

鉱物分布を考慮したき裂発生・進展解析による

圧裂引張試験時の花崗岩の破壊挙動評価

伊澤 正悟* 緒方 奨** 安原 英明***
木下 尚樹*** 岸田 潔*

Evaluation of Fracture Evolution of Granite during Brazilian Test by Numerical Analysis of Fracturing Process Considering Mineral Distribution

by

Shogo IZAWA*, Sho OGATA**, Hideaki YASUHARA***,
Naoki KINOSHITA*** and Kiyoshi KISHIDA*

A numerical analysis model considering mineral distribution of targeted rock to predict the behavior of fracture evolution and tensile strength that is obtained through the Brazilian test is proposed. The model considered the mineral distribution obtained from image analysis. In order to confirm the validity of the model, Brazilian tests employing granite specimens were conducted. Subsequently, by utilizing the model, the numerical analysis coupled with damage theory was performed to reproduce the results of Brazilian test. Simulated results are in good agreement with fracturing process and tensile strength obtained from experiments, and validity of the model was achieved.

Key words:

Mineral distribution, Brazilian test, Tensile strength, Fracture evolution of granite

1 はじめに

高い応力場において空洞を掘削する場合、空洞周辺に局所的な引張応力場が発生し、岩盤中に引張破壊に起因するき裂が発生・進展する可能性が考えられる。例えば、花崗岩等の高い圧縮強度を有する硬岩中のき裂発生・進展の多くが引張破壊によって生じることが報告されている^{1),2)}。

岩石の引張強さを求める試験として、一軸引張試験や二軸引張試験、圧裂引張試験がある。ISRM Suggested Method(1978)に示されている一軸引張試験により得られる応力-ひずみ関係は、比較的正確に引張破壊挙動を捉えることができる^{3),4)}。しかしながら、この試験においては、応力集中が円柱供試体の軸方向中央で発生せず接着部近くの端部で発生したり、軸方向に作用すべき引張力がねじれて作用したりする可能性⁵⁾などの問題があり、一般的に圧裂引張試験等の間接的に引張強さを求める試験が広く用いられている。多くの研究者が一軸引張試験と圧裂引張試験の結果を比較しており、それらの試験によって得られる引張強さはばらつきがあるもののほぼ1対1に近い値を示すことが知られている^{5),6)}。しかしながら、圧裂引張試験では、実際の供試体の強さ、供試体内の水分および空気中の湿分の影響から載荷板接触点での圧縮破

壊が生じ、き裂の発生・進展が理論通りとならない可能性がある。したがって、圧裂引張試験時の岩石のき裂発生・進展挙動を精緻に予測可能な数値解析手法を確立し、破壊挙動や引張強さを評価・算定する必要がある。

岩石のき裂発生・進展挙動および強度・変形特性を予測する上で重要とされているのが対象とする岩石の“不均質性”である。一般的に、岩石は、鉱物分布・組成、潜在クラックの存在等に起因する不均質性を有しており、それらは岩石の剛性・強度等の力学物性や破壊挙動に支配的影響を及ぼすことが知られている⁶⁾⁻¹²⁾。この問題に対し、これまでに岩石の不均質性を考慮したき裂発生・進展解析が数多く実施されてきた¹³⁾⁻¹⁶⁾。

例えば、Tang¹³⁾は、損傷理論にWeibull分布を用いて力学物性の不均質性を統計的に導入したき裂発生・進展解析モデルを開発し、そのモデルを用いた多くの解析事例が報告されている。しかし、このモデルでは、Weibull分布に入力する複数のパラメータ（物性分布の指標値、分布の不均質係数）を実験的に算定困難であるという問題を有している^{13),14)}。このような岩石の不均質性に関連し実験的算定が困難なパラメータは多くの場合、岩石の破壊挙動（き裂発生・進展、応力-ひずみ関係）について数値解析結果と実験結果が整合するよう任意に設定され

† 原稿受理 令和元年 8月10日 Received Aug. 10, 2019 ©2020 The Society of Materials Science, Japan

* 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 〒615-8540京都市西京区京都大学桂
Department of Urban Management, Kyoto University, Nishikyo-ku, Kyoto 615-8540.

** 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻 〒565-0871吹田市山田丘
Division of Global Architecture, Osaka University, Yamadaoka, Suita 565-0871.

*** 愛媛大学大学院理工学研究科・生産環境工学専攻 〒790-8577松山市文京町
Department of Civil Engineering, Ehime University, Bunkyo-cho, Matsuyama 790-8577.

