルタ関数を示す。

上の白色雑音の微分方程式から、ドリフトと拡散の項を修正し、次式のように、白色雑音の強度行列を正規化することにより、伊藤形確率微分方程式が得られる。

$$F_t = F_t' + \frac{1}{2} \left[\left(G_t'^T \frac{\partial}{\partial Z_t} \right)^T Q_t G_t' \right]^T \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$G_t = G_t' Q_t {}_n\Phi, \quad {}_n\Phi^T Q_t {}_n\Phi = I, \quad {}_n\Phi^T {}_n\Phi = \Lambda^{-1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 Λ と ${}_n\Phi$ は、それぞれ Q_t の固有値行列と固有ベクトル行列であり、 $Q_t {}_n\Phi$ は Q_t の根を示す。

2.2 入力外乱観測時のパラメーター同定

構造物の状態方程式は次式で表される。

$$\dot{Z}_t = A_t(Z_t, \theta) + {}_e\dot{Y}_t \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 Z_t は状態ベクトル変数である。 θ はシステムパラメータを、 ${}_e\dot{Y}_t$ は外乱ベクトルを表す。 A_t は Z_t

と θ による非線形ベクトル値関数である。システムパラメータ θ を未知とし、時間 t に対して不変と仮定すると、

$$\dot{\theta} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

θ の時間的進化を次式のように表現する。

$$\dot{\theta} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

(8) 式および(10)式から、パラメータ θ を状態変数ベクトルとして組み込んだ拡大状態方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_t \\ \dot{\theta}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_t(Z_t, \theta) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \dot{Y}_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式から $[Z_t^T, \theta_t^T]^T$ を新たにベクトル変数 Z_t^* と見て書き直すと次式のようになる。

$$\dot{Z}_t^* = B_t(Z_t^*) + e \dot{Y}_t^* \quad \dots\dots\dots (12)$$

こうすることによって、系方程式と観測方程式が伊藤形確率微分方程式の形で定式化される。

$$dZ_t^* = B_t(Z_t^*)dt + d_e Y_t^0 + G_t dW_t \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$dY_t = H_t(Z_t^*)dt + R_t dV_t \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $e \dot{Y}_t^0$ はシステムに作用する入力外乱観測値ベクトルである。 G_t と dW_t は入力外乱の観測雑音に関係するシステムの行列値関数とブラウン運動過程であり、 R_t と dV_t は観測系の行列値関数とブラウン運動過程である。

$$F_t(Z_t^*)dt = B_t(Z_t^*)dt + dY_t \quad \dots\dots\dots (15)$$

(15)式により、(13)式を次式のように書き直すことができる。

$$dZ_t^* = F_t(Z_t^*)dt + G_t dW_t \quad \dots\dots\dots (16)$$

(14)式と(16)式により入力外乱観測時のパラメーター同定問題は、一般の非線形動力系系の確率論的濾波推定問題に帰着させることができる⁹⁾。

2.3 非線形フィルタ

確率論的濾波推定問題にあたり最適推定値を求めるため、状態変数と推定値との誤差に対する評価関数を与えなければならない。この評価関数には、いろいろなものが考えられるが、本研究では解析にも使いやすい誤差ノルムを評価関数とする最小誤差分散法を採用する。最適推定値を $\hat{Z}_t$ として、真値 Z_t との誤差 $\tilde{Z}$ ($= Z_t - \hat{Z}_t$) の分散のノルムを最小にする推定値を求める。誤差ノルムは次式のように定義される¹⁾。

$$L(\xi) = \xi^T S \xi \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 S ：準正定行列

最適推定値は誤差ノルムの平均値を最小にするので、次式を最小にする推定値が最適推定値になる。

$$E\{L\} = E\left\{E\{(Z_t - \mu_t + \mu_t - \hat{Z}_t)^T S (Z_t - \mu_t + \mu_t - \hat{Z}_t) / Y_t\}\right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $\mu_t = E\{Z_t / Y_t\}$

μ_t と推定値 $\hat{Z}_t$ は Y_t を条件とする条件付き平均値に対して、一定であるので、次式が成立する。

$$\begin{aligned} E\{(Z_t - \mu_t)^T S(\mu_t - \widehat{Z}_t)/Y_t\} &= (\mu_t - \widehat{Z}_t)^T SE\{(Z_t - \mu_t)/Y_t\} \\ &= (\mu_t - \widehat{Z}_t)^T S(\mu_t - \mu_t) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

そして、 $E\{(Z_t - \mu_t)^T S(Z_t - \mu_t)\}$ が、推定値 $\widehat{Z}_t$ に独立であるので、(18)式は(19)式ようになる。

$$E\{L\} = \text{const} + E\{(\mu_t - \widehat{Z}_t)^T S(\mu_t - \widehat{Z}_t)\} \quad (19)$$

