

回転する高温熱源による熱対流における渦崩壊

お茶大人間文化 小紫 誠子 (Satoko Komurasaki)

お茶大人間文化 河村 哲也 (Tetuya Kawamura)

宇宙科学研 桑原 邦郎 (Kunio Kuwahara)

1 はじめに

これまで、広域火災から発生する火災旋風のメカニズムを調べるため、火災をモデルとした熱対流の三次元計算を行ってきた ([1] ~ [3])。

広域火災による火災旋風発生には、コリオリ力が深く関係することが分かっているが ([1] ~ [3])、本研究では旋風形成後、さらに時間を進めて計算した。その結果、形成された火災旋風の渦が強く集中し、渦自身が崩壊するという非常に興味深い現象がとらえられた。

本計算では、火災という温度差の大きい現象を扱うことから、支配方程式には、温度変化から生ずる密度変化が考慮できる圧縮性 NS 方程式を、圧力変化が小さいとして近似した式を用いる。またここでは、関東大震災直後に二次的に起こった広域火

災から発生した火災旋風による被害（被服廠跡の惨事[4]）を参考にモデル化を行う。なお、計算は三次元直交座標系で行った。

2 計算方法

本研究で扱う流体は、温度変化が大きい。また、速度が音速に比べて小さく圧力変化も小さい。温度差がそれほど大きくないときには、非圧縮性 NS 方程式において Boussinesq 近似を仮定すればよいが、ここでは火災をモデルとしているために、温度変化から生ずる密度変化が無視できない。これらのことから、本計算では、気体の状態方程式において圧力を一定と仮定して、密度を温度のみの関数として扱うことにより圧縮性 NS 方程式を書き換える。結果として得られる方程式は以下の通りであり、見かけ上非圧縮性 NS 方程式に近い式となっているため、数値計算の面においても効率的である [5]。

圧縮性 NS 方程式は以下の通りである。

連続の式

$$\frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \right\} = - \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + K_i \quad (2)$$

$$(i = 1, 2, 3)$$

エネルギー方程式

$$\frac{\partial C_v T}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_v T}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\rho} p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (3)$$

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$: 速度, ρ : 密度, T : 温度,

p : 圧力, μ : 粘性率, κ : 熱拡散係数, C_v : 定積比熱,

$\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3)$: 外力.

これらの式を、圧力変化が小さいということから気体の状態方程式に現れる圧力を一定と仮定して、変形する。

気体の状態方程式は、

$$\rho = \frac{p}{RT}. \quad (R : \text{気体定数})$$

この式において p を一定として平均圧力 p_m とおけば、定数 α を用いて ρ を T の関数として表現することができる。

$$\rho = \frac{1}{\alpha T} \quad \left(\alpha = \frac{R}{p_m} \right)$$

このとき (1) の左辺は、

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\frac{1}{T} \frac{DT}{Dt}. \quad (4)$$

従って、(1) は

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{T} \frac{DT}{Dt}. \quad (5)$$

C_v を一定として、(5) を (3) に代入してまとめると、

$$C_p \frac{DT}{Dt} = \alpha T \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (C_p = C_v + R). \quad (6)$$

(6) を (5) に代入して (1) は

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\alpha}{C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right). \quad (7)$$

以上のようにして得られる式を、支配方程式とする。

連続の式

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\alpha}{C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (8)$$

運動方程式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\alpha T \frac{\partial p}{\partial x_i} + \alpha T \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + K_i \quad (9)$$

($i = 1, 2, 3$)

エネルギー方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\alpha T}{C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (10)$$

外力 $\mathbf{K}$ は、浮力とコリオリ力を考慮して以下のようにする。

$$K_1 = 2\Omega u_2, \quad K_2 = -2\Omega u_1, \quad K_3 = \alpha g \Delta T.$$

(Ω : 地球自転角速度, ΔT : 基準温度との差.)