ており、岩石の不均質性の表現に際しての客観性および物理的根拠が不十分である。さらに最近では、Mahabadi and Lisjak¹⁶⁾が、岩石内の鉱物分布に基づき力学物性の不均質性を考慮した上で、FEMとDEMを組み合わせ発展させたFDEM (Finite-Discrete Element Method) という解析手法を用いて、花崗岩を用いた圧裂引張試験で観察されたき裂形状を再現することに成功しているが、引張強さについては実験結果を再現できていない。

本研究では、対象とする岩石の鉱物分布に立脚して力学物性の不均質性を考慮し、岩石の引張破壊挙動と引張強さをともに予測可能な数値解析モデルを提案する。そして花崗岩を対象とした圧裂引張試験を実施して破壊挙動を観察するとともに、提案したモデルを用いてその実験の再現解析を行い、モデルの妥当性を検証する。

2 実験概要と結果

2・1 実験概要

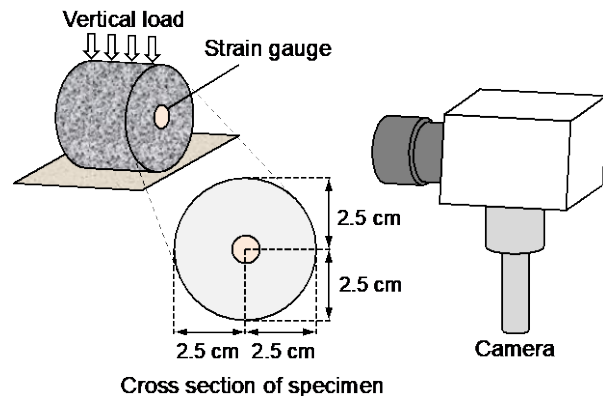
本研究では花崗岩の圧裂引張強さと応力-ひずみ関係の測定、き裂発生・進展挙動の観察を目的として、圧裂による岩石の引張強さ試験¹⁷⁾の手順に準拠して圧裂引張試験を実施した。実験の概観をFig. 1に示す。実験には稲田花崗岩を用いた。構成鉱物は石英、カリ長石、斜長石、黒雲母が主体であり、粒子サイズは数mm～0.0数mm前後となっている。この花崗岩ブロックより直径50mm×奥行き50mmの直円柱形供試体3本を作成し、3本の供試体をBr-1, Br-2, Br-3とした。ひずみの計測にあたり、各供試体の両断面中央にひずみゲージを取り付けた。荷重速度は荷重制御により100 N/sとし、破壊までの応力-ひずみ関係を記録するとともに、ハイスピードカメラを用いてき裂発生・進展の過程を撮影した。ハイスピードカメラはNAC社のMEMRECAM GX1を使用し、フレームサイズは256×256ピクセル、フレームレートは25000 fpsと設定した。

2・2 結果と考察

Table 1に試験によって得られた圧裂引張強さを、Fig. 2に引張応力-縦ひずみ曲線を示す。実験ではき裂発生後のひずみは記録できておらず、破壊点までのデータを示している。圧裂引張強さおよび引張応力は、荷重から式(1)を用いて算出した。

$$\sigma_t = \frac{2P}{\pi D_0 L_0} \times 10 \quad (1)$$

ここで、 σ_t は断面中央における引張応力 [MPa]、 P は荷重 [kN]、 D_0 は供試体の直径 [cm]、 L_0 は供試体の長さ [cm]である。式(1)は圧裂引張試験における円板内の応力分布に関して Hondros¹⁸⁾が算出した2次元弾性解に基づいており、荷重板との接触面が十分に小さく、き裂が円板中央から発生する場合に妥当であるとされている¹⁹⁾。ハイスピードカメラによってき裂発生・進展挙動を時系列で撮影し、き裂部分を赤色に着色したFig. 3の画像より、き裂が断面中央に発生し上下両端に向かって伸びていく挙動が確認できる。したがって、本実験結果における式(1)の適用は



Cross section of specimen

Fig. 1 External view of Brazilian test.

Table 1 Results of Brazilian test and numerical analysis.

	Tensile strength [MPa]
Br-1	6.21
Br-2	6.71
Br-3	5.52
Average	6.15

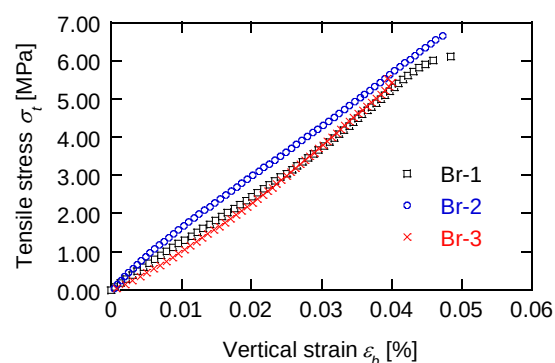


Fig. 2 Tensile stress – vertical strain curves obtained from Brazilian tests.