S は準正定行列であるので、(19)式は推定値 $\widehat{Z}_t$ が μ_t であるとき最小になる。結局、最小誤差分散の規範に従えば、時間区間 $[t_0, t]$ における観測値 Y_t が与えられた時の状態変数 Z_t の最適推定値は、次式の条件付期待値で与えられる。

$$\widehat{Z}_t = E\{Z_t/Y_t\} = \langle Z_t \rangle_t = \int_{R^n} dZ_t Z_t \phi_t(Z_t/Y_t) \quad (20)$$

$\phi_t(Z_t/Y_t)$ は時間区間 $[t_0, t]$ における観測値 Y_t が与えられた時の条件付確率密度関数であり、 $\langle \cdot \rangle_t$ で条件付平均値を表わす。

最小誤差共分散によって求めた最適推定値は条件付期待値で与えられるが、条件付確率密度関数を直接決定することが困難であるので、モーメント方程式を数値的に解くことによって、最適推定値を求めることにする。状態ベクトル変数 Z_t の 2 階微分可能な任意のスカラー関数 $\phi(Z_t)$ の条件付平均は、モーメントを表わす一般的表現で定義される。

$$\langle \phi(Z_t) \rangle_t = \int_{R^n} dZ_t \phi(Z_t) \phi_t(Z_t/Y_t) \quad (21)$$

また、その時間微分は次式のようになる。

$$d_t \langle \phi(Z_t) \rangle_t = \int_{R^n} dZ_t \phi(Z_t) d_t \phi_t(Z_t/Y_t) \quad (22)$$

一方、状態ベクトル変数 Z_t がマルコフベクトル過程であるから、条件付確率密度関数の時間的進化は、次の式で表わせる。

$$\begin{aligned} d_t \phi_t(Z_t/Y_t) &= L_{Z_t}^* \phi_t(Z_t/Y_t) dt + \{H_t^T(Z_t) (R_t(Z_t) R_t^T(Z_t))^{-1} \\ &\quad - \langle H_t^T(Z_t) (R_t(Z_t) R_t^T(Z_t))^{-1} \rangle_t\} \phi_t(Z_t/Y_t) d\nu_t \\ &\quad - \left\{ \frac{\partial^T}{\partial Z_t} \phi_t(Z_t/Y_t) \right\} G_t(Z_t) J_t R_t^T(Z_t) (R_t(Z_t) R_t^T(Z_t))^{-1} d\nu_t \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、 $d\nu_t$ はイノベーション過程と呼ばれ、次式のようなものである。

$$d\nu_t = dY_t - \langle H_t(Z_t) \rangle_t dt \quad (24)$$

また、 $L_{Z_t}^*$ は状態ベクトル変数 Z_t に関する前進演算子であり、次式のようなものである。

$$\begin{aligned} L^*(\cdot) &= - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial Z_i} [(\cdot) F_i] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial Z_i \partial Z_j} [(\cdot) (GG^T)_{ij}] \\ &= \frac{\partial^T}{\partial Z_t} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^T}{\partial Z_t} [(\cdot) (GG^T)] \right)^T - F_t(Z_t) (\cdot) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

前進演算子式の中で、 F_t と Z_t は各々 $F_t(Z_t)$ と Z_t との i 番目の成分であり、 $(GG^T)_{ij}$ は行列 (GG^T) の ij 要素である。そこで、(23)式と(24)式を(22)式に代入すると、状態ベクトル変数 Z_t の任意の関数 $\phi(Z_t)$ の条件付期待値に関する方程式が得られる。

$$\begin{aligned} d_t \langle \phi(Z_t) \rangle_t &= \langle L_{Z_t} \phi(Z_t) \rangle_t dt + \langle \phi(Z_t) \{H_t^T(Z_t) \{H_t^T(Z_t) (R_t(Z_t) R_t^T(Z_t))^{-1} \\ &\quad + \langle H_t^T(Z_t) (R_t(Z_t) R_t^T(Z_t))^{-1} \rangle_t\} \rangle_t d\nu_t \\ &\quad + \left\langle \frac{\partial^T}{\partial Z_t} \phi(Z_t) G_t(Z_t) J_t R_t^T(Z_t) (R_t(Z_t) R_t^T(Z_t))^{-1} \right\rangle_t d\nu_t \end{aligned} \quad (26)$$

