

慣性による球形粒子のマイグレーション —実験によるアプローチ—

関西大学大学院理工学研究科

○三浦和真, 原田翔弥, 板野智昭, 関眞佐子

Kazuma Miura, Syoya Harada, Tomoaki Itano, Masako Sugihara-Seki

Graduate school of Science and Engineering, Kansai University

1. 緒言

レイノルズ数(Re)が 1 を超える流路内層流において、流れに浮遊する球形粒子は慣性の影響を受けることにより、流れに対し垂直方向に移動(マイグレーション)し、下流では流路断面内のある特定位置に集中する。円管内流れを対象として行われた Segre & Silberberg^[1]の実験により、円管ポアズイユ流中では管半径の約 0.6 倍の位置に粒子が集中して分布することが報告され、それ以後、このマイグレーション現象は“Segre-Silberberg effect”として知られるようになった。円管内で中立浮遊する球形粒子に働く横方向の力は、放物型速度分布によるせん断速度の勾配に起因する流路壁向きの揚力と、壁面からの反発（壁効果）による流路中央向きの揚力が主なものである。流路断面内で粒子の集中する位置はこれら横方向力の平衡位置であり、粒子はその位置に向かってマイグレーションしていると考えられている。

近年では、マイグレーション現象を元にした応用研究が多く進められており、その中でも特に注目されているのが、人工微小流路を用いた粒子の分離・濾過技術への応用である。マイグレーション現象により特定位置に集まった粒子は、分岐や湾曲などの流路形状の工夫等によって主流から除去することが可能である。マイグレーションを用いた手法は流体力のみを利用したものであるので濾過膜等の器具を必要とせず、連続的に運用できるなどの多くの利点を有することから、MEMS 技術の進歩と共に生物工学分野や医療分野において細胞や血球の分離・選別への応用に向けた研究が活発に行われている^[2-4]。

人工微小流路の断面は通常矩形である。正方形断面をもつ流路に対して、これまでに $Re < 100$ の範囲で、ホログラフィ法を用いた粒子分布観察^[5]や有限要素法を用いた数値解析^[6]などが行われ、浮遊粒子のマイグレーション現象が調べられてきた。その結果、円管内流れの Segre-Silberberg effect から類推されるように、流路下流断面において粒子はほぼ等速度線に沿って、角の丸くなった正方形の周上に分布することが観察された。しかし、円管内流れとは異なり、その周上のどこでも同じ割合で粒子が存在するのではなく、各辺の中央付近に多くの粒子が集まる平衡点が存在することが明らかとなった。さらに、この平衡点がレイノルズ数の増加とともに流路壁に近寄っていくことなど、多くの興味深い現象が報告されている。それに対し、レイノルズ数が 100 を超える場合についてはこれまであまり取り扱われてこなかった。慣性によって生じるマイグレーション現象を理解する上で、慣性の影響がより大きい $Re > 100$ の流れを研究することは重要である。

我々はこれまでに 1 辺がミリスケールの正方形断面をもつ流路を用いて $100 < Re < 1200$ の範囲で実験を行い、その結果、レイノルズ数がおよそ 260 を超えると、各辺中央の 4 点に加えて流路

Table 1 Channel length to channel width ratios and particle diameter to channel width ratios. Channel width $D = 6.0\text{mm}$.

流路長 $L[\text{m}]$	L/D	粒子径 $d[\mu\text{m}]$	d/D
0.5	83.3	300	0.05
1.0	166.7	400	0.067
2.0	333.3	500	0.083
4.0	666.7	650	0.108