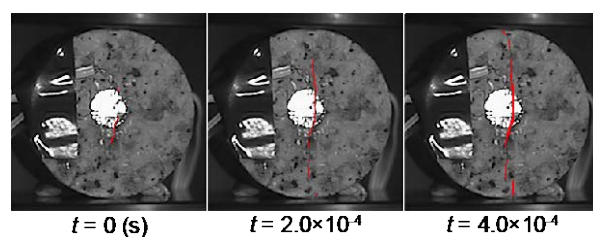
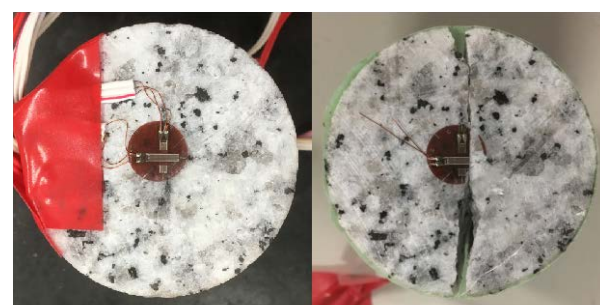


Fig. 3 Fracture evolution during the Brazilian test (Br-1).



(a) Before (b) After

Fig. 4 Cross section of specimen (Br-1).

妥当であると考えられる。Fig. 3 ではき裂発生が確認できた画像を $t = 0$ [s] とし、 2.0×10^{-4} 秒間隔で撮影した 3 枚の画像を示している。Br-1 の実験前と実験後の断面の写真を Fig. 4 に示す。Fig. 4 (b) から、発生したき裂は断面のほぼ中央を通っていることが確認できる。

3 解析モデル

3・1 応力解析

本モデルでは平面ひずみ状態を仮定し、以下に示す応力つり合い式と弾性体理論を適用し、岩石内の応力・変形量を算出する。

$$\nabla \cdot \sigma + F_v = 0 \quad (2)$$

$$\sigma = C \varepsilon \quad (3)$$

ここで、 F_v は物体力 [N/m³]、 σ は応力テンソル [N/m²]、 C は弾性係数行列 [N/m²]、 ε はひずみテンソル [-] である。

3・2 損傷モデル

本解析では、等方性の損傷理論を用いて、き裂発生・進展挙動を計算する。損傷理論とは、き裂を連続体の剛性低下でモデル化する理論である。この手法は、連続体としてき裂を考慮可能であり、き裂発生・進展に伴うリメッシュ等の複雑な処理を必要としないことから FEM との相性がよく、多くのき裂発生・進展計算に用いられている^{20), 21)}。本解析では、岩石内の応力分布をもとに、対象とする岩石において引張またはせん断による損傷が発生するかどうかを判定する。具体的には、解析領域を代表要素体積 (Representative Elementary Volume: REV) によって分割し、各 REV 内の応力の平均値をもとに、式(4)の引張応力条件式とモール・クーロンの破壊規準を用いて各 REV の損傷判定を行う^{20), 21)}。本研究では、引張応力を負、圧縮応力を正とする。

$$\begin{cases} F_1 \equiv -\sigma_3 - f_{t0} = 0 \\ F_2 \equiv \sigma_1 - \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} \sigma_3 - f_{c0} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 F_1 は引張損傷条件、 F_2 はせん断損傷条件、 σ_1 は最大主応力 [N/m²]、 σ_3 は最小主応力 [N/m²]、 f_{t0} は一軸引張強さ [N/m²]、 f_{c0} は一軸圧縮強さ [N/m²]、 θ は内部摩擦角 [°] である。等方性の損傷理論では、損傷した REV の弾性係数 E が損傷進展に伴い減少していく²⁰⁾。

$$E = (1 - D)E_0 \quad (5)$$

ここで、 E_0 は損傷の無い状態の岩盤の弾性係数 [N/m²]、 D は損傷変数 [-] である。損傷変数 D は、 $0 \leq D \leq 1$ の値をとるスカラー変数であり、物体の損傷度合いを表す。損傷がなければ 0、完全に破壊すれば 1 となる。 $D > 0$ をき裂発生とし、 D は以下のようにひずみの値を用いて定義される²⁰⁾。線形弾性則では、主応力 σ_i は主ひずみと体積ひずみを用いて次式で表される。

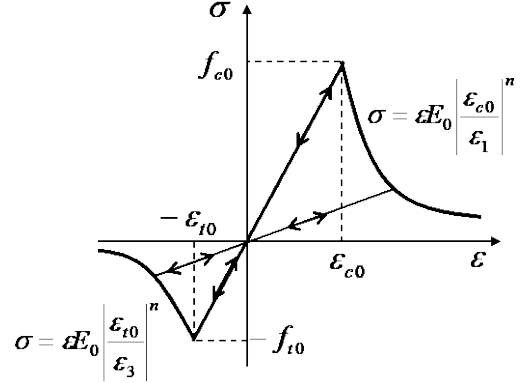


Fig. 5 Constitutive laws of damage theory.

$$\sigma_i = \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_i + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_v \right] \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6)$$