(26)式において、初期値 $\langle \phi(Z_{i0}) \rangle_{i0}$ は与えられるものとする。また、 L_{Z_i} は状態ベクトル変数 Z_i に関する後退演算子であり、前述の $L_{Z_i}^*$ とは互い随伴の演算子となっている。

$$\begin{aligned} L(\cdot) &= \sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial}{\partial Z_i}(\cdot) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial Z_i \partial Z_j} [(\cdot) (GG^T)_{ij}] \\ &= \left[\frac{1}{2} (GG^T) \frac{\partial}{\partial Z_i}(\cdot)^T + F_i(Z_i)^T \right] \frac{\partial}{\partial Z_i}(\cdot) \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

本研究では、系入力雑音と観測雑音との間に相関がないものと仮定するので、すなわち、 $J_i = 0$ とすると、(26)式の最後の項が消えて、次式となる。

$$\begin{aligned} d_i \langle \phi(Z_i) \rangle_i &= \langle L_{Z_i} \phi(Z_i) \rangle_i dt + \langle \phi(Z_i) \{ H_i^T(Z_i) (R_i(Z_i) R_i^T(Z_i))^{-1} \\ &\quad + \langle H_i^T(Z_i) (R_i(Z_i) R_i^T(Z_i))^{-1} \rangle_i \} \rangle_i d\nu_i \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

任意のスカラー関数 $\phi(Z_i)$ を Z_i とすると、状態ベクトル変数 Z_i の最適推定値は次式で導かれる。

$$\phi(Z_i) = Z_i \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$d \langle Z_i \rangle = \langle F_i(Z_i) \rangle_i dt + K_i d\nu_i \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 $K_i = \langle \tilde{Z}_i \tilde{H}_i^T(Z_i) \rangle_i (R_i R_i^T)^{-1}$

$$\tilde{Z}_i = Z_i - \langle Z_i \rangle_i$$

$$\tilde{H}_i(Z_i) = H_i(Z_i) - \langle H_i(Z_i) \rangle_i$$

2 次以上の条件付セントラルモーメント関数を (31) 式のように定義すると、高次の条件付確率モーメント方程式が (32) 式で導かれる。

$$\tilde{M}_i(l_1, l_2, \dots, l_n) = \langle \prod_{i=1}^n \tilde{Z}_i^{l_i} \rangle_i \quad \prod_{i=1}^n l_i \geq 2 \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\begin{aligned} d\tilde{M}_i(l_1, l_2, \dots, l_n) &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n l_i l_j Q_{ij}^* \langle \tilde{Z}_{ii}^{-1} \tilde{Z}_{ij}^{-1} \prod_{s=1}^n \tilde{Z}_{is}^{l_s} \rangle_i dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n l_i (l_i - 1) Q_{ii}^* \langle \tilde{Z}_{ii}^{-2} \prod_{s=1}^n \tilde{Z}_{is}^{l_s} \rangle_i dt \\ &\quad + \sum_{i=1}^n l_i \langle F_{ii}^* \rangle_i \tilde{Z}_{ii}^{-1} \prod_{s=1}^n \tilde{Z}_{is}^{l_s} dt + \sum_{i=1}^k \langle \tilde{H}_i(Z_i) \prod_{s=1}^n \tilde{Z}_{is}^{l_s} \rangle_i (R_i R_i^T)^{-1} d\nu_i \quad (32) \end{aligned}$$

ここで、 $Q_i^* = G_i G_i^T + K_i R_i R_i^T K_i^T$

$$F_i^* = \tilde{F}_i(Z_i) - K_i \tilde{H}_i(Z_i)$$

n および k はそれぞれ全状態変数および観測で出力される変数の数である。結局、最適推定値に関する条件付確率微分方程式と推定誤差共分散に関する条件付確率微分方程式との連立方程式を数値的に解くことによって最適推定値を求める。しかし、構造物の動特性を表わすパラメータを確率変数で扱う同定問題において、構造物の運動方程式が線形である場合も、系方程式と観測方程式が非線形になるので、(32)式の高次の条件付確率モーメント式は高次の統計量による式に表わされる。しかし、再帰的に高次の統計量が必要となるので、直接、条件付確率モーメント方程式を解くことはできなくなる。そこで、高次の統計量に対して、何らかの近似を行う必要がある。

2.4 ギャウス 2 次確率モーメントフィルタ

本研究では、条件付確率密度関数を正規形と仮定し、ギャウス 2 次確率モーメントフィルタを用いて、高次の統計量を近似する²⁾。状態変数をギャウス分布と仮定すると、特性関数 $M_Z(\omega)$ は次のようになる。

$$M_z(\omega) = \exp[Q] \quad \dots\dots\dots (33)$$

ここで、 $Q = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n E[\tilde{z}_j \tilde{z}_k] \omega_j \omega_k$