ただし北半球を考え、添え字3は鉛直上方にとっている。

μ と κ は一定と仮定し、非圧縮性方程式の解法である MAC 法を用いてこれらの方程式を解く。

MAC 法では、支配方程式から圧力 p を直接求めるが、本計算で解く方程式は、非圧縮性 NS 方程式とはやや異なる式であるため、 p についての方程式は以下のようにになる。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha T \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[-u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \alpha T \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \right\} + K_k \right] + \frac{1}{\Delta t} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} u_k - \frac{\alpha}{C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} \right)^{n+1} \right\}$$

添え字 $n+1$ のついた項は次の時間ステップでの値であることを意味しているが、その値は未知であるため現時点における値で近似する。この右辺最後の中括弧の項は、圧力をより正確に求めるための補正項である。

これらの偏微分方程式を離散化して、差分法を用いて解く。差分化は、非線形移流項には3次精度上流差分、その他の空間微分の項には2次精度中心差分で行い、時間積分にはクランク・ニコルソン陰解法を用いた。

本計算での計算領域は Fig.1 のようにとる。 x_1x_2 平面を地面として原点付近に熱源を配置する。領域の大きさは、上空を中緯度の圏界面の高さに合わせて12km、遠方を60kmとした。また熱源は、5km 四方の正方形の隅からその1/4の面積の正方形を取り除いた逆L字型としているが、これは被服廠跡の惨事の状態の簡単なモデルである。

計算格子は、Fig.2のように、熱源に向かってより細くなるように分割した不等間隔直交格子を用いた。ただし、熱源近くでは等間隔格子を用いている。格子点数は $97 \times 97 \times 49$ である。

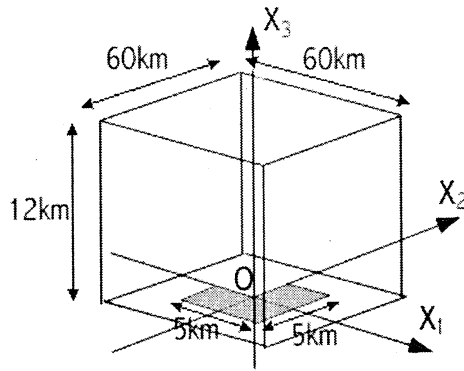


Fig.1

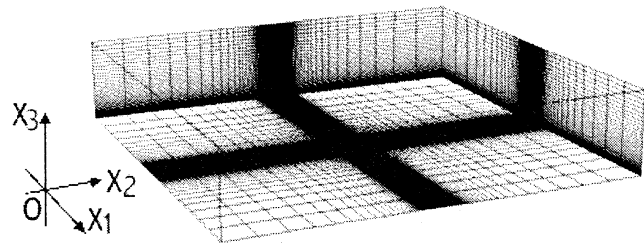


Fig.2

パラメータには以下のものを用いる。

$$\mu(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}) : 17.0 \times 10^{-6} \rightarrow 17.0 (\text{渦粘性}),$$

$$\kappa(\text{m}^2 \text{s}^{-1}) : 18.0 \times 10^{-6} \rightarrow 18.0 (\text{乱流熱拡散}),$$

$$C_p : 1.0, \Omega(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}) : 3.8 \times 10^{-5}, g(\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) : 9.8,$$

$$T_b(\text{K}) : 273 (\text{基準温度}), T_h(\text{K}) : 373 (\text{熱源温度}), \alpha(\text{K}^{-1}) : 1/T_b.$$

地球自転角速度は、東京付近での値を用いている。温度は、熱源では摂氏100度で一定に保ち、他は初期条件として基準温度を設定している。

境界条件は以下の通りとした。

$$\begin{aligned} \text{上空} : \quad & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = 0, \quad u_3 = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \\ & \frac{\partial p}{\partial x_3} = \mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \frac{K_3}{\alpha T}. \end{aligned}$$

$$\text{遠方} : \quad u_1 = 0, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 0, \quad T = T_b,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x_1} = \mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{K_1}{\alpha T} \\ \text{or} \\ \frac{\partial p}{\partial x_2} = \mu \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{K_2}{\alpha T} \end{array} \right.$$

