

# 密度非一様性をともなった磁気流体における電流渦層の 非線形発展

松岡千博

愛媛大学大学院理工学研究科

## 概要

初期に一様な磁場が印加された 2 次元非粘性非圧縮流体中における渦層の非線形発展が渦法を用いて調べられた。渦層が存在することにより、強い非一様な磁場が流体界面上に現れること、流体界面は渦層であるとともに電流層ともなることが示される。この系は密度非一様性がある場合に生じる Richtmyer-Meshkov 不安定性と呼ばれる界面不安定性の MHD への拡張となっており、超新星残骸における異常磁場増幅を説明するモデルともなり得る。Atwood 数や初期ローレンツ力の強さを変えた場合の界面形状や磁場、電流の強さが議論され、純粋な渦層との運動の違いが示される。

## 1 序論

超新星爆発が起きると、中心にブラックホールのような特異領域を残して、星を構成していた物質は強い衝撃波を伴って高速で周囲に飛散する。超新星残骸 (supernova remnants: SNR) と呼ばれるこれらの飛散物質は宇宙空間に拡がり、やがて新しい太陽系を作り出す素となる。Giacalone 等<sup>9)</sup> と Inoue 等<sup>12)</sup> は SNR が周囲の星間物質に比べて非常に強い磁場を持つことを示し、局所的に強い磁場を持つ乱流領域が、銀河中心やバースト銀河といった、ひんぱんに超新星爆発を起こす領域に拡がっていると結論付けた。宇宙物理やプラズマ物理におけるその重要性にもかかわらず、SNR における異常磁場増幅の機構を説明するモデルはほとんど存在しない。本論文では、渦層の概念を磁気流体 (magnetohydrodynamic: MHD) に拡張し、流体界面に生じる非一様電流が渦層上に強い磁場を誘導することを示す。

非一様渦度が初期に密度の異なった流体界面に分布し、それが衝撃波のような外力によって駆動されるとき、凹凸のある界面は次第にマッシュルーム状に巻き上がる。Richtmyer-Meshkov 不安定性 (RMI)<sup>15, 16, 18)</sup> と呼ばれるこの現象は、超新星爆発、超音速燃焼、大気流体、核融合における不安定界面等、様々な物理分野で重要な役割を果たす。RMI における密度界面は渦層であり、古典的な Kolmogorov 乱流とは異なる、非一様乱流であることが知られている<sup>7)</sup>。

本研究では、MHD-RMI を考え、渦層と一様な磁場が初期に領域内に存在しているものとする。このとき、RMI における急峻な密度の跳びが界面を挟んだ領域に 2 つの異なった磁場を誘導し、さらに、磁場の急峻な勾配が密度界面上に非一様な電流渦層 (current-vortex sheet) を作り出す。また、初期一様磁場が、界面に平行にかけられていると、磁場は時間がたつて界面が大変形した後も界面に平行なままであり続けるということを示すことができる [(10) 参照]。宇宙プラズマにおける磁気リコネクション過程に現れる古典的な電流層<sup>1, 10, 17)</sup> と異なり、本研究で扱われる電流層は定常状態を持たず、渦層とともに大変形する。

電流渦層の弱非線形安定性を調べた仕事はいくつか存在する<sup>2, 11)</sup>。プラズマシース領域を導入し、電流渦層の厚みを考慮して、Arshukova 等は理論的に界面の変形を議論した<sup>2)</sup>。Hunter と Thoo は弱非線形解析を行って、電流渦層上を伝播する波 (surface Alfvén wave) を記述する振幅方程式を導いた<sup>11)</sup>。しかしながら、これらの理論的な研究は、電流渦層の大変形を考慮していない。

本論文では、渦法<sup>3, 13, 14)</sup> のテクニックを拡張し、SNR における磁場増幅のメカニズムを記述するための電流渦層の非線形発展 (大変形) を調べ、この方法による数値計算が、直接数値シミュレーション (direct numerical simulation: DNS)<sup>21)</sup> や、観測結果<sup>23)</sup> をよく説明することを示す。

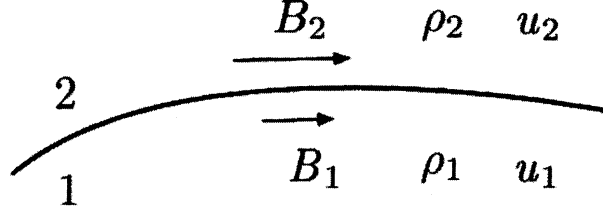


Fig. 1: 物理的状況。ここで界面の上側の流体（流体 2）の方が軽い（ $\rho_1 > \rho_2$ ）と設定されている。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、第 2 節で MHD-RMI における電流渦層の運動を記述するためのモデルと支配方程式を提示する。第 3 節で Atwood 数の大きさ（密度比）を変えた場合の界面の形状、渦層強さ（渦度）、磁場の強さ、界面電流の大きさ等の数値計算結果が示され、純粋な渦層との違いが議論される。この節ではまた、初期磁場の大きさ（初期ローレンツ力項の大きさ）によって、磁場増幅がどのように異なるかが示され、純粋な渦層では見られない、磁気張力効果による渦層強さの反転といった MHD-RMI 特有の現象も議論される。第 4 節は結論に充てられている。