ここで、 ε_i ($i = 1, 2, 3$) は最大、中間、最小主ひずみ、 $\varepsilon_v (= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$ は体積ひずみ [-]、 ν はポアソン比 [-] である。この式(6)とモール・クーロンの破壊規準に基づき、損傷変数 D の算出に用いるひずみ ε_t 、 ε_c が次式(7)～(9)で定義される。

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{1}{1+\nu} \left[\varepsilon_1 + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_v \right] \quad (7)$$

$$\bar{\varepsilon}_3 = \frac{1}{1+\nu} \left[\varepsilon_3 + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_v \right] = \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\varepsilon_c = \bar{\varepsilon}_1 - \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} \bar{\varepsilon}_3 \quad (9)$$

式(4)の破壊条件と Fig. 5 に示す構成則に従い、式(10)から損傷変数 D が計算される²⁰⁾。

$$D = \begin{cases} 0 & F_1 < 0 \text{ and } F_2 < 0 \\ 1 - \left| \frac{\varepsilon_{t0}}{\varepsilon_t} \right|^n & F_1 = 0 \text{ and } \Delta F_1 > 0 \\ 1 - \left| \frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_c} \right|^n & F_2 = 0 \text{ and } \Delta F_2 > 0 \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 ε_{t0} は限界引張ひずみ [-]、 ε_{c0} は限界圧縮ひずみ [-]、 n は定数 [-] である。本研究では損傷理論を用いた既往研究²⁰⁾を参照し、 $n = 2$ とする。式 (10) 中の、 $F_1 = 0$ and $\Delta F_1 > 0$ は、岩石内の応力状態が引張損傷条件を満たし、かつ負荷状態にある場合、引張破壊が生じるという条件を示している。 $F_2 = 0$ and $\Delta F_2 > 0$ についても同様に、岩石内の応力状態がせん断損傷条件を満たし、かつ負荷状態にある場合、せん断破壊が生じるという条件を示す。また、本研究では、一度生じた損傷は回復しない設定としている。

3・2 解析フロー

上記に示した解析モデルの計算フローを Fig. 6 に示す。Fig. 6 に示した主な解析手順を以下に記す。

- 1) モデルのジオメトリを構築し、そのモデルを REV によって分割する。そして初期の力学物性と境界条件

を設定する。

- 2) FEMを用いた応力解析によって各 REV内の主応力と主ひずみの平均値を算定する。
- 3) 各 REV が損傷しているかどうかを式(4)によって判定する。損傷が発生していなければ次の荷重ステップに移る。
- 4) 3)で損傷した REV があった場合、その REV 内のひずみの値を式(6)～式(10)に代入し、損傷変数 D を計算する。
- 5) 算定した損傷変数 D と式(5)を用いて、損傷した REV の弾性係数を修正する。
- 6) 2)から 5)のサブステップを繰り返し行い、損傷変数 D と前ステップの D の差が 0.0001 以下になれば、新しい損傷が発生していないと判定し、次の荷重ステップに移る。

以上のアルゴリズムを用いて、き裂の発生・進展解析を行う。

3・3 不均質性のモデル化

本研究では、岩石に不均質性を与える要因として鉱物組成および分布に着目した。本研究で提案するモデル化手法について以下に述べる。

この手法においては、解析対象となる岩石供試体の断面を撮影した画像を用いる(Fig. 7 (a))。本研究で用いた花崗岩について、構成する主要な鉱物の分布は色によって識別が可能であるという報告がある⁷⁾。しかしながら、撮影した画像のままでは花崗岩の構成鉱物(石英、長石、黒雲母)の3種の鉱物同士の境界が不明瞭であることから、その画像を分析、加工して鉱物分布を特定し、境界を明確化したのちに2次元モデルとして取り込む。本研究では、Br-1の断面をモデル化した。具体的な方法を以下に示す。

- 1) 圧裂引張試験に用いた花崗岩供試体の断面の画像(Fig. 7 (a))を画像編集ソフトに取り込む。
- 2) 花崗岩の主な構成鉱物である石英、長石、黒雲母の色の違いから境界を検出、各鉱物の分布を明確化する。
- 3) 境界を明確化した2次元断面モデルに各鉱物の力学物性を割り当て、き裂発生・進展解析を行う。

本研究ではこの手法を Modeling based on Mineral Distribution method: MMD 法とし、ここでは、Br-1の断面の鉱物分布を反映させたモデルを MMD モデル(Fig. 7 (b))とした。また藤井ら⁷⁾により、花崗岩における引張割れ目について、そのほとんどが鉱物粒子内を通ることが報告されている。したがって本解析モデルでは鉱物境界ではなく離や滑りを考慮していない。