地面 : $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0,$

$$T = \begin{cases} T_h & (\text{熱源}) \\ T_b & (\text{熱源以外}) \end{cases},$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = \mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \frac{K_3}{\alpha T}.$$

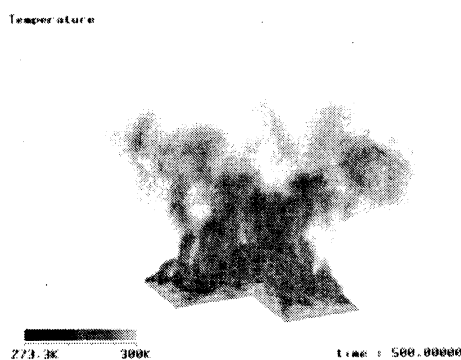
T_b : 基準温度, T_h : 熱源温度.

3 計算結果

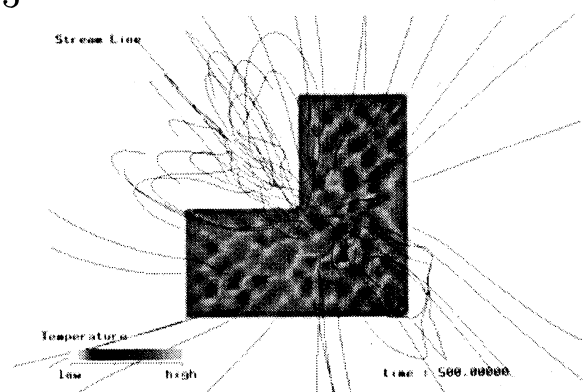
Fig.3は、火災旋風の時間発展の様子を、温度のボリュームレンダリング（左）と、上空2km付近の水平面内における流線及び地面付近の温度分布（右）で示したものである。

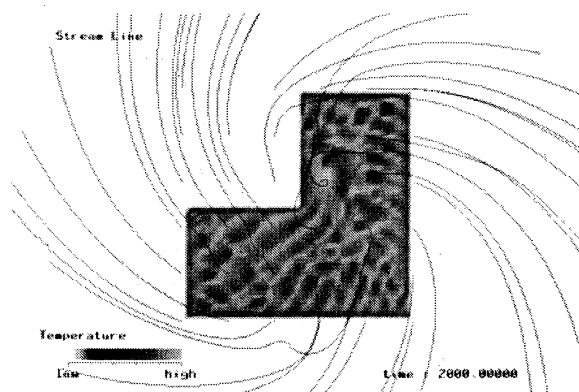
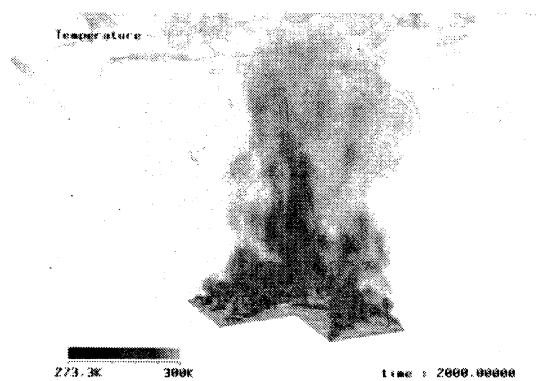
Fig.3では、(a),(b)の状態を経て火災旋風形成(c)後、旋風自身が崩壊する((d),(e))様子が見られる。さらに崩壊後、再びplumeが発生し旋風の形成・崩壊((f)～(h))を繰り返す様子も見られる。