また、次のような式を用いて、

$$\frac{\partial Q}{\partial \omega_j} = -\sum_{k=1}^n E[\tilde{z}_j \tilde{z}_k] \omega_k, \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial \omega_j \partial \omega_k} = -E[\tilde{z}_j \tilde{z}_k], \quad \frac{\partial^3 Q}{\partial \omega_j \partial \omega_k \partial \omega_l} = 0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

特性関数を $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n$ で偏微分すると (35) 式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^n M_z}{\partial \omega_1 \partial \omega_2 \dots \partial \omega_n} &= \frac{\partial^{n-1} M_z}{\partial \omega_1 \partial \omega_2 \dots \partial \omega_{j-1} \partial \omega_{j+1} \dots \partial \omega_n} \frac{\partial Q}{\partial \omega_j} \\ &+ \sum_k \frac{\partial^{n-2} M_z}{\partial \omega_{r1} \partial \omega_{r2} \dots \partial \omega_{m-2}} \frac{\partial^2 Q}{\partial \omega_j \partial \omega_k} \quad \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

特性関数の次のような性質を用いると、

$$\left(\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \omega_j} \right)_{\omega=0} = 0, \quad E[\tilde{z}^n] = \frac{1}{i^n} \left(\frac{d^n M_z}{d \omega^n} \right)_{\omega=0}$$

高次の統計量は 2 次の統計量で表わすことができる。

$$\begin{aligned} E[\tilde{z}_1 \tilde{z}_2 \dots \tilde{z}_{2m+1}] &= 0 \\ E[\tilde{z}_1 \tilde{z}_2 \dots \tilde{z}_{2m}] &= \sum E[\tilde{z}_j \tilde{z}_k] E[\tilde{z}_r \tilde{z}_s] \dots \quad \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

3. 構造物の地震応答推定およびパラメーター同定

3.1 構造物のモデル化

構造物がせん断形多自由度質点系にモデル化される場合を考える。地震外乱や絶対加速度応答の観測値が雑音を含んでいるとして取り扱い、地震応答の推定やパラメータの同定を行うためには、構造物の動特性を表わす減衰係数と剛性を状態ベクトル変数の成分として扱うべきである。そうすることによって、系の方程式は (37) 式のように表すことができる。本研究では、減衰係数と剛性を時間に独立な変数であると見なし、時間に対するパラメーターの 1 階微分を零と置く。ここでは、質量は既知とする。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ c \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \Psi(x, y, c, k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ N_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (37)$$

上式において、 x は層間変位ベクトル、 y は層間速度ベクトル、 c は減衰係数ベクトル、 k は剛性ベクトルである。 Ψ は状態変数 x, y, c および k に関する非線形関数ベクトルで、その要素 Ψ_i は次式で表される。

$$\Psi_i = (1 - \delta_{i1}) \Phi_{i-1}/m_{i-1} - [1 + (1 - \delta_{i1}) m_i/m_{i-1}] \Phi_i/m_i + (1 - \delta_{in}) \Phi_{i+1}/m_i \quad \dots\dots\dots (38)$$

ここで、 $\Phi_i = c_i y_i + k_i x_i$ ($i = 1, \dots, n$) で、 x_i は第 i 層の層間変位、 y_i は第 i 層の層間速度を表す。 N_t は入力地震外乱に関するベクトルである。

$$N_t = [0, 0, \dots, 0, -f^*(t) + \sqrt{Q} e^T e N_t]^T \quad \dots\dots\dots (39)$$

ここで、 $f^*(t)$ は入力地震外乱 $f(t)$ の雑音を含む観測値、 Q は系の観測雑音のスペクトル強度を与える定数、 $e N_t$ は単位スペクトル強度を持つ系のホワイトノイズ過程、 e^T は包絡関数を表す。一方、観測系の方程式は、

絶対加速度を観測値として扱っているので、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{Y}_1 \\ \vdots \\ \dot{Y}_i \\ \vdots \\ \dot{Y}_n \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & S_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & S_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1/m_1(c_1y_1 + k_1x_1 - c_2y_2 - k_2x_2) \\ \vdots \\ -1/m_i(c_iy_i + k_ix_i - c_{i+1}y_{i+1} - k_{i+1}x_{i+1}) \\ \vdots \\ -1/m_n(c_ny_n + k_nx_n) \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} S_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & S_i & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & S_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{oQ_1}e^r \\ \vdots \\ \sqrt{oQ_i}e^r \\ \vdots \\ \sqrt{oQ_n}e^r \end{Bmatrix} {}_oN_t \cdots \cdots \cdots (40) \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{Y}_i$ は第 i 質点の絶対加速度観測値、 ${}_oQ_i$ は絶対加速度の観測雑音のスペクトル強度を与える定数、 ${}_oN_t$ は単位スペクトル強度を持つホワイトノイズ過程、 e^r は包絡関数、 $[S]$ は観測位置を選択する対角行列を表す。