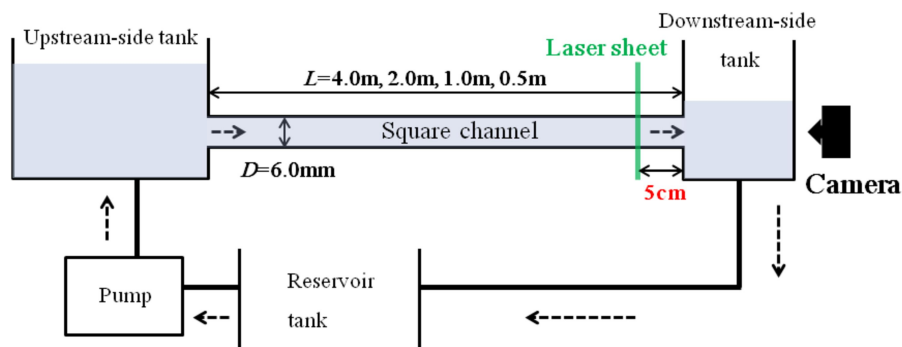


Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup

四隅付近に新たな平衡点が4点現れ、流路断面内に合計8点の平衡点が存在することを明らかにした^[7]。また、低レイノルズ数の場合と同じく平衡点の位置がレイノルズ数によって変化することや、流路を長くすることによって粒子が各平衡点に集束する傾向も示された。本論文では、新たに粒子径と流路幅の比（サイズ比）を変化させて実験を行った結果を報告すると共に、低レイノルズ数における先行研究の結果との比較・検討を行った。

2. 実験・解析手法

本研究では粒子径 $d = 300, 400, 500, 650\mu\text{m}$ のポリスチレン製標準球形粒子(Thermo Scientific 社製)を、流路幅 $D = 6.0\text{mm}$ のアクリル製正方形流路(流路長 $L = 0.5, 1.0, 2.0, 4.0\text{m}$)内の層流に流入させる(Table 1)。作動流体には、粒子が中立浮遊するように純水とグリセリンを混合した溶液を用い、その中に少量の粒子(粒子の体積分率 $1.6\sim 2.3\times 10^{-2}\%$)を混入させて実験に使用した。また、本研究では、流体密度 ρ 、流路断面内平均流速 U 、流路幅 D 、流体粘性率 η を用いて、レイノルズ数を $Re = \rho UD/\eta$ と定義した。

Fig. 1 は実験装置の概略図であり、流体の循環経路を示している。正方形管両端には、オーバーフロー方式によって水位を調節することのできる水槽が取り付けられており、両水槽間の水位差を変化させることで、任意の圧力差で流路内に流れを駆動させる。実験ごとに流路から流出する流体の質量を測定し、そこから流量・流速を算出した。流路出口より 5cm 上流の流路断面に 50mW の DPSS レーザーによるレーザーシート光をあて、流路入口からランダムに流入した粒子

がその断面を通過して発光する様子を流路下流の正面からデジタルカメラ(CASIO,EX-F1,300fps)によって撮影した。撮影した映像を画像処理用ソフトウェア”ImageJ”によって解析することで、流路断面における各粒子の位置を計測し、それらを重ね合わせることで測定断面での粒子分布を得た。

データ解析においては、対称性から流路断面内の全ての粒子位置を方位角 θ に対して $0 \leq \theta \leq 45^\circ$ に集める (Fig. 2)。なお、 x, y 軸は流路半幅を基準として長さの規格化を行っている。Fig. 2(c)に示す $0 \leq \theta \leq 45^\circ$ の領域を動径(r)方向と角度(θ)方向に分割し、一つの区画(面積を $\Delta s(r, \theta)$ とする)に含まれる粒子数 $n(r, \theta)$ を用いて、粒子の存在確率 $p(r, \theta)$ を次のように求める。

$$p(r, \theta) \Delta s(r, \theta) = n(r, \theta) / N$$

ただし、 N は全粒子数を表す。得られた $p(r, \theta)$ の分布より値が極大となる点、すなわち粒子が他の位置に比べ集中している点を求めると、Miura et al.^[7]により、その位置は低レイノルズ数の場合には $\theta = 0^\circ$ 付近に存在し、高レイノルズ数の場合にはこれに加えて $\theta = 45^\circ$ 近辺にも存在していることが示されている。これらは粒子の平衡点に対応すると考えられ、前者を面心平衡点と呼んでその位置を (r_f, θ_f) と表すことにする。また後者は対角平衡点と呼び、その位置を (r_c, θ_c) と表す。本論文では、平衡点位置のレイノルズ数依存性と流路長依存性、および粒子と流路のサイズ比への依存性を調べる。