3・3 解析条件

本研究では、実施した圧裂引張試験の再現解析を行うことにより、提案手法の妥当性を検証する。解析には、提案手法によって作成した花崗岩供試体の断面を模した2次元モデルである MMD モデルを用いた。解析ジオメトリと境界条件を Fig. 8 (a)に示す。圧裂引張試験では荷重時の供試体の変形により、加圧板と供試体の間に載荷面が生じる。

本解析では載荷面の幅を 8.9 mm と設定した。また、大久保ら²²⁾によって、圧裂引張試験は載荷速度に対する依

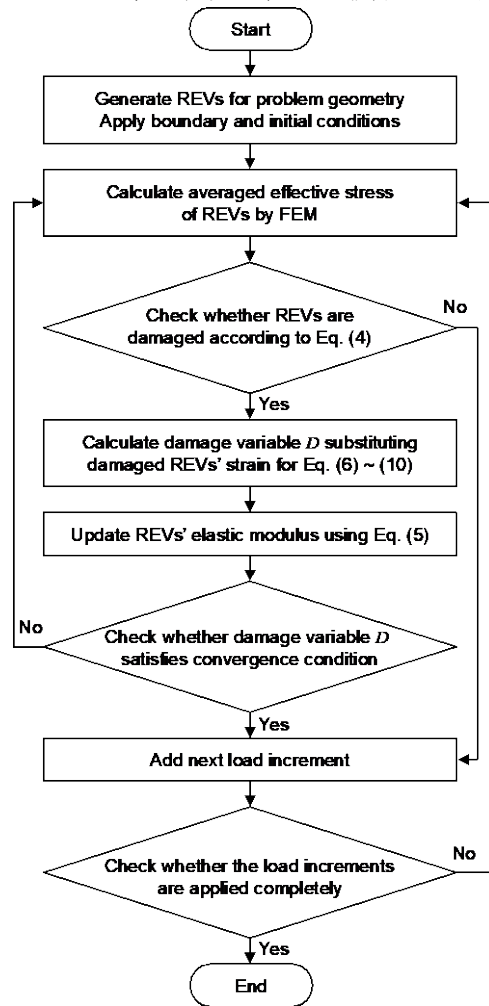


Fig. 6 Procedure for the numerical calculation of the models.

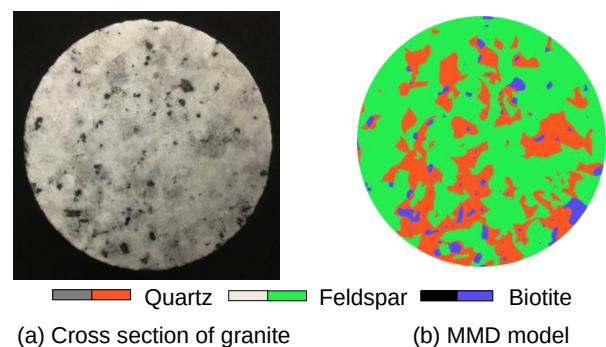


Fig. 7 Model based on mineral distribution.

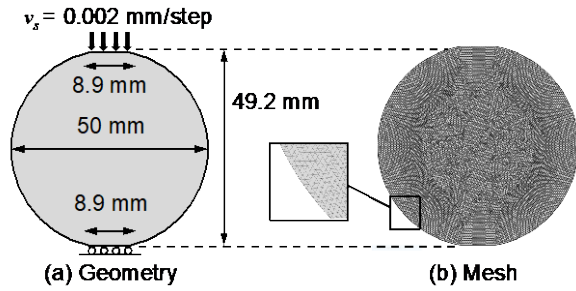


Fig. 8 Description of numerical analysis.

存性が低いことが報告されていることから、実験と数値解析における載加速度が異なっても概ね一致した結果が得られると考えられる。したがって計算速度との兼ね合いから、解析領域の上端に加える1ステップあたりの変位 v_s を 0.002 mm と設定した。解析領域下端はローラー条件とした。一般的に損傷理論では、要素サイズが小さい程、微視的なき裂発生・進展を表現出来、より精緻にき裂形状を計算可能であることが報告されている¹⁴⁾。これを参照し、本解析では、全要素数 25134 の十分に小さいサイズの三角形メッシュを用いた(Fig. 8 (b))。解析に用いたパラメータを Table 2 に示す。ここで、花崗岩のポアソン比は本研究で実施した一軸圧縮試験で得られた結果を用い、花崗岩の内部摩擦角、各鉱物の初期弾性率、引張強さは既往実験^{23)~25)}に基づき設定した。なお、黒雲母の引張強さについては、既往研究より信頼性のある実験値が報告されておらず、本研究では、Mahabadi and Lisjak¹⁹⁾による解析的研究を参照し、長石の引張強さの 0.7 倍の値を設定した。また、各鉱物の一軸圧縮強さに関しても既往実験による報告がされておらず、次式(11)~(12)に示す Griffith の破壊規準を用いて算定した。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= f_t & \text{when } 3\sigma_1 + \sigma_3 \geq 0 \quad (11) \\ (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 8f_t(\sigma_1 + \sigma_3) &= 0 & \text{when } 3\sigma_1 + \sigma_3 < 0 \quad (12) \end{aligned}$$