Fig.3

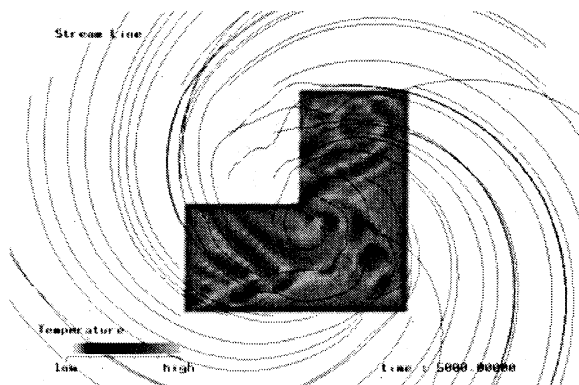
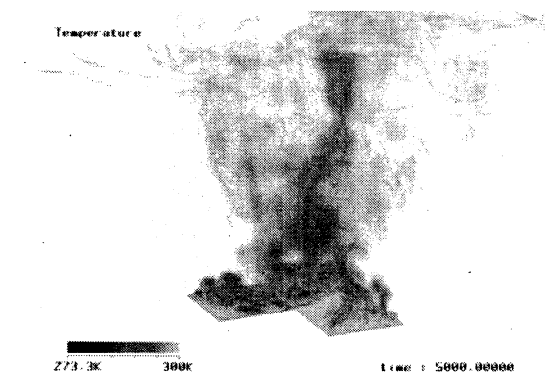


(a)

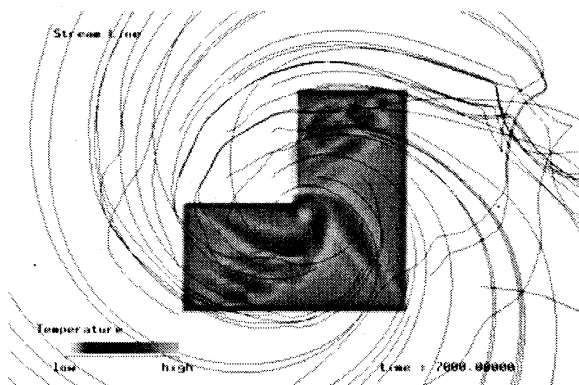
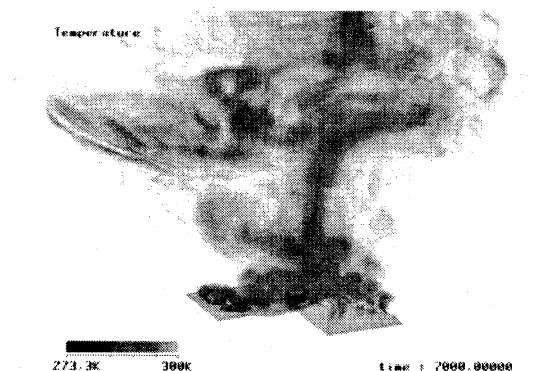




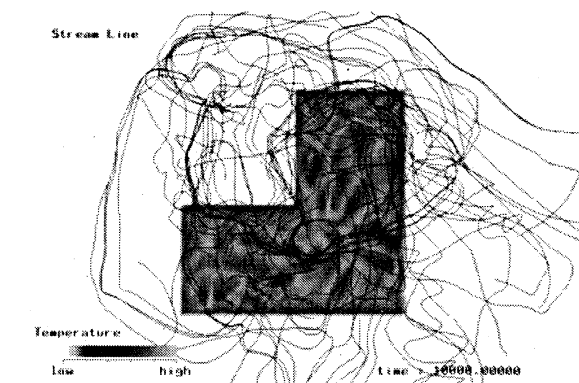
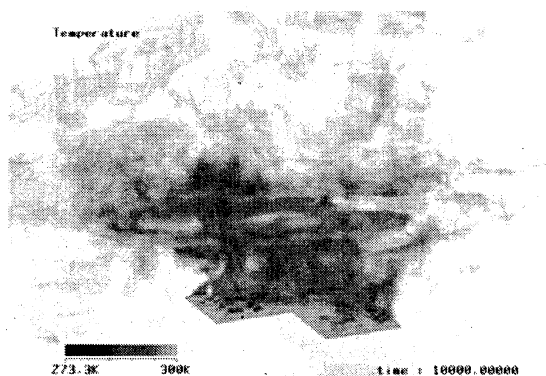
(b)