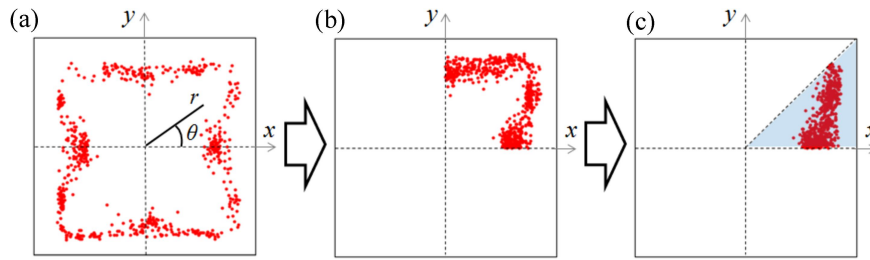


Fig. 2 Particle distribution over channel cross-section. All data are summed up in the region of $0 \leq \theta \leq 45^\circ$.

3. 実験結果

3.1 レイノルズ数依存性

流路長 $L = 2.0\text{m}$ 、粒子径 $d = 650\mu\text{m}$ に対して、レイノルズ数を変化させた場合の断面内粒子分布の変化の例を Fig. 3 に示す。Fig. 3(a)のように比較的低レイノルズ数では、粒子は流路壁に沿うような分布を見せており、特に面心平衡点近傍に集中している。レイノルズ数が上昇すると、Figs 3(b)(c)に示される通り流路四隅付近にも粒子が集中する点、即ち対角平衡点が現れ、粒子は断面内の 8 点近傍に集まり、全体としては花卉のような形に分布するようになる。

面心平衡点と対角平衡点はレイノルズ数が変化することにより、その位置を変化させる。平衡点位置 (r_f, θ_f) 、 (r_c, θ_c) の変化を Fig. 4 に示した。動径方向位置 r_f, r_c に注目すると、Fig. 4(a)から分かる通り、面心平衡点はレイノルズ数の上昇と共に流路中央へと移動しているのに対し、対角平衡点は流路壁方向へと移動している。角度方向位置 θ_f, θ_c については、Fig. 4(b)より面心平衡点はレイノルズ数によらず $\theta = 0^\circ$ 付近に存在していることが分かる。それに対して対角平衡点は、発生し始める $Re = 260$ 付近では $\theta = 25 \sim 35^\circ$ の中間の角度に現れ、そこからレイノルズ数が上昇するにし

たがって流路断面の対角線上($\theta = 45^\circ$)に向けて徐々に移動している。完全に対角線上に到達すると、それ以上レイノルズ数を上げてても対角平衡点は角度方向にほとんど移動せず、安定に $\theta = 45^\circ$ の位置に存在し続ける。

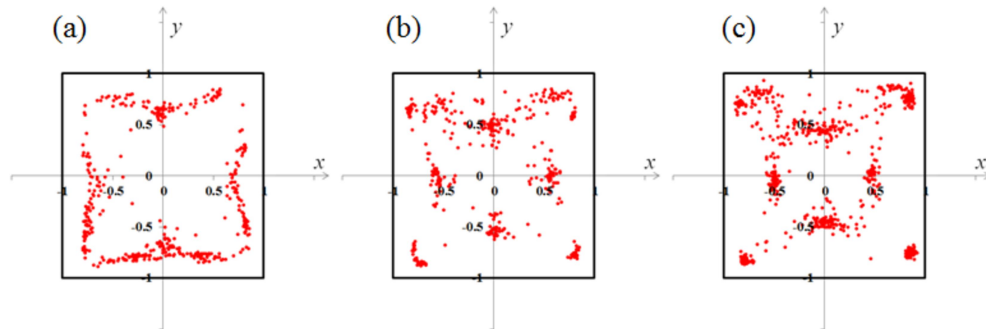


Fig. 3 Particle distributions in the channel cross-section (Channel length $L=2.0\text{m}$, particle diameter $d = 650\mu\text{m}$). (a) $Re = 260$, (b) $Re = 514$, (c) $Re = 983$.