ここで、 σ_1 は最大主応力 [N/m²]、 σ_3 は最小主応力 [N/m²]、 f_t は一軸引張強さ [N/m²] である。式(12)に $\sigma_1 = 0$ を代入し、各鉱物の一軸圧縮強さを引張強さの 8 倍と設定した。

4 解析結果と考察

まず、実験(Br-1)より得られた引張応力-縦ひずみ曲線と解析値との比較を Fig. 9 に示す。図より、解析結果は実験結果と概ね一致しており、圧裂引張試験時の岩石の強度および破壊点までの力学的応答を再現できていることが確認できる。しかしながら、破壊点以降の挙動については、一般的に硬岩の破壊挙動で観察されるような顕著な応力低下は見られなかった。

つぎに、き裂発生・進展挙動(損傷変数 D の分布の進展)を Fig. 10 に示す。Fig. 10 (a)~(c)は、Fig. 9 中の解析により得られた引張応力-縦ひずみ曲線中の 3 点(a)~(c)における各損傷変数分布を示している。Fig.10 では、損傷の破壊

モードを可視化するため、引張で損傷した領域については、損傷変数 D の値の符号を正から負に変えて表示している ($0 < D < 1 \Rightarrow -1 < D < 0$)。したがって、図中のコンター分布における、 $-1 < D < 0$ の赤色の領域が引張による損傷領域、 $0 < D < 1$ の青色の領域がせん断による損傷領域を表しており、着色している領域 ($|D| < 0$) をき裂と定義している。図より、本解析においては、供試体中央に引張破壊によるき裂が発生していることが確認できる。Fig. 3, 4 と Fig. 10 との比較から、本解析モデルは実験より観察されたき裂の発生・進展挙動を概ね再現できているが、上下端部付近で発生するき裂に関しては再現できていないことが確認できる。Fig.9 において、破壊点以降の応力低下が小さな原

Table 2 Mechanical properties of minerals.^{23)~25)}

Parameter	Quartz	Feldspar	Biotite
Elastic modulus E_0 [GPa]	76.9	39.6	33.9
Tensile strength f_t [MPa]	10.3	10.5	7.3
Uniaxial compressive strength f_c [MPa]	82.5	83.6	58.6
Internal friction angle θ [°]	50	50	50
Poisson's ratio ν [-]	0.19	0.19	0.19

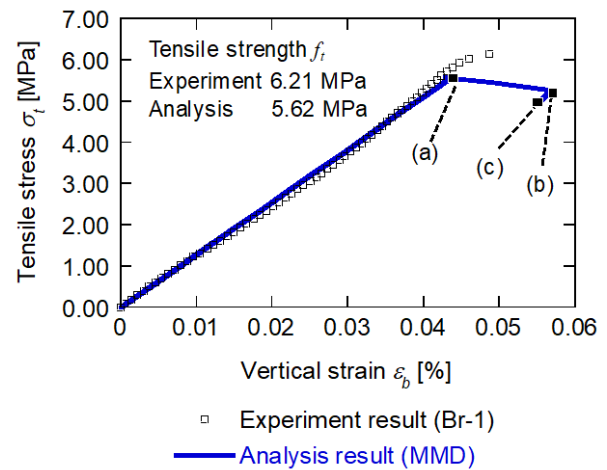


Fig. 9 Comparison of tensile stress-vertical strain relationship between experimental result and analysis result of MMD model.

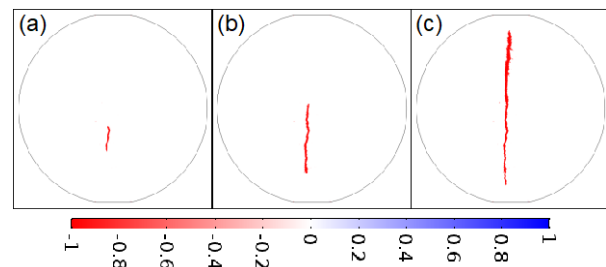


Fig. 10 Evolution of damage variable calculated by MMD model.

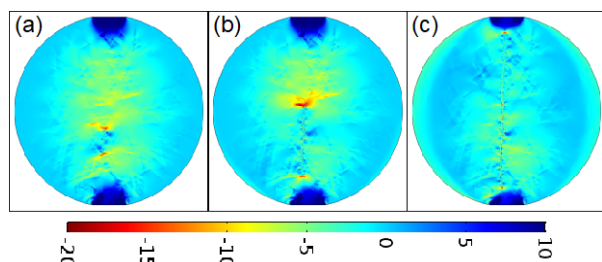


Fig. 11 Distribution of Minimum principle stress calculated by MMD model.