3.2 模擬地震動の設定

本研究では、表層地盤を 1 自由度系でモデル化し、基盤にパワースペクトル S_0 を持つホワイトノイズを作用させたときの絶対加速度応答 $q(t)$ と、地震動の非定常性を表わす包絡線関数 $p(t)$ との積を模擬地震動とする。従って、入力地震外乱 $f(t)$ は次式で表わされる。

$$f(t) = p(t) \cdot q(t) \cdots \cdots \cdots (41)$$

包絡線関数 $p(t)$ として、次式を用いる。

$$p(t) = \beta \cdot t^\alpha \cdot \exp(-bt) \cdots \cdots \cdots (42)$$

ここで、 α 、 β および b は包絡線の形を決定する定数である。そして、絶対加速度応答のパワースペクトル密度 $S(\omega)$ は、次式のように金井・田治見スペクトルとなる⁴⁾。

$$S(\omega) = \frac{1 + 4h_g^2\omega^2/\omega_g^2}{(1 - \omega^2/\omega_g^2)^2 + 4h_g^2\omega^2/\omega_g^2} \cdot S_0 \cdots \cdots \cdots (43)$$

ここで、 ω_g は地盤の卓越円振動数、 h_g は地盤の減衰定数、 S_0 はホワイトノイズのパワースペクトルである。

4. 解析例および考察

4.1 3 自由度質点系モデルの数値解析

本手法の妥当性を確認するため、先ず 3 層構造物を対象に理想的な線形 3 自由度質点系モデルを採用し、構造物の応答推定およびパラメータ同定を行った。モデルの諸パラメーターは **Table 1** に示されている。

質点系モデルの応答解析から得られた各質点の絶対加速度にスペクトル強度 S_n の観測雑音を加えた波形を観測データとし、その観測データに基づいて、地震応答推定とパラメーター同定を行う。観測が各質点で得られる場合と 1 質点でしか得られない場合等を考え、観測点数による影響を調べる。観測地震外乱は模擬地震動の設定に従って求めたスペクトル強度 S_0 の入力加速度外乱にスペクトル強度 S_{on} の雑音を加えた波形を用いる。**Table 2** に模擬地震動と雑音のスペクトル強度が示されている。(42)式の定数として、 $\alpha =$

Table 1 Parameters of idealized model.

	$m(t^*s^2/cm)$	$c(t^*s/cm)$	$k(t/cm)$
Mass1	1.0	0.5	100.
Mass2	1.0	0.5	80.
Mass3	1.0	0.5	50.

Table 2 Spectrum intensity of white noise.

	Spectrum intensity
Input motion	10.0
Noise of input motion	1.0
Noise of obser.	1.0

Table 3 Initial values used for seismic response estimation and parameter identification.

	c_1	c_2	c_3	k_1	k_2	k_3
Undervalued	0.2	0.2	0.2	80.	65.	40.
Overvalued	0.8	0.8	0.8	120.	95.	60.
Exact	0.5	0.5	0.5	100.	80.	50.

2.854, $\beta = 0.176$ および $b = 0.571$ を, また(43)式では, $\omega_g = 0.3$ および $h_g = 1.0$ を用いた。

なお, 観測データのサンプリング間隔は 0.01 秒とし, 観測継続時間は 25 秒とする。パラメータの同定を行う際に, 必要になる初期値は **Table 3** の値を用いる。本研究では, パラメータの初期値が正解に比べ過大評価された場合と過小評価された場合を考え, それぞれに対して, 地震応答推定とパラメータ同定の結果を検討する。

Fig. 1 から **Fig. 4** は, 1 階のみしか観測データが取られなかった場合について, 3 階の層間応答の推定とパラメータ同定の結果を示している。図において, w_{3o} はパラメータの初期値が過大評価された場合,

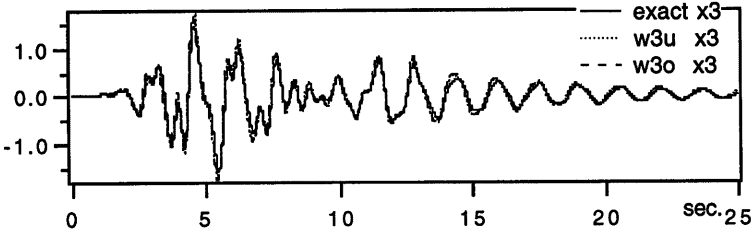


Fig. 1 Estimated relative displacement of the 3rd story under the observation of the 1st floor.