## 2 支配方程式の導出

非粘性・非圧縮の 2 次元磁気流体における密度と接線速度に跳びのあるような界面を考える。この鋭い密度の跳びは界面を挟んで 2 つの異なった磁場  $\mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{B}_2$  を誘導する。ここで、上側の流体（流体 2）は下側の流体（流体 1）より軽いと仮定される（図 1 参照）。このとき流体領域  $i$  ( $i = 1, 2$ ) において以下の方程式が成り立つ：

$$\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i - \frac{1}{\rho_i \mu_i} (\mathbf{B}_i \cdot \nabla) \mathbf{B}_i = -\frac{1}{\rho_i} \nabla P_i. \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_i \times \mathbf{B}_i), \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_i = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_i = 0, \quad (4)$$

$$\mu_i \mathbf{j}_i = \nabla \times \mathbf{B}_i, \quad (5)$$

ここで  $\rho_i$ 、 $\mu_i$  ( $i = 1, 2$ ) は領域  $i$  における流体密度と透磁率（以下では  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$  とおく）で、 $\mathbf{u}_i$  は速度ポテンシャル  $\phi_i$  と  $\mathbf{u}_i = \nabla \phi_i$  なる関係で結ばれている。 $\mathbf{B}_i$  は磁場、 $\mathbf{j}$  は電流密度、 $P_i$  は全圧で

$$P_i = p_i + \frac{\mathbf{B}_i \cdot \mathbf{B}_i}{2\mu}$$

で与えられる。ここで  $p_i$  は流体圧、 $\mathbf{B}_i \cdot \mathbf{B}_i / (2\mu)$  は磁気圧である。

方程式 (1) を界面を挟んだ領域で一周積分  $\oint \cdot d\mathbf{x}$  し、界面厚さをゼロとすると、循環  $\Gamma = \oint \mathbf{u} \cdot d\mathbf{x} = \phi_1 - \phi_2$  に関して次の方程式が得られる：

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 2A \frac{d\Phi}{dt} - A \mathbf{q} \cdot \mathbf{q} + \frac{A + 2\tilde{\alpha}}{4} \gamma \cdot \gamma - \tilde{\alpha} A \gamma \cdot \mathbf{q} + R \bar{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{j}_s, \quad (6)$$

ここで  $\gamma = (\gamma_x, \gamma_y) = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2$  ( $\gamma = \gamma \cdot \mathbf{t} = \partial \Gamma / \partial s$ , ここで  $s$  と  $\mathbf{t}$  はそれぞれ界面の長さおよび単位接線ベクトル) は渦層強さ、 $A = (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_1 + \rho_2)$  は Atwood 数、 $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}(A)$  ( $|\tilde{\alpha}| \leq 1$ ) は  $A$  の関数であるような人工パラメータで、

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla, \quad \mathbf{u}^+ = \mathbf{q} + \frac{\tilde{\alpha}}{2} \gamma,$$

である。ここで、 $\mathbf{q} = (U, V)$  は平均流体速度  $\mathbf{q} = (\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2)/2$  で、 $\mathbf{u}^+$  は界面速度である。また、 $\bar{\mathbf{B}} = (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)/2$  で、 $\mathbf{j}_s = \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2$  は界面電流、 $R \equiv 2B_0^2 / [\mu(\rho_1 + \rho_2)v_{lin}^2] = (v_a/v_{lin})^2$  は実効ローレンツ力

の大きさ（磁場の強さと渦の強さの比）を表すパラメータで、 $v_a$  は初期一様磁場の大きさ  $B_0$  に関する（線形）Alfvén 速度の大きさ、 $v_{lin}$  は純粋な RMI における線形成長速度で、その厳密な形は

$$v_{lin} = \frac{\rho_1^* \delta v_1^* - \rho_2^* \delta v_2^*}{\rho_1^* + \rho_2^*} - \frac{\rho_1^* F_{s1}^* - \rho_2^* F_{s2}^*}{\rho_1^* + \rho_2^*}.$$

で与えられる<sup>14, 16, 24)</sup>。ここで、 $\rho_{1,2}^*$  と  $\delta v_{1,2}^*$  は衝撃波通過直後の領域 1, 2 における密度および接線方向速度で、 $F_{s1,2}^*$  はバルクに残された渦度を測るパラメータである<sup>25)</sup>。 $\mathbf{q}$  と  $\gamma$  を用いると、速度  $\mathbf{u}_1$  と  $\mathbf{u}_2$  は以下のように与えられる：

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{q} + \frac{\gamma}{2}, \quad \mathbf{u}_2 = \mathbf{q} - \frac{\gamma}{2}.$$

今、

$$d(\mathbf{B}_i \cdot \mathbf{n})/dt_i, \quad d/dt_i = \partial/\partial t + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \quad (i = 1, 2)$$

なる状況を考える。このとき、誘導方程式 (2) より、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt_1}(\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n}) &= (\mathbf{B}_1 \cdot \nabla) \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n} + \mathbf{B}_1 \cdot \left( \frac{d}{dt} + (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}^+) \cdot \nabla \right) \mathbf{n} \\ &= \frac{B_1^t}{s_\theta} \left( \mathbf{q}_\theta + \frac{1}{2} \gamma_\theta \right) \cdot \mathbf{n} - \mathbf{B}_1 \cdot \left( \frac{(\dot{\mathbf{x}}_\theta \cdot \mathbf{n})}{s_\theta} \mathbf{t} + \frac{1 - \tilde{\alpha}}{2} \gamma \kappa \right) \\ &= \frac{(1 - \tilde{\alpha}) B_1^t}{2 s_\theta} (\gamma_\theta \cdot \mathbf{n}) - \frac{(1 - \tilde{\alpha}) B_1^t}{2} \gamma \kappa = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

が得られる。ここで、 $\theta$  は界面をパラメトライズする Lagrange パラメータで、 $B_1^t = \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{t}$ ,  $\mathbf{x} = (x, y)$  は界面上の座標である。また、 $s_\theta = \sqrt{x_\theta^2 + y_\theta^2}$  で、下付き添え字は  $\theta$  に関する微分を表す。(7) を導くのに、以下の関係式が用いられている：

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{n}}{dt} &= \frac{[x_\theta(\dot{x}_\theta y_\theta - \dot{y}_\theta x_\theta), y_\theta(\dot{x}_\theta y_\theta - \dot{y}_\theta x_\theta)]}{s_\theta^3} = -\frac{(\dot{\mathbf{x}}_\theta \cdot \mathbf{n})}{s_\theta} \mathbf{t}, \\ \dot{\mathbf{x}}_\theta &= (\dot{x}_\theta, \dot{y}_\theta) = \left( U_\theta + \frac{\tilde{\alpha}}{2} \gamma_{x,\theta}, V_\theta + \frac{\tilde{\alpha}}{2} \gamma_{y,\theta} \right) = \mathbf{q}_\theta + \frac{\tilde{\alpha}}{2} \gamma_\theta, \\ \nabla &= \mathbf{t} \frac{\partial}{\partial s} = \frac{\mathbf{t}}{s_\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} = s_\theta \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial s} = -\kappa s_\theta \mathbf{t}. \end{aligned}$$