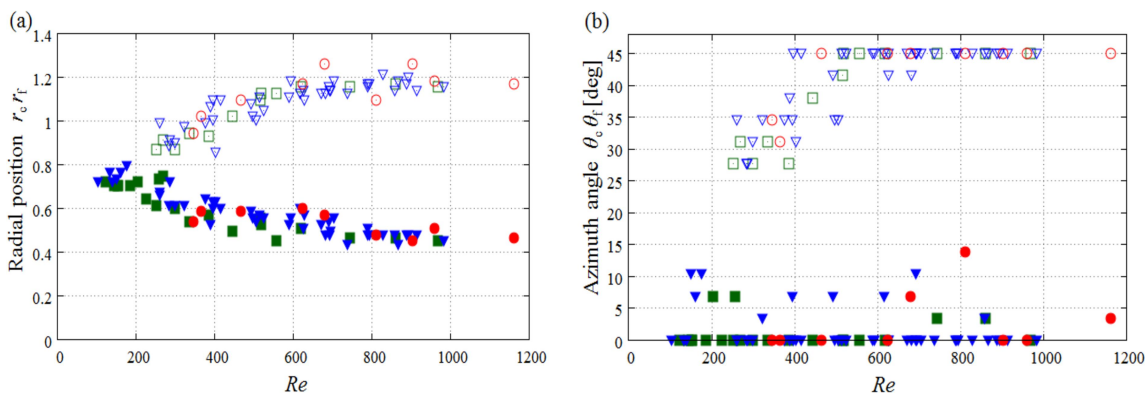


Fig. 4 (a) Radial distance r_c and r_f , (b) azimuth angle θ_c and θ_f of the channel face equilibrium positions (solid symbols) and the corner equilibrium positions (open symbols), respectively, for $d = 650\mu\text{m}$. The red circles represent the results for $L = 1.0\text{m}$, the blue triangles are for $L = 2.0\text{m}$, and the green squares are for $L = 4.0\text{m}$.

3.2 流路長依存性

Fig. 5 は、粒子径 $d = 650\mu\text{m}$, $Re \approx 600$ の場合に、流路長 $L = 0.5, 1, 2, 4\text{m}$ の各流路で計測された粒子分布の例を示す。Figs 5(a)-(d) から、流路長によって粒子分布の詳細は変化するものの、花卉のような分布の概形は変わらないことが分かる。粒子の存在確率 $p(r, \theta)$ の極大位置で評価した平衡点の位置も流路長にほとんど依存しなかった。このことは異なる流路長の平衡位置を同時にプロットしている Fig. 4 からも見取れる。Figs 5(a)-(d) を比較すると、流路長は粒子分布の広がりに影響を与えていることが分かる。即ち、流路が長くなり流路入口から測定断面までの距離が大きくなるにつれて、各粒子が次第に平衡点に集中していく結果、分布のばらつきが抑えられていくと考えられる。

ここで、粒子分布のばらつきを定量的に見積もるため、各角度での粒子存在確率 $P(\theta)$ を次のように定義して、粒子分布の角度依存性を調べる。

$$P(\theta)\Delta S(\theta) = \sum_r p(r, \theta)\Delta s(r, \theta), \quad \Delta S(\theta) = \sum_r \Delta s(r, \theta).$$

Fig. 6 は、Figs 5(a)-(d)の各粒子分布に対する $P(\theta)$ をプロットしたものである。流路が短い場合、粒子はどの角度にもほぼ均等に存在しているが、流路が長くなるにつれ、中間の角度での粒子存在確率が減少し、平衡点の存在する $\theta = 0^\circ$ 付近と $\theta = 45^\circ$ 付近に多く粒子が集まるようになることが分かる。この傾向は他のレイノルズ数の場合にも一般的に見られ、流路長が大きくなるほど(即ち、下流に行くほど)、粒子分布のばらつきが減少することが確認できた。