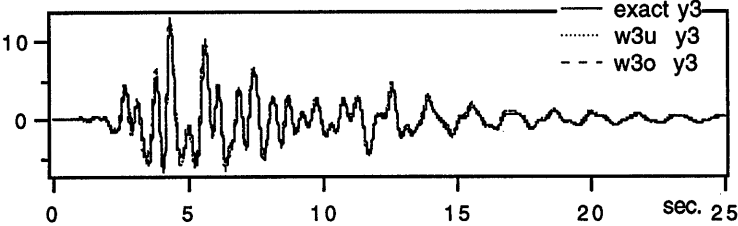


Fig. 2 Estimated relative velocity of the 3rd story under the observation of the 1st floor.

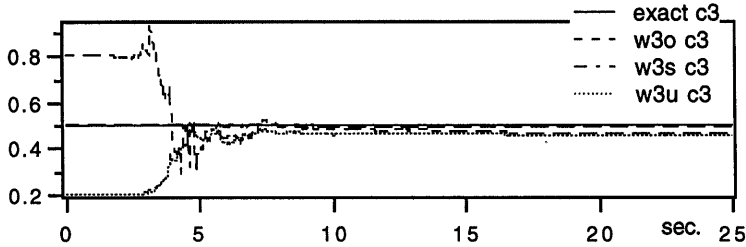


Fig. 3 Identified damping of the 3rd story under the observation of the 1st floor.

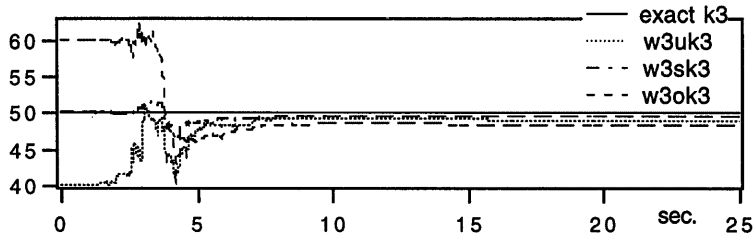


Fig. 4 Identified stiffness of the 3rd story under the observation of the 1st floor.

$w3s$ は正確に評価された場合、 $w3u$ は過小評価された場合である。このような結果から、全ての層の観測値が得られなくても、またパラメータの初期値を 60 % ぐらい過大または過小評価しても、推定された層間変位と速度応答が真の波形によく一致することが判った。そして、パラメータ同定について、剛性の場合にはほぼ誤差 1 % 以内で、真の値に収束している。減衰係数の場合、1 層の推定値が真の値から少しずれたが、他の層の減衰係数は Fig. 3 のように真の値に近づいて収束する。このような結果は、観測データが全ての層において得られた場合と比べ、ほぼ一致していることが判った⁹⁾。

4.2 実大試験架構の応答推定

1995 年 10 月 14 日に実大試験架構の地盤と 4 階と屋上で観測された絶対加速度を観測値として、実大試験架構の地震応答推定を行った。対象になる実大試験架構は、Fig. 5 に示されるような地上 5 階の鉄骨構造物である。その構造物の E-W 方向の弾性領域における各層の地震応答推定を行った。解析に用いる実大試験架構のパラメータは Table 4 に示している。減衰係数と剛性はその精密値を未知とし、適当な値の初期値を設定し、確率変数として取り扱う解析を行った。

Fig. 6 は、実大試験架構の地盤と 4 階と屋上で 40 秒間観測された E-W 方向の絶対加速度波形を示す。Fig. 7 と Fig. 8 は、Fig. 6 の観測データに基づいて、非線形近似フィルタの手法によって得られた層間変位および層間速度の推定結果の一部を示す。しかし、実大試験架構では 4 階と屋上以外の階では観測されていない、また、絶対加速度を観測しているので、各層間変位および速度応答についての推定結果が正しいかどうかの検討が困難である。そのため、ここでは、推定された各層の層間速度お

Table 4 Parameters of full-scale test structure.

Story	m (t*s ² /cm)	c (t*s/cm)	k (t/cm)
1st	0.031	0.01	70.93
2nd	0.031	0.01	61.05
3rd	0.030	0.01	51.70
4th	0.030	0.01	51.70
5th	0.029	0.01	52.90

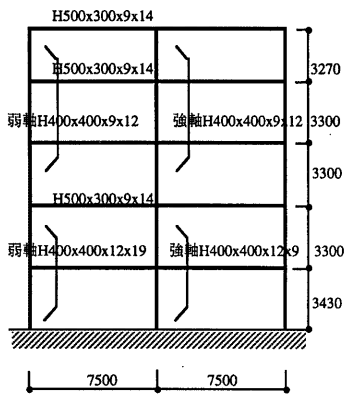


Fig. 5 Full-scale test structure.