同様に、

$$\frac{d}{dt_2}(\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n}) = 0 \quad (8)$$

も得られる。

式 (7) と (8) を用い、 $B_i^n \equiv \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{n} = 0$  が  $t = 0$  で成り立っていると仮定すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n}) &= \left[ \frac{d}{dt_1} + (\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}_1) \cdot \nabla \right] \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n} = \frac{\tilde{\alpha} - 1}{2 s_\theta} \gamma \frac{\partial B_1^n}{\partial \theta} = 0, \\ \frac{d}{dt}(\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n}) &= \left[ \frac{d}{dt_2} + (\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}_2) \cdot \nabla \right] \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n} = \frac{\tilde{\alpha} + 1}{2 s_\theta} \gamma \frac{\partial B_2^n}{\partial \theta} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

が得られる。式 (7), (8), (9) より、 $t = 0$  で  $\mathbf{B}_i \cdot \mathbf{n} = 0$  ( $i = 1, 2$ ) なる条件の下で

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (10)$$

が成り立つことがわかる。方程式 (10) は界面磁場が法線成分を持たない、すなわち、磁場は  $t > 0$  でも界面に平行： $\mathbf{B}_i = B_i^t \mathbf{t}$  ( $i = 1, 2$ ) であり続けることを表している。

誘導方程式 (2) と (10) の結果より、

$$\begin{aligned}\frac{dB_1^t}{dt} &= \frac{\tilde{\alpha} - 1}{2s_\theta} \gamma B_{1,\theta}^t + \frac{B_1^t}{s_\theta} \left( q_\theta^t + \frac{\gamma_\theta}{2} \right), \\ \frac{dB_2^t}{dt} &= \frac{\tilde{\alpha} + 1}{2s_\theta} \gamma B_{2,\theta}^t + \frac{B_2^t}{s_\theta} \left( q_\theta^t - \frac{\gamma_\theta}{2} \right),\end{aligned}\quad (11)$$

が得られる。ここで、

$$B_{i,\theta}^t = \frac{\partial B_i^t}{\partial \theta} \quad (i = 1, 2), \quad q_\theta^t = \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{t})$$

である。

方程式 (6) を  $\theta$  で微分すると、次のような Fredholm の第 2 種積分方程式が得られる：

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dt} &= \frac{2A}{s_\theta} \left( x_\theta \frac{dU}{dt} + y_\theta \frac{dV}{dt} \right) \\ &- \frac{(1 + \tilde{\alpha}A)\gamma}{s_\theta^2} (x_\theta U_\theta + y_\theta V_\theta) + \frac{A + \tilde{\alpha}}{4s_\theta} (\gamma^2)_\theta + \frac{R}{s_\theta} (\langle \mathbf{B} \rangle \cdot \mathbf{j}_s)_\theta,\end{aligned}\quad (12)$$

ここで、右辺の最後の項は磁気張力 (magnetic tension) による界面の接線方向への引っ張りを記述し、界面が曲がっている場合にそれを平らにしようとする方向に働く。

界面速度、すなわち、電流渦層の速度  $d\mathbf{x}/dt = (dx/dt, dy/dt)$  は

$$\frac{dx}{dt} = U + \frac{\tilde{\alpha}x_\theta}{2s_\theta} \gamma, \quad \frac{dy}{dt} = V + \frac{\tilde{\alpha}y_\theta}{2s_\theta} \gamma \quad (13)$$

で与えられる<sup>3, 14)</sup>。

平均速度  $\mathbf{q}$  の複素形  $q^* = U - iV$  を導入すると、Biot-Savart の法則 (Birkhoff-Rott 方程式) により、渦誘導速度

$$q^* = U - iV = \frac{1}{2\pi i} \text{P.V.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma(\theta') s_\theta(\theta') d\theta'}{z(\theta) - z(\theta')} \quad (14)$$

が得られる<sup>5, 19)</sup>。方程式 (11), (12), (13), (14) を同時に解くことにより、電流渦層の運動を決定することができる。

### 3 数値計算結果

#### 3.1 数値計算法

数値計算を実行するうえで、空間的周期性を仮定する。このとき Biot-Savart 積分 (14) は

$$\begin{aligned}U(\theta, t) &= -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sinh(y(\theta, t) - y(\theta', t)) \gamma(\theta', t) s_\theta(\theta') d\theta'}{\cosh(y(\theta, t) - y(\theta', t)) - \cos(x(\theta, t) - x(\theta', t)) + \delta^2}, \\ V(\theta, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(x(\theta, t) - x(\theta', t)) \gamma(\theta', t) s_\theta(\theta') d\theta'}{\cosh(y(\theta, t) - y(\theta', t)) - \cos(x(\theta, t) - x(\theta', t)) + \delta^2},\end{aligned}\quad (15)$$

と書き換えられる。ここで  $\delta (\ll 1)$  は Krasny によって導入された正則化パラメータで、このパラメータの導入により、渦層の長時間にわたる計算が可能となる<sup>13)</sup>。 $\delta = 0$  のとき、人工パラメータ  $\tilde{\alpha}$  は  $\tilde{\alpha} = -A$  と置かれ、第 2 節で導入された支配方程式は厳密に 2 次元 MHD Euler 方程式系と等しくなる。以下の計算ではすべて  $\delta = 0.15$  と置く。Cauchy 積分 (15) を解くには台形則を用いる。領域が無限大もしくは周期的な場合には、このスキームが最も精度よく特異積分を計算することが知られている。また、時間積分の計算