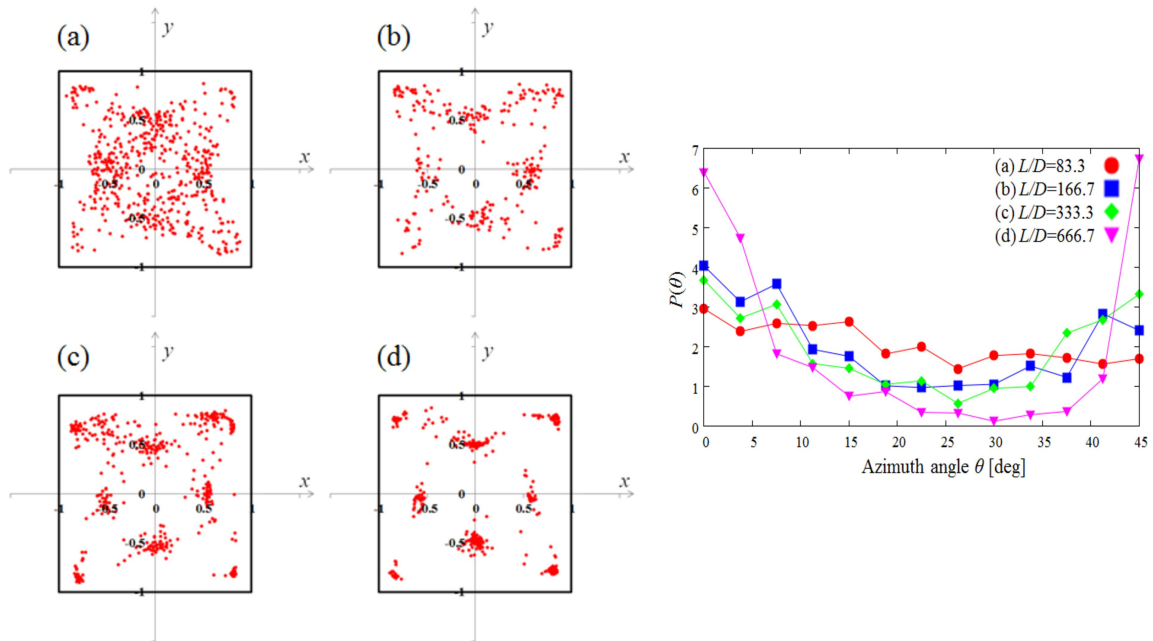


Fig. 5 Particle distributions in the channel cross-section (particle diameter $d = 650\mu\text{m}$, $Re \approx 600$). (a) $L = 0.5\text{m}$, $Re = 627$, (b) $L = 1.0\text{m}$, $Re = 623$, (c) $L = 2.0\text{m}$, $Re = 593$, (d) $L = 4.0\text{m}$, $Re = 618$.

Fig. 6 Plots of $P(\theta)$ for various channel lengths at comparable Re ($Re \approx 600$), corresponding to Figs 5(a) – (d).

3.3 粒子径依存性

Fig. 7 は流路長 $L = 2.0\text{m}$ 、 $Re \approx 800$ に対して、様々な粒子径に対する粒子分布の例を示している。この図より、サイズ比 d/D の変化は流路長の変化と同様、分布のばらつきに影響することが見て取れる。このことは、Figs 7(a)-(d)の各粒子分布に対する粒子存在確率 $P(\theta)$ を示した Fig. 8 から確かめることができる。Fig. 8 から、小さな粒子の場合は粒子が特定の角度に集まる傾向は見られないが、粒子が大きくなるにつれ各平衡点周辺により集中して分布するようになることが分かる。また、粒子の存在確率 $p(r, \theta)$ の極大位置として決めた平衡点の位置も粒子径にほとんど依存しない結果となった。