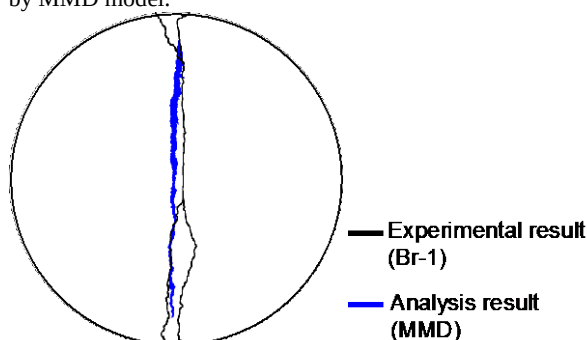


Fig.12 Comparison of Shapes of Fractures between experimental result and analyses results.

因については、損傷していない上下端の健岩部が荷重を受け持っているからであると考えられる。つぎに、Fig. 11 に解析より得られた最小主応力分布の変化を示す。Fig. 11 (a)～(c)は、Fig. 9 中の応力-ひずみ曲線中の点(a)～(c)における最小主応力 σ_3 [MPa] の分布を示している。図より、発生したき裂の先端部に応力集中が発生していることが確認できる。また、供試体中央付近では引張応力が、上下端部では圧縮応力がそれぞれ発生していることが確認できる。これらより、Fig. 3, 4 で観察された供試体上下端部でのき裂発生は、圧縮応力場におけるせん断破壊によるものであると考えられる。解析結果では、この上下端部付近のき裂が発生していないことから、本解析モデルではせん断破壊を適切に考慮できていないと考えられる。その原因として、本解析モデルで考慮していない鉱物境界ではなく離や滑りなどの挙動の影響が予想される。また、本解析では解析領域上下端部における載荷板と供試体間で発生する摩擦を考慮していないことも、せん断破壊の再現性に影響を及ぼしていると考えられる。さらに、加圧板によって固定された載荷面と変形が許容される領域との境界部に引張ひずみが発生し、スプリッティングによってき裂が進展している可能性も考えられる。つぎに、Fig. 12 に実験 (Br-1)によって得られたき裂形状と解析結果との比較を示す。図より、本解析モデルによって上下両端部を除く引張応力下のき裂は概ね実験結果を再現できていることがわかる。Br-1 の鉱物分布を反映させた MMD モデルによる解

析と実験結果が完全には一致せず、断面中央部のき裂形状に差異が生じた原因としては、本解析モデルで考慮できていない岩石の潜在微小クラックや異方性、3 次元的な鉱物分布の不均質性等の影響が考えられる。

5 おわりに

本研究では、圧裂引張試験における岩石の引張破壊挙動および引張強さを予測するため、鉱物分布・組成の影響を考慮した数値解析モデルを提案した。解析に先立ち実施した花崗岩の圧裂引張試験では、高速度撮影によりき裂発生・進展挙動を詳細に観察した。提案したモデルを用いて実施した圧裂引張試験の再現解析では、提案モデルは実験より得られた引張強さと引張応力によるき裂発生・進展挙動をともに精度よく再現することに成功し、モデルの有効性が確認された。しかしながら、提案モデルでは供試体上下両端に発生する圧縮応力場でのき裂を再現できておらず、鉱物境界におけるはく離や滑り、載荷板と供試体の接触部に生じる摩擦などの考慮が必要であると考えられる。また、潜在的な微小欠陥や異方性、3 次元的な鉱物分布等の影響を考慮可能なモデルへの拡張も今後の課題である。

謝辞: 本研究は、鹿島学術振興財団, カシオ科学振興財団, JSPS 特別研究員奨励費 JP1035522 の助成により遂行された。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) K. Aoyagi, E. Isii and T. Ishida, "Field observations and failure analysis of an excavation damaged zone in the horonobe underground research laboratory", Journal of MMIJ, Vol.133, pp.25-33, doi:10.2473/journalofmmij.133.25 (2017)
- 2) P. C. Kelsall, J. B. Case and C. R. Chabanne, "Evaluation of excavation induced changes in permeability", International Journal of Rock Mechanics & Mining sciences, Vol. 21, pp.121-135, doi:10.1016/0148-9062(84)91530-4 (1984).
- 3) ISRM Testing Committee: Suggested methods for determining tensile strength of rock materials, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstract, 15(3), pp. 99 - 103, doi:10.1016/0148-9062(78)90003-7 (1978)
- 4) C. Fairhurst, "Laboratory measurements of some physical properties of rock", Proceedings of the Fourth U.S. Symposium on Rock Mechanics, Document ID: ARMA-61-105 (1961).
- 5) M. A. Perras and M. S. Diederichs, "A review of the tensile strength of rock: Concepts and testing", Geotechnical and Geological Engineering, Vol.32, pp. 525-546, doi:10.1007/s10706-014-9732-0 (2014).
- 6) W. Lin, M. Takahashi, T. Nakamura and Y. Fujii, "Tensile strength and deformability of Inada granite and their anisotropy: Comparison between uniaxial tension test and Brazilian test", Japanese Geotechnical Journal, Vol. 3, No. 2, pp.165-173, doi:10.3208/jgs.3.165 (2008).
- 7) Y. Fujii, T. Takemura, M. Takahashi, W. Lin and S. Akaiwa, "The feature of uniaxial tensile fractures in granite and their relation to rock anisotropy", Journal of the Japan Society of