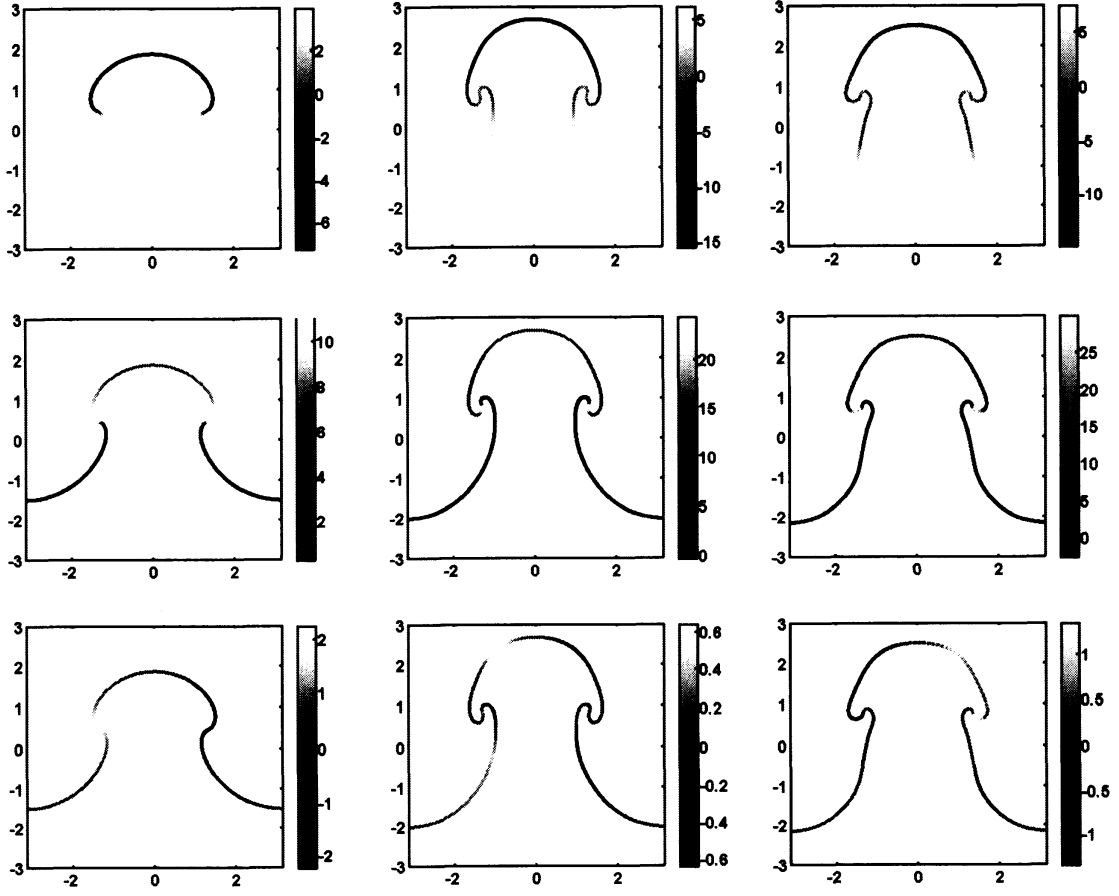


Fig. 2:  $A = -0.2$ ,  $R = 10^{-2}$  における（上段）界面電流  $j_s = B_1^t - B_2^t$  ( $j_s = j_s t$ ), （中段）磁場  $B_2^t$  ( $B_2 = B_2^t t$ ), （下段）渦層強さ  $\gamma$  の時間発展。ここで時間は左から順に  $t = 3, t = 6, t = 8$  ととられている。

には、4 次の Runge-Kutta 法を用い、Fredholm の積分方程式 (12) は誤差レベル  $10^{-9}$  の iterative な方法で数値計算される<sup>14)</sup>。

上記数値計算法を用いて、方程式 (11), (12), (13), (14) が初期条件

$$\begin{aligned} x(\theta, 0) &= \theta, \quad y(\theta, 0) = 0; \quad \gamma(\theta, 0) = -2\sin\theta, \\ \mathbf{B}_i(\theta, 0) &= B_0 \mathbf{e}_x \quad (i = 1, 2), \end{aligned} \quad (16)$$

すなわち、まっすぐな界面、sinusoidal な渦層強さ、初期一様磁場、の下で解かれる。ここで  $\mathbf{e}_x$  は  $x$  方向の単位ベクトルである。また、以下の計算では  $B_0 = 1$  とおく。

### 3.2 数値計算結果

図 2 に  $A = -0.2$  (Atwood 数の定義より、RMI の場合は  $A \leq 0$ )、 $R = 10^{-2}$  における界面電流  $j_s = B_1^t - B_2^t$ 、領域 2 (軽い流体側) の磁場  $B_2^t$ 、渦層強さ  $\gamma$  の時間発展を示す。このような比較的小さい Atwood 数の場合には、磁場が存在しても界面の巻き上がりが観測されるが、巻きの強さは純粋な渦層に比べてはるかに弱い (図 4 参照)。磁場  $B_1^t$  は  $j_s$  と  $B_2^t$  から簡単に得られるが、Atwood 数  $A \neq 0$  では、[時刻が十分たったときのバブル ( $\theta = \pm\pi$ ) 部分をのぞいて] 一般に、 $|B_1^t| < |B_2^t|$  が成り立っている。 $A = -0.7$  にお