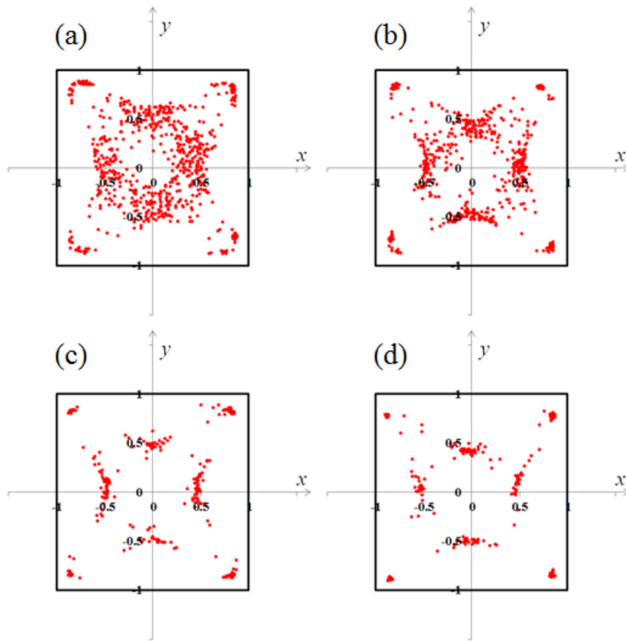


Fig. 7 Particle distributions in the channel cross-section (channel length $L = 2.0\text{m}$, $Re \approx 800$). (a) $d = 300\mu\text{m}$, $Re = 789$, (b) $d = 400\mu\text{m}$, $Re = 793$, (c) $d = 500\mu\text{m}$, $Re = 788$, (d) $d = 650\mu\text{m}$, $Re = 827$.

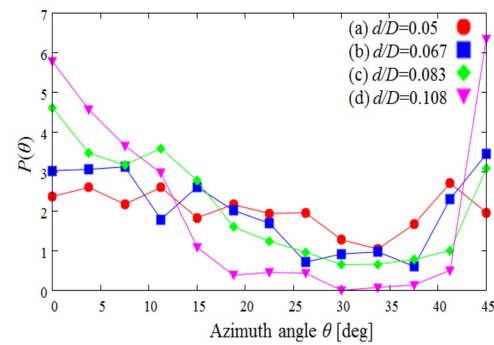


Fig. 8 Plots of $P(\theta)$ for various particle diameters at comparable Re ($Re \approx 800$), corresponding to Figs 7(a) – (d).

4. 考察

本研究の実験方法では、一度の実験で流路入口から下流にわたる複数の流路断面での粒子分布を撮影することはできない。したがって、粒子がどのように断面内を移動しているかを連続的に調べることは不可能である。しかし、流路長を変化させて実験を行ったことで、Fig. 5 に示したように粒子分布が流路入口から下流に発展する様子を模擬的に観察することができ、それによって粒子に作用する横方向力、マイグレーションの経路について、以下のような推察が出来る。

流路入口から測定断面までの距離が最も短い Fig. 5(a)より、粒子は流路の各辺中央のごく近傍には存在しておらず、正方形流路特有の”窪み”のある粒子分布が既に形成されていることが見て取れる。このことから、粒子を流路の各辺中央付近から流路中心方向へと押しやる揚力(流路壁からの斥力)が他の位置に比べ強く、そのためマイグレーションの速度が速くなっていることが推察される。続いて、Figs 5(b), (c)と下流に進むにつれて、流路中心付近からも粒子が排除され、花卉の形状を縁取るように粒子が分布するようになる。最も下流に相当する Fig. 5(d)では粒子は8点の平衡点近傍に集中している。これらのことから、粒子は次のような2段のステップを経て平衡点に集中していくと考えられる。まず第1段では、粒子分布の”輪郭”に相当する花卉型(あるいはアルファベットのX字型)の外縁上に集まり、続いて第2段で花卉の輪郭に沿って各平衡点へ漸近する。このことは我々の研究室で行っている数値シミュレーションによっても確かめられている^[8]。もし流路が無限に長ければ、粒子は完全に各平衡点に集束するものと思われる。

また本研究では粒子径と流路幅の比を変化させた比較実験を行い、その結果としてサイズ比が大きくなれば粒子分布のばらつきが減少することを示した。流路入口から同じだけの距離を移動しても大きな粒子の方が各平衡点により集中しているのは、大きな粒子ほど流体から受ける揚力が大きくなり、マイグレーションの速度が高まっているためであると考えられる。