(c)



(d)



(e)

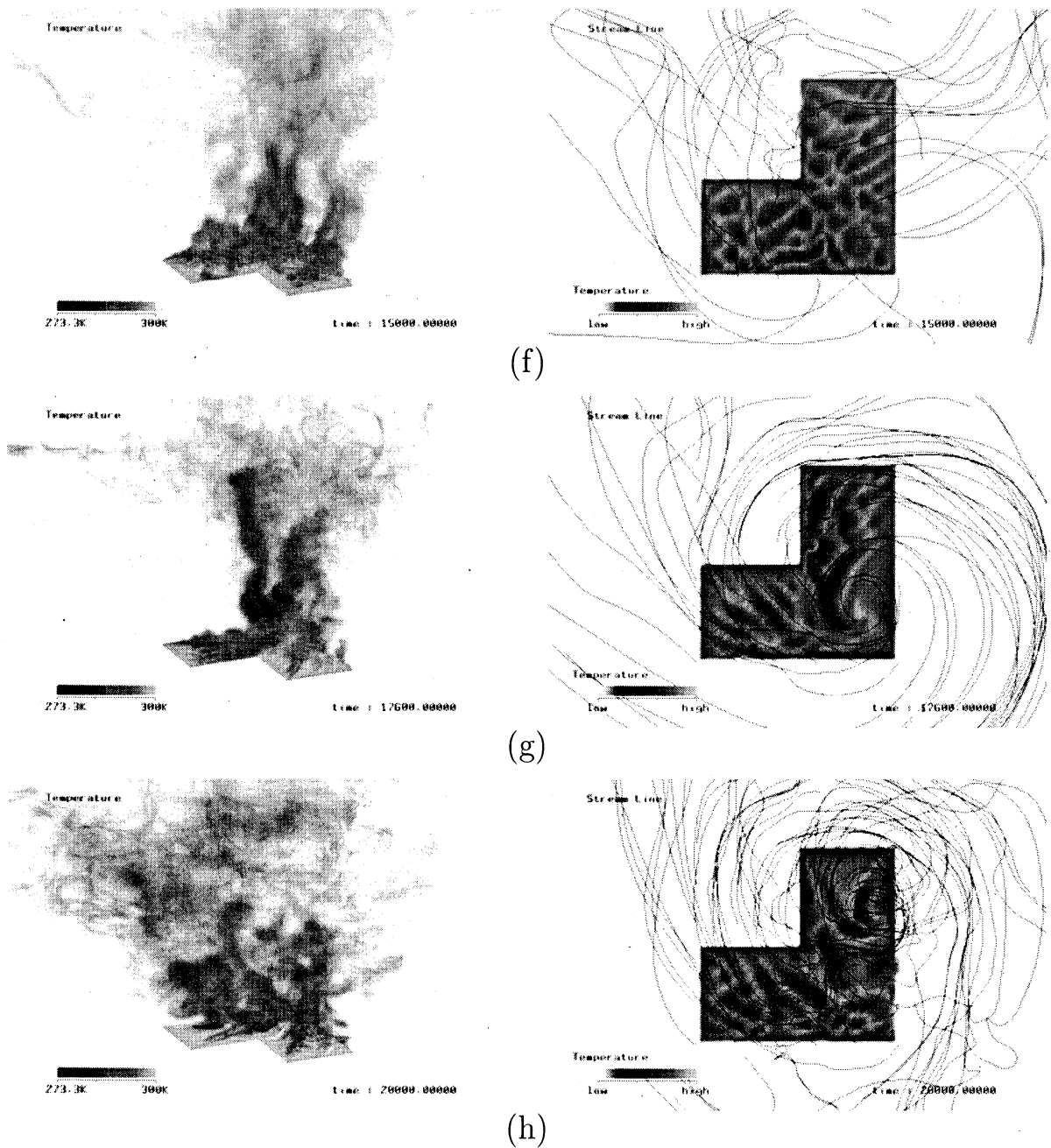


Fig.4では、旋風崩壊開始直後の様子(a)と、さらに時間が経って旋風が消滅した後の様子(b)を、渦度の絶対値を用いたボリュームレンダリング及びマーカー粒子、熱源上を出発点とした流線により示したもの(左)と、地面付近の圧力分布に低圧部分の等圧面を加えたもの(右)で示している。