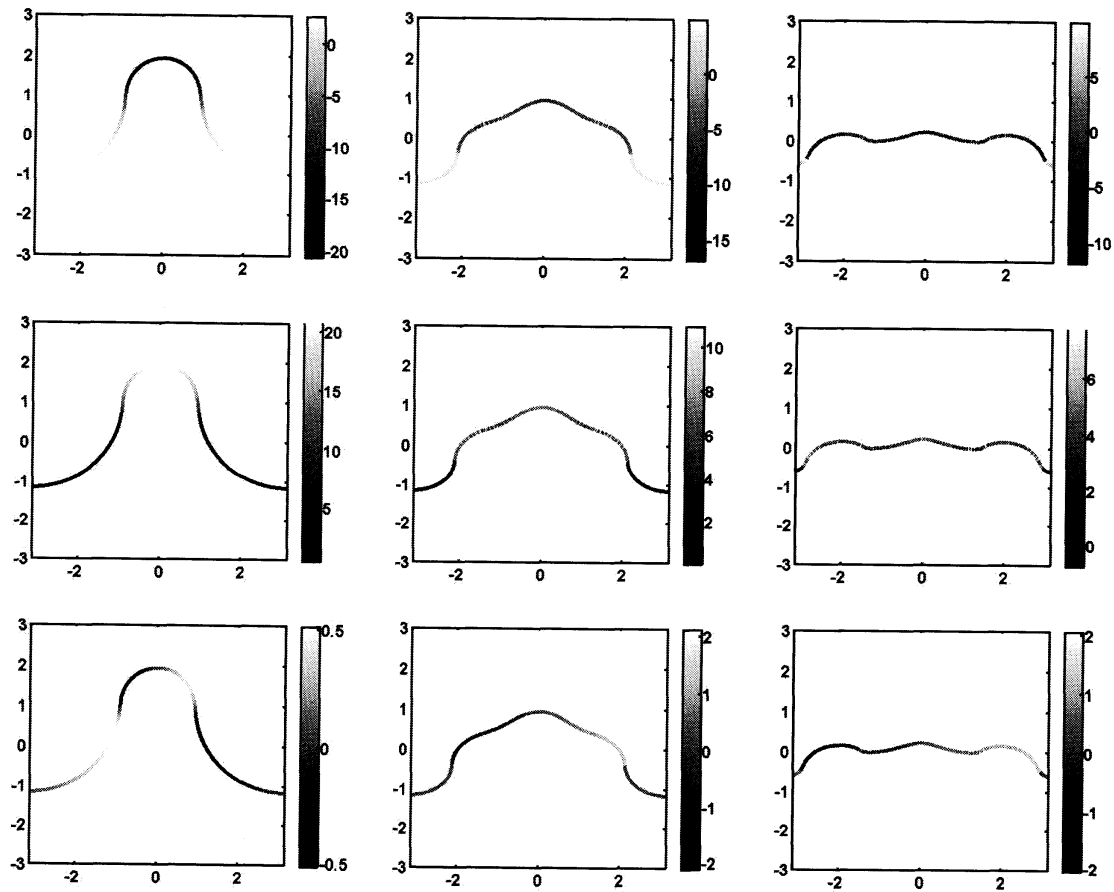


Fig. 3:  $A = -0.7$ ,  $R = 10^{-2}$  における (上段) 界面電流  $j_s = B_1^t - B_2^t$ , (中段) 磁場  $B_2^t$ , (下段) 渦層強さ  $\gamma$  の時間発展。ここで時間は左から順に  $t = 3, t = 6, t = 8$  ととられている。

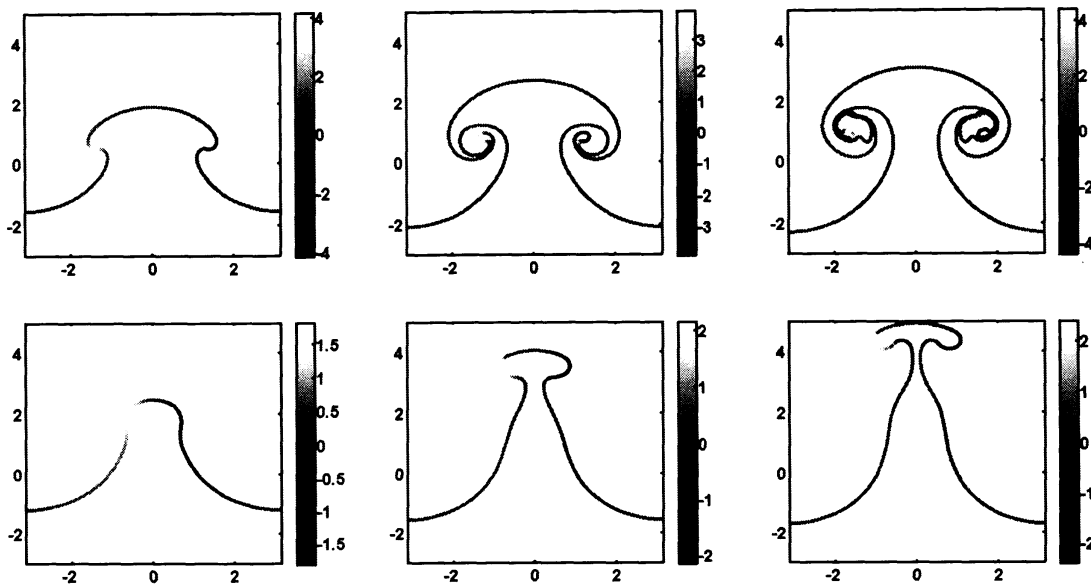


Fig. 4: 純粋な渦層 (pure RMI,  $R = 0$ ) における渦層強さ  $\gamma$  の時間発展。(上段)  $A = -0.2$ , (下段)  $A = -0.7$ 。ここで時間は左から順に  $t = 3, t = 6, t = 8$  ととられている。

る同様の図が図3に示されている。このような大きな Atwood 数 (界面を挟んだ流体の密度比が大きいことを意味する) の場合には、界面の巻き上がりは見られない。