100 < Re < 1200 の範囲で実験した結果、各平衡点の位置は3章で述べたように、レイノルズ数が上昇することで面心平衡点が中央へ、対角平衡点は流路壁方向へ移動する傾向が見られた。これに対して低レイノルズ数を対象に実験した Choi ら^[5]は、1 < Re < 100 の範囲ではレイノルズ数の上昇とともに、面心平衡点の位置が流路壁方向に移動すると報告しており、我々の実験結果と逆の傾向である。Choi らが示した結果は我々の研究室で最近行っているサブミリスケールの細い流路を用いた実験^[9]でも示された。本論文の結果と併せて考えると、レイノルズ数の増加とともに面心平衡点の移動が外向きから内向きに変わるレイノルズ数が $Re = 100$ 程度に存在することが推測される。せん断速度の勾配による揚力と、壁面の影響による揚力はレイノルズ数が上昇することで大きくなるが、その増加する程度が異なるため、どちらの揚力がより支配的に作用するかはレイノルズ数の範囲によって変化し得ると考えられる。そのことが、レイノルズ数がある一定の値を超えることで、面心平衡点の移動方向が逆転するという現象の原因となっていると推測される。

5. 結言

正方形流路内流れにおける粒子マイグレーション現象について、100 < Re < 1200 の範囲で流路断面内の粒子分布を測定することによって調べた。 $Re \leq 260$ では流路断面内に4点の面心平衡点が存在し、それ以上のレイノルズ数になると新たに流路四隅付近に対角平衡点が4点現れる。各平衡点の位置はレイノルズ数によって変化し、100 < Re < 1200 の範囲では面心平衡点は流路中央へ、対角平衡点は流路壁方向へレイノルズ数の上昇とともに移動する。また、 $Re < 100$ を対象に行われた先行研究と比較したところ、レイノルズ数の範囲によって面心平衡点の移動方向が逆転することが分かった。流路長を変化させて実験を行った結果、平衡点の位置の変化は見られないが、流路入口から下流にいくほどに粒子が各平衡点により集束し、分布のばらつきが抑えられる傾向が見られた。流路入口に近い断面においても、流路断面の各辺中央付近には粒子が存在しない(低レイノルズ数の場合を除く)ことから、この領域では流路壁の壁効果に起因する揚力が非常に強いことが示唆された。粒子と流路のサイズ比を変えた実験からは、サイズ比 d/D の値が大きくなる(より大きな粒子を用いる)と、粒子が平衡点により素早く集まることが分かった。

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 (25630057) と関西大学先端科学技術推進機構グループ研究費の助成により行われた。

参考文献

- [1] Segre, G & Silberberg, A, "Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. Part 2. Experimental results and interpretation", 1962, J.Fluid Mech. 14, 136-157.

- [2] Seo, J, Lean, M H & Kole, A, "Membraneless microseparation by asymmetry in curvilinear laminar flows", 2007, J. Chromatography 1162, 126-131.
- [3] Di Carlo, D, Irimia, D, Tompkins, RG & Toner, M, "Continuous inertial focusing, ordering, and separation of particles in microchannels", 2007, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 104, 18892-18897.
- [4] Bhagat, AAS, Kuntaegowdanahalli, SS & Papautsky, I, "Enhanced particle filtration in straight microchannels using shear-modulated inertial migration", 2008, Phys. Fluids 20, 101702.
- [5] Choi, Y, Seo, K & Lee, S, "Lateral and cross-lateral focusing of spherical particles in a square microchannel", 2011, Lab on a Chip 11, 460-465.
- [6] Di Carlo, D, Edd, JF, Humphry, KJ, Stone, HA & Toner, M "Particle segregation and dynamics in confined flows", 2009, Phys. Rev. Lett 102, 094503.
- [7] Miura, K, Itano, T. & Sugihara-Seki, M, "Inertial migration of neutrally buoyant spheres in a pressure-driven flow through square channels", 2014, J. Fluid Mech. 749, 320-330.
- [8] 中川尚人, 加瀬篤志, 大友涼子, 牧野真人, 関眞佐子, "矩形管内流れにおける球形粒子の運動", 2014, 日本流体力学会年会 2014 講演論文集.
- [9] 志知寛之, "サブミリ管内流れ中の球形粒子分布の顕微計測", 2015, 関西大学システム理工学部卒業論文.