- Engineering Geology, Vol.46, No.4, pp.227-231, doi:10.5110/jjseg.46.227 (2005).
- 8) S. Cowie and G. Walton, "The effect of mineralogical parameters on the mechanical properties of granitic rocks", Engineering Geology, Vol.240, pp.204-225, doi:10.1016/j.enggeo.2018.04.021 (2018).
 - 9) M. Osada, T. Yamabe and R. Yoshinaka, "Initial distribution of microcracks in inada granite", Journal of the Japan Society of Engineering Geology, Vol. 39, No. 6, pp.500-510, doi: 10.5110/jjseg.39.500 (1999).
 - 10) Y. Nara, Y. Ohno, Y. Imai and K. Kaneko, "Anisotropy and grain-size dependency of crack growth due to stress corrosion in granite", Shigen-to-Sozai, Vol. 120, pp.25-31, doi:10.2473/shigentosozai.120.25 (2004).
 - 11) T. Takemura and M. Oda, "Three-dimensional fabric analysis of microcracks associated with brittle failure of granitic rocks", The Journal of the Geological Society of Japan, Vol. 108, No. 7, pp.453-464, doi:10.5575/geosoc.108.453 (2002).
 - 12) R. Pírkryl, "Some microstructural aspects of strength variation in rocks", International Journal of Rock Mechanics & Mining sciences, Vol. 38, pp.671-682, doi:10.1016/S1365-1609(01)00031-4 (2001).
 - 13) C. A. Tang, "Numerical simulation of progressive rock failure and associated seismicity", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol.34, pp.249-261 (1997).
 - 14) W. C. Zhu and C. A. Tang, "Numerical simulation of Brazilian disk rock failure under static and dynamic loading", International Journal of Rock Mechanics & Mining sciences, Vol.43, pp.236-252, doi:10.1016/j.ijrmms.2005.06.008 (2006).
 - 15) H. Lan, C. D. Martin and B. Hu, "Effect of heterogeneity of brittle rock on micromechanical extensile behavior during compression loading", Journal of Geophysical Research, Vol. 115, doi:10.1029/2009JB006496 (2010).
 - 16) O. Mahabadi and A. Lisjak, "New combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications", International Journal of Geomechanics, Vol.12, pp.676-688, doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000216 (2012).
 - 17) Japanese Geotechnical Society: JGS 2551 Method for Splitting Tensile Strength Test on Rocks, Japanese Geotechnical Society Standards Laboratory Testing Standards of Geomaterials, Vol.2, pp.901-911 (2009).
 - 18) G. Hondros, "The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference concrete", Australian Journal of Basic and Applied Sciences, Vol.10, pp.243-268 (1959).
 - 19) Y. Satoh, "Position and load of failure in brazilian test; A numerical analysis by griffith criterion", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.36, pp.1219-1224, doi:10.2472/jsms.36.1219 (1987).
 - 20) Zhu, W.C., and Tang, C.A.: "Micromechanical model for simulating the fracture process of rock", Rock Mech Rock Eng, Vol. 37, pp.25-56, doi:10.1007/s00603-003-0014-z (2004).
 - 21) J. Wang, D. Elsworth, Y. Wu, J. Liu, W. Zhu and Y. Liu, "The influence of fracturing fluids on processes: A comparison between water", Oil and SC-CO₂, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol.51, Issue 1, pp.299-313, doi:10.1007/s00603-017-1326-8 (2018).
 - 22) S. Okubo, F. Jin and M. Akiyama, "Loading-rate dependency of uniaxial and indirect tensile strength", Shigen-to-Sozai Vol.109, Issue 11, pp.865-869, doi:10.2473/shigentosozai.109.865 (1993).
 - 23) G. A. Savanick and D. I. Johnson, "Measurements of the strength of grain boundaries in rock", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, Vol.11, Issue 5, pp.173-180, doi:10.1016/0148-9062(74)90884-5 (1974).
 - 24) L. Zhang, "Engineering properties of rocks (second edition)", doi:10.1016/B978-0-12-802833-9.00003-1 (2017).
 - 25) G. Mavko, T. Mukerji and J. Dvorkin, "The Rock Physics Handbook", doi:10.1017/CBO9780511626753 (2009).