時刻  $t = 3$  の場合を見ると、界面電流や磁場  $|B_z|$  は  $A = -0.7$  の方がかなり大きいことがわかる。また、それらの最大値は図2、3ともにスパイクと呼ばれる中央 ( $\theta = 0$ ) 部分に出現している。これは、同じ  $R$  (初期ローレンツ力の強さ) で比べると、流体の密度比が大きい (下の流体がより重い) ほど磁場増幅が大きく、大電流が界面に流れることを意味している。一方、この時刻での渦層強さ  $\gamma$  は  $A = -0.2$  の方が大きい。これは Atwood 数が小さい方が渦層としての性質がより強く現れることを意味する。このとき、 $\gamma$  の最大値は  $\theta = \pm\pi/2$  近傍に現れているが、これは vortex core (渦核) に相当する。時間がたつと、 $A = -0.2$  の  $\gamma$  は次第に広がって小さくなり、かわって  $A = -0.7$  の  $\gamma$  がスパイクをはさんだ両側で増加し始めるが、初期渦強さの最大値  $|\gamma(0)| = 2$  を超えることはない。これを図4の  $\gamma$  と比較すると、渦層の強さ (渦度) が磁場によって抑えられているということが出来る。すなわち、Kelvin-Helmholtz 不安定性は磁場によって安定化される傾向にあると考えられる。これは巻き上がりが弱くなっていることから推察できる。 $A = -0.7$  の方が純粋な渦層に比べて磁場の存在による界面変形の度合いが大きい、これは密度比が大きいと比較的初期時刻 ( $t < 4$ ) における渦度が小さく、界面が磁気張力項の影響を受けやすいことが挙げられる。界面電流  $j_z$  は縦軸 ( $y$  軸) について同符号で対称に現れるが、 $\gamma$  は  $y$  軸に対して異符号 (絶対値は同じ; 一種の渦対) で出現することに注意されたい。

図5、6にそれぞれ  $A = -0.2$ ,  $A = -0.7$  における、様々な  $R$  の値における  $R|B/B_0|^2$  の最大値 [(a) 図] および、 $|\gamma|$  の最大値 [(b) 図] の時間変化を示した。図(a)の最大磁場は領域2のスパイクのあたりで実現される。図からわかるように、 $R|B/B_0|^2$  は ( $A = -0.2$  の  $R$  が小さい場合をのぞき)、Atwood 数、 $R$  の値にかかわらず、ほぼ同じ値  $\beta$  ( $1 < \beta < 10$ ) まで増幅される。 $|B_0| = 1$  であるから、これは  $|B| > R^{-1/2}$  を意味する。例えば  $R = 10^{-2}$  の場合、 $|B| > 10$  であり、このことは図2、図3からも確かめられる。この式から磁場増幅は  $R$  の値が小さい方が大きいことがわかるが、Atwood 数が小さく ( $A = -0.2$ ) かつ  $R$  が小さい場合は、渦層としての性質が強く出るため、巻き上がろうとする力と磁気張力による平らにしようとする力が拮抗して (磁場は大きくなるけれども) Atwood 数が大きい ( $A = -0.7$ ) 場合ほどの増幅は見られない。この図から、Atwood 数が大きくてかつ  $R$  が小さいときに、磁場増幅が最も大きくなると考えられる。

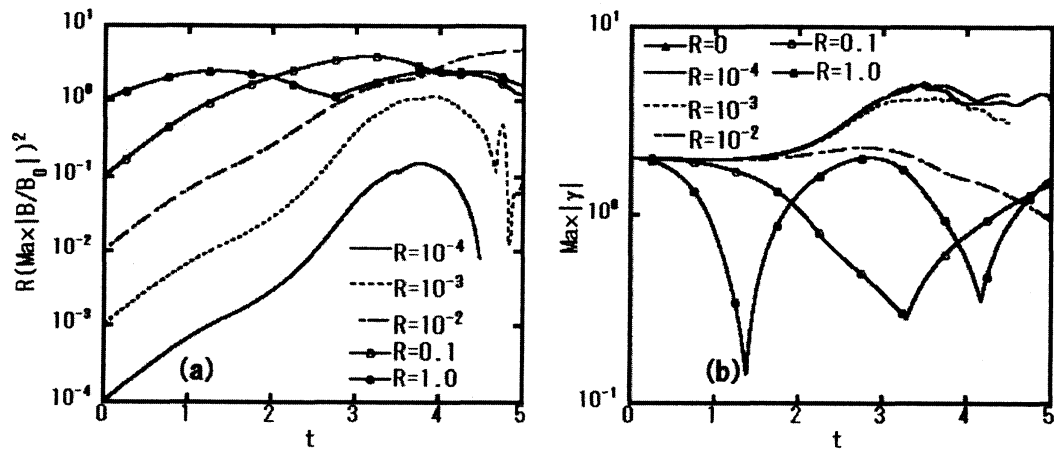


Fig. 5:  $A = -0.2$ における (a) 規格化された磁場  $|B/B_0|^2$  の最大値に  $R$  を乗じたものおよび (b) 渦層強さ  $|\gamma|$  の最大値の時間変化。

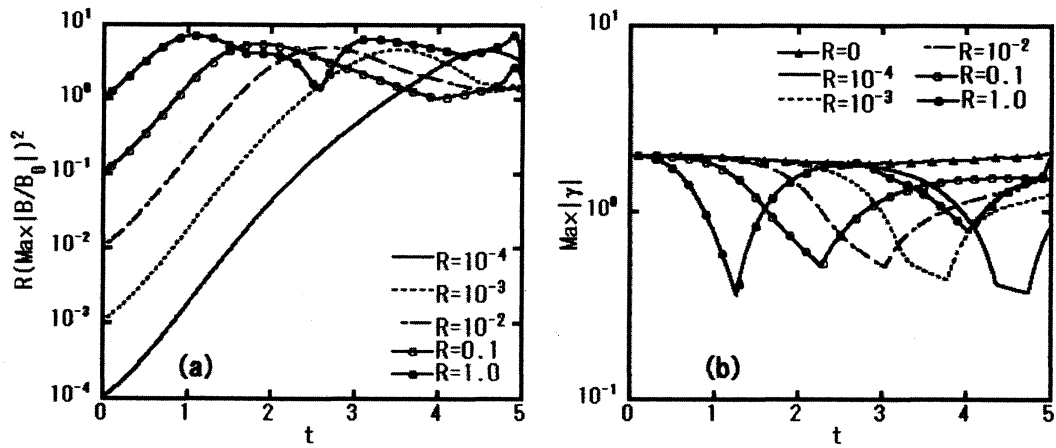


Fig. 6:  $A = -0.7$ における (a) 規格化された磁場  $|B/B_0|^2$  の最大値に  $R$  を乗じたものおよび (b) 渦層強さ  $|\gamma|$  の最大値の時間変化。