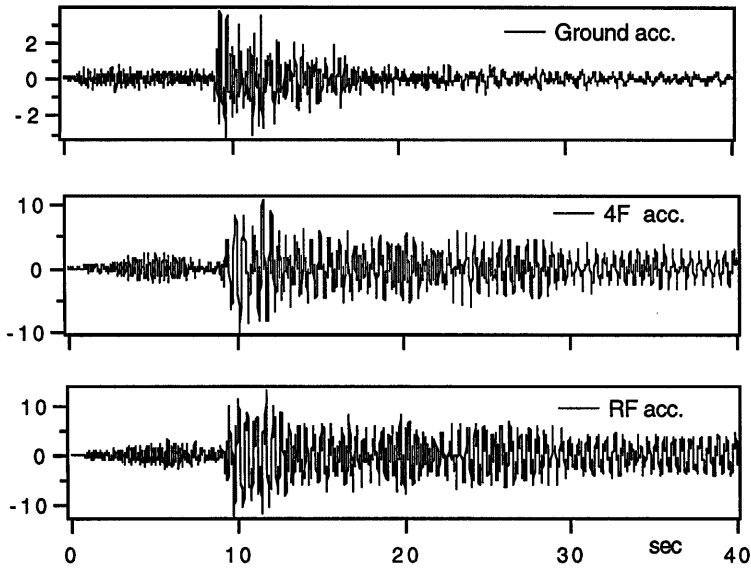


Fig. 6 Absolute acceleration waves observed in full-scale test structure.

よび層間変位から、観測がなされている4階と屋上の絶対加速度を推定した⁶⁾。Fig. 9には、このようにして得られた4階および屋上の絶対加速度の推定値を観測値と比較している。特に、主要動部分の比較から、本手法による推定結果が妥当であることを示している。参考のために、Fig. 10は、地盤の観測波形を入力とした通常地震応答解析から屋上の絶対加速度を求めた解析値と観測値を比較している。これより、Fig. 9で示した推定値がより一致していることが判る。

以上のような時間領域での検討に加えて、周波数領域における検討を行った。実大試験架構の速度型振動

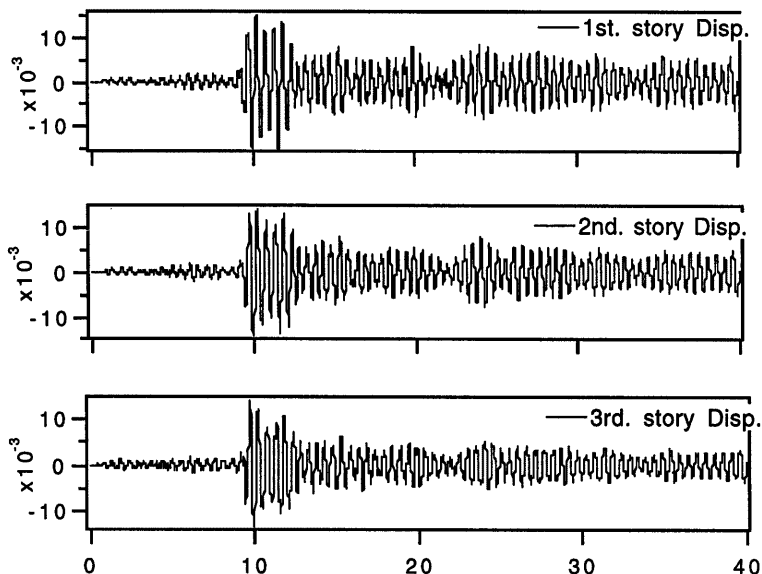


Fig. 7 Estimated relative displacements of full-scale test structure.

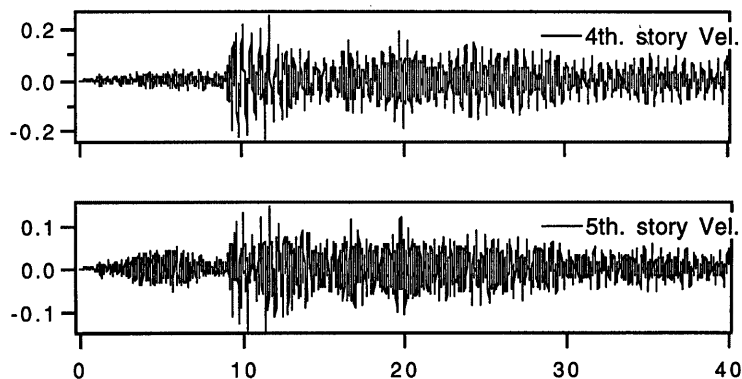


Fig. 8 Estimated relative velocities of full-scale test structure.