Fig.4 から、旋風崩壊と同時に地面付近に渦の強い部分が現れて旋風が消滅していき、その後熱源上やその周りで局所的に渦の強い部分が細かく現れることが分かる。この地面付近に現れた渦は、崩壊前には見られなかったものである。さらに、地面付近で渦が強く現れた所では、その内部で圧力が高くなっていることも示されている。

Fig.4

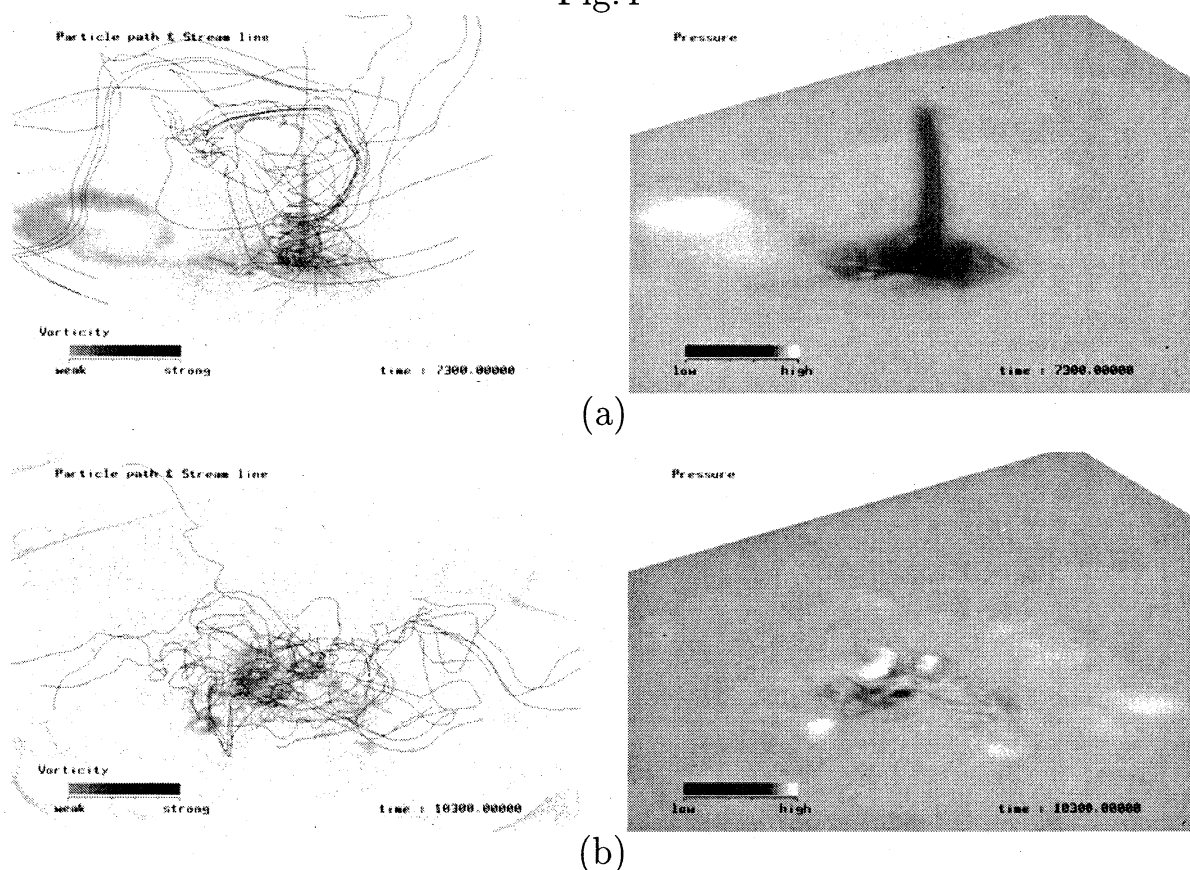
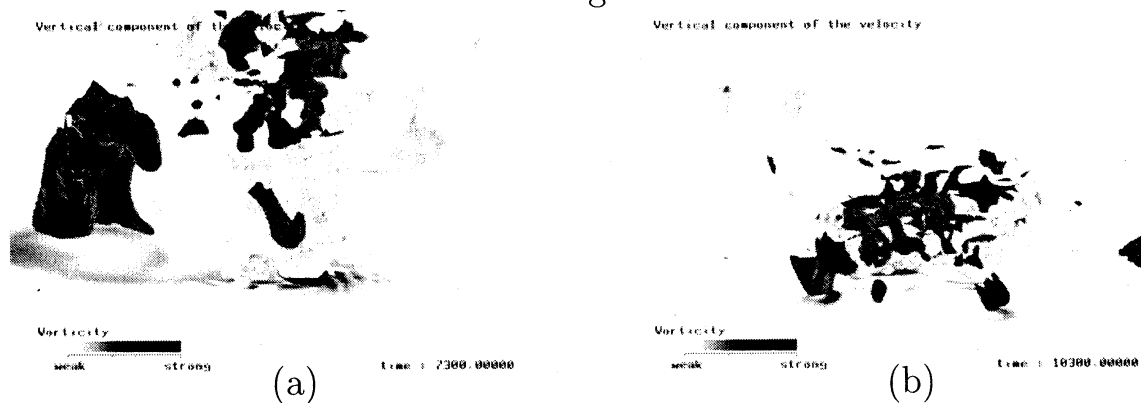