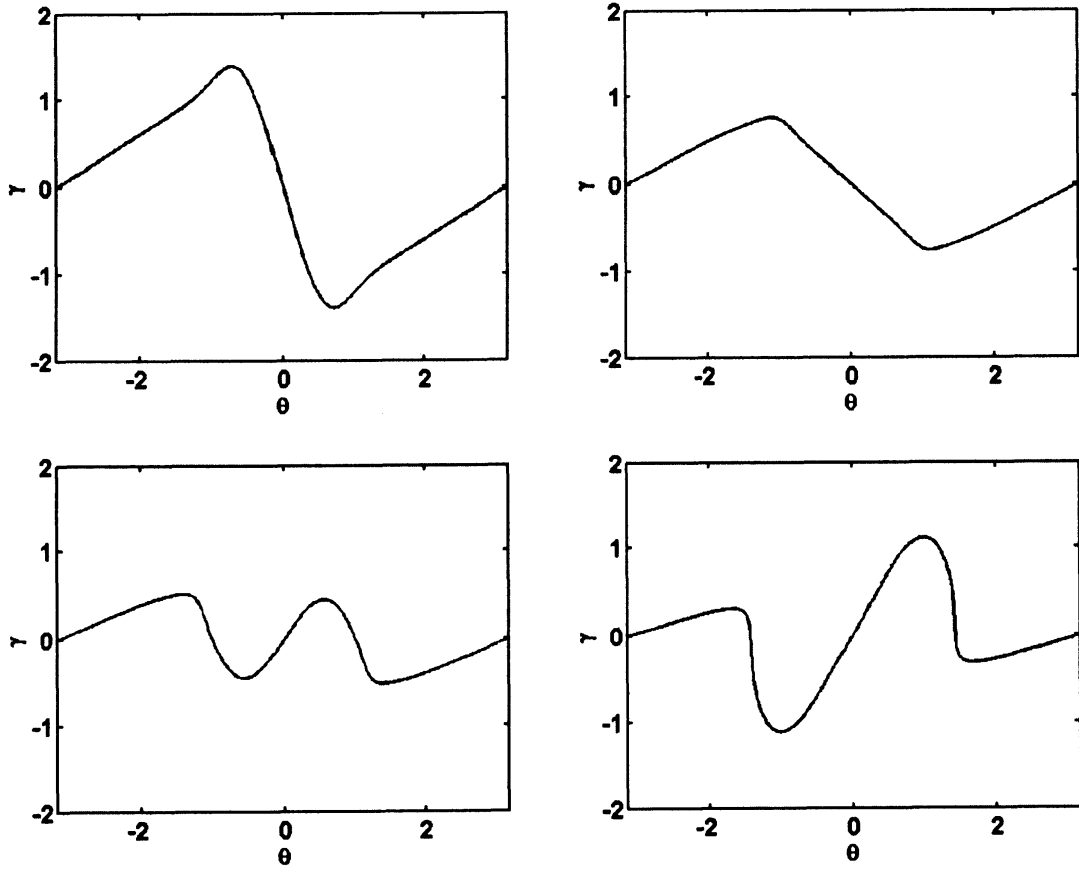


Fig. 7:  $A = -0.7$ ,  $R = 10^{-2}$  における渦層強さ  $\gamma$  の時間発展。ここで、横軸は Lagrange parameter  $\theta$  ( $-\pi \leq \theta \leq \pi$ )。 (上段) 左から  $t = 2, 2.5$ , (下段) 左から  $t = 3, 4$ 。時刻  $t = 2$  と  $t = 4$  の間で  $\gamma$  が反転しているのが見て取れる ( $t = 3$  のあたりで反転。図 6 (b) 参照)。このとき、界面は反転していない (図 3 参照)。

図 (b) からわかるように、渦層としての性質が強く出る  $A = -0.2$  の  $R$  が小さい場合をのぞき、 $|\gamma|$  の最大値には極小値が存在する。この時刻近傍で何が起きているかを、 $A = -0.7$ ,  $R = 10^{-2}$  を例にとって図 7 に示した。初期に  $\gamma \propto -\sin\theta$  で与えられた  $\gamma$  の位相は時刻  $t = 3$  のあたりで反転しているのがわかる。このとき、 $\gamma$  の振幅はいったん非常に小さくなり、これが図 5、6 (b) に見られる極小値に対応している。しかしながら、図 3 を見るとわかるように、界面は反転していない (図 3 参照)。すなわち、これは Alfvén 振動<sup>6, 8)</sup> によるものではなく、磁気張力によっていったん  $\gamma$  が一様化された後、inertia 効果によって再び (今度は逆向きに) 曲がろうとする、一種の復元 (力) 効果に対応しているものと思われる。この反転は磁場の存在によるもので、純粋な渦層 ( $R = 0$ ) では見られない。

## 4 結論

本論文では SNR における磁場増幅のモデルである MHD-RMI における非一様電流渦層の非線形発展を調べた。その結果、 $R$  の値が比較的小さい場合には、大きな磁場増幅が得られることがわかった。係数  $R$  は磁場の強さと渦の強さの比を表すパラメータで、これが大きいと渦層としての性質より電流層としての性質が強いことを意味する。 $R$  が小さい、すなわち渦度がある程度大きい方が (界面の変形が大きい方が) 磁場増幅が大きいということは、Kevin-Helmholtz 不安定性が完全に抑えられるほど強いローレンツ力がかかるより、実効ローレンツ力は (ゼロではないけれども) ある程度弱い方が、(渦のエネルギーが磁場の方に流れて) 磁場は大きくなり得るということを表している。また、Atwood 数は大きい方が広い  $R$  の range で大きな磁場増幅が得られる傾向がある。