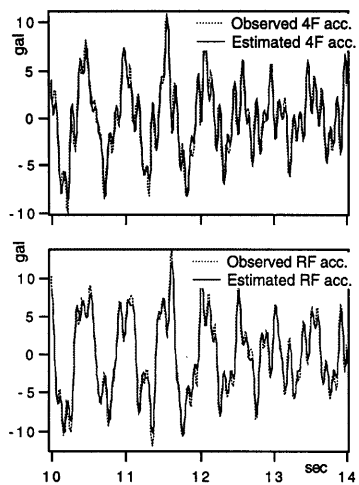


Fig. 9 Comparison of observed and estimated absolute accelerations.

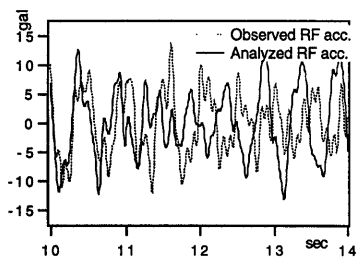


Fig. 10 Comparison of observed and analyzed absolute accelerations.

計を用いた微動計測から構造物の固有振動数を求めて、それを速度応答の推定値から求めた固有振動数と比較する。**Fig. 11** は屋上での速度応答の推定値に対するフーリエスペクトルであり、**Fig. 12** は屋上の微動振動のフーリエスペクトルである。これらの図の比較から、両者の固有振動数は、よく一致していることが判る。

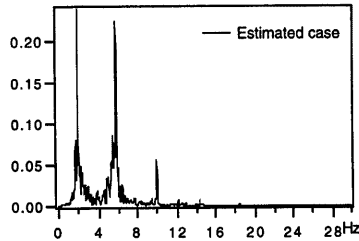


Fig. 11 Fourier spectrum of estimated velocity response.

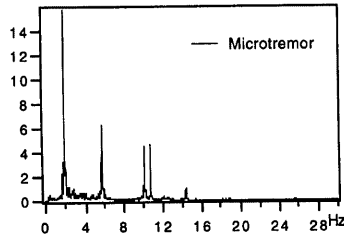


Fig. 12 Fourier spectrum of microtremor observation.

5. おわりに

本研究では、非線形近似フィルタによる手法を用いて、理想化された3自由度線形構造物の地震応答推定とパラメータ同定の解析例を、さらに京都大学防災研究所にある実大試験架構の地震応答推定の解析例を示した。従来の直接変位や速度応答が観測できるものと仮定するような推定方法⁵⁾と異なり、実際に観測可能な絶対加速度を観測データとして扱うことが本研究の特徴である。まず、理想的なモデルの解析から、観測位置が制限されても、観測雑音が含まれていても、良い推定結果が得られることが判った。そして、観測雑音のスペクトル強度を過大または過小評価しても精度よい結果が得られたが、過小評価の場合は推定値が発散する可能性が見られた。実大試験架構で観測された実地震応答波形を用いた解析から、構造物のパラ

メーターの初期値として適当な値を入れても良い地震応答推定結果を得ることができた。本論文で述べた非線形近似フィルタの手法による推定法をさらに発展させることによって、構造物の地震応答を制御しようとする制御システムにおける応答推定-制御に有効になると判断される⁷⁾。

参考文献

- 1) A. H. Jazwinski : Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970.
- 2) Y. K. Lin : Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967.
- 3) Y. Suzuki & R. Minai : Seismic Damage and Reliability Analysis of Hysteretic Multi-Degree of Freedom Structures, Proc. of Ninth World Conf. on Earthquake Engineering, 1988, Vol.8, pp.773-778.
- 4) H. Tajimi : A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure during an Earthquake, Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, July, 1960, Vol.II, pp.781-797.
- 5) K. Toki, T. Sato & J. Kiyono : Identification of Structural Parameters and Input Ground Motion from Response Time Histories, Proc. JSCE Structural Eng./Earthquake Eng., 1989, Vol.6, No.2, pp.413s-421s.
- 6) G. Bae & Y. Suzuki : Stochastic Identification of Building Structure using Response accelerations of the 1995 Hyogoken-Nanbu Earthquake, Proceeding of the 27th ISCE SSS, (印刷中)
- 7) Y. Suzuki : Stochastic Control of Hysteretic Structural Systems, Sadhana, Vol.20, Parts 2&3, 1995, pp.475-488.
- 8) 渡辺 享・吉田和夫：アクティブ動吸振器を用いた多自由度構造物のロバスト制振手法の比較検討, 日本機械学会論文集, 58 巻, 546 号, 1992, pp.78-84.
- 9) 袈 起煥・鈴木祥之：多自由度構造物の確率論的同定に関する研究, 日本建築学会近畿支部研究報告集, 1995, pp.265-268.