Fig.5は、旋風崩壊開始直後 (a) と、その後旋風が消滅したとき (b) の流れの様子を、速度の鉛直方向成分による等値面で示したものである。等値面の色の濃淡は、色の薄い方は上向きの

速度、濃い方は下向きの速度を表している。地面付近の渦度の絶対値によるシェーディングも併せて表示している。

Fig.5 より、崩壊時に、上空から地面に向かう Impinging Jet が発生し、それにより地面付近で渦が強くなることが分かる。旋風崩壊開始時には大規模な下降流が発生するが、旋風が消滅した後では小規模な下降流が局所的に見られる。

Fig.5



4 結論

本研究では、広域火災により発生した火災旋風がしばらくして崩壊するという現象がとらえられた。これは、現実の火災で起きるかどうかは分からないが、その可能性は否定できない。また、火災旋風だけではなく台風や竜巻などの旋風に対しても同じような崩壊が起こるかもしれない。

旋風崩壊時に見られる地面への Impinging Jet は、現実にかきたときには大きな被害をもたらすものと思われる。崩壊後、旋風が消滅してもさらに局所的に Impinging Jet が発生するなど、

本研究で得られた現象については今後さらに詳しい研究が必要であるが、非常に興味深い現象であると考えられる。

参考文献

- [1] 小紫 誠子, 河村 哲也, 鉤型熱源による熱対流の三次元計算, 日本流体力学会年会'97, 第2回環境流体シンポジウム講演論文集, 1997, 465-466
- [2] 小紫 誠子, 河村 哲也, 桑原 邦郎, 火災旋風の三次元数値シミュレーション, 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1997, 491-492
- [3] 小紫 誠子, 河村 哲也, 火災旋風をモデルとした数値計算とその可視化, Proceedings of the 4th Computer Visualization Symposium, 1998
- [4] S.Soma, J. Geography 84, 1975, 12
- [5] K.Kuwahara, *Computation of Thermal Convection with a Large Temperature Difference*, Proc.International Conf.on Applied Numerical Modeling, Dec 27-29, 1984, Taiwan, R.O.C