SNR における磁場増幅は、超新星爆発後、かなり時間がたってから現れ、かつ長時間にわたって持続することが知られている<sup>23)</sup>。つまり、実効磁場はそれほど強くはない ( $R \ll 1$ )。本研究で得られた磁場増幅機構は、この観測結果をよく説明しており、また DNS による結果とも一致する<sup>21)</sup>。ここで、渦層の存在が SNR における磁場増幅に本質的な役割を果たしているということを強調しておきたい。界面を挟んだ流体速度の接線成分の跳び、すなわち渦度が磁場増幅の引き金をひくのである。

ここでは、初期一様磁場  $B_0$  を界面に平行にかけた。このことは、磁場増幅にとって非常に重要である。もし、初期磁場を界面に対する法線成分がゼロでないようにかけると、電流層は界面から離れてバルク内を伝播しようとする。すなわち、この場合、流体界面は電流渦層とはならず、渦による磁場増幅効果は得られない。このことは観測や DNS による計算でも確かめられている。

本研究では、正則化パラメータ  $\delta \neq 0$  という場合のみを考えたが、 $\delta = 0$  としても [(15) の積分方法は変える必要があるが]、同様の計算が可能である。この場合、数値計算は磁場増幅が saturation するかなり手前で計算が破綻するが、磁場が Kevin-Helmholtz 不安定性を安定化する様子をより数学的に示すことができる。この計算に関しては別の場所で報告する。

## 謝辞

この研究は科学技術振興基盤研究費 (C)、同挑戦的萌芽研究、愛媛大学研究活性化事業、大阪大学レーザーエネルギー学研究所共同研究費の支援を受けてなされた。

## REFERENCES

- 1) Aly J J and Amari T 1989 Current sheets in two-dimensional potential magnetic fields I *Astron. Astrophys.* **221** 287-294
- 2) Arshukova I L, Nikolai V E and Biernat H K 2002 Magnetohydrodynamic instability of a high magnetic shear layer with a finite curvature radius *Phys. Plasmas* **9** 401-408

- 3) Baker G, Meiron D I and Orszag S A 1982 Generalized vortex methods for free-surface flow problems *J. Fluid Mech.* **123** 477-501
- 4) Baker G, Caffisch R E and Siegel M 1993 Singularity formation during Rayleigh-Taylor instability *J. Fluid Mech.* **252** 51-78
- 5) Birkhoff G 1962 Helmholtz and Taylor instability *Proc. Symp. Appl. Maths. Soc.* **13** 55-76
- 6) Biskamp D 1993 *Nonlinear Magnetohydrodynamics* (Cambridge University Press)
- 7) Celani A, Mazzino A and Vozella L 2006 Rayleigh-Taylor Turbulence in two dimensions *Phys.Rev.Lett.* **96** 134504 (references therein)
- 8) For example, Cravens T E 1997 *Physics of solar system plasmas* (Cambridge University Press)
- 9) Giacalone J and Jokipii J R 2007 Magnetic Field Amplification by Shocks in Turbulent Fluids *Astrophys. J.* **663** L41-44
- 10) Gibon S E and Bagenal F 1996 Current sheets in the solar minimum corona *J. Geo. Res.* **101** 4813-4823
- 11) Hunter J K and Thoo J B 2011 On the weakly nonlinear Kelvin-Helmholtz instability of tangential discontinuities in MHD *J. Hyper. Diff. Eqs.* **8** 691-726
- 12) Inoue T, Yamazaki R and Inutsuka S 2009 Turbulence and magnetic field amplification in supernova remnants: Interactions between a strong shock wave and multi-phase interstellar medium *Astrophys. J.* **695** 825-833
- 13) Krasny, R 1987 Computation of vortex sheet roll-up in the Trefftz plane. *J. Fluid Mech.* **184**, 123-155.
- 14) Matsuoka C and Nishihara K 2006 Vortex core dynamics and singularity formations in incompressible Richtmyer-Meshkov instability *Phys. Rev. E* **73** 026304, Erratum: Vortex core dynamics and singularity formations in incompressible Richtmyer-Meshkov instability **74** 049902(E)
- 15) Meshkov E E 1969 Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave *Sov. Fluid Dynamics* **4** 101-105
- 16) Nishihara K, Wouchuk J G, Matsuoka C, Ishizaki R and Zhakhovskii V V 2010 Richtmyer-Meshkov instability: theory of linear and nonlinear evolution *Phil.Trans. Roy. Soc. A* **368** 1769-1807 (references therein)
- 17) Priest E R 1985 The magnetohydrodynamics of current sheets *Rep. Prog. Phys.* **48** 955-1090 (references therein)
- 18) Richtmyer R D 1960 Taylor instability in a shock acceleration of compressible fluids *Commun. Pure Appl. Math.* **13** 297-319
- 19) Rott N 1956 Diffraction of a weak shock with vortex generation *J. Fluid Mech.* **1** 111-128
- 20) Pullin D I 1982 Numerical studies of surface-tension effects in nonlinear Kelvin-Helmholtz and Rayleigh-Taylor instability *J. Fluid Mech.* **119** 507-532
- 21) Sano T, Nishihara K, Matsuoka C and Inoue T 2012 Magnetic field amplification associated with the Richtmyer-Meshkov instability *Astrophys. J.* **758** 126

- 22) Tanveer S 1993 Singularities in the classical Rayleigh-Taylor flow: formation and subsequent motion *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **441** 501-525
- 23) Uchiyama Y and Aharonian F A 2008 Study of nonthermal emission from RX J1713.7-3946 with Suzaku *Astrophys. J.* **677** L105
- 24) Wouchuk J G and Nishihara K 1996 Linear perturbation growth at a shocked interface *Phys. Plasmas* **3** 3761-3776
- 25) Wouchuk J G and Nishihara K 2001 Growth rate of the linear Richtmyer-Meshkov instability when a shock is reflected *Phys. Rev. E* **63**, 056303