

## 束縛状態がある場合の散乱理論

— 漸近場と中心として —

宇都宮大

I

加藤 祐輔

明星大

理工

関根 克彦

### § 1. 序

Lehmann [1], Haag [2], Ruelle [3] による場の量子論における散乱理論の展開と前後して、漸近状態、漸近場の考察がさまざまなやり方で進められた。与えられた Hamiltonian のもとで漸近場の存在を証明した全系のスペクトルについても論ずるという手法に限ってみてもいくつかの仕事がみられる。たとえば相互作用の Hamiltonian が並進不変の性質をもたない（運動量が保存しない）場合が調べられている。[4]。またたとえば Höegh-Krohn [5] は運動量が保存する場合について調べたが、相互作用の形状因子に対する制限のほかに、相互作用 Hamiltonian は各項が2個以上の粒子生成演算子と2個以上の消滅演算子の積を含むものと限定されている。

周知の如く Lee model にあっては  $H$ ,  $N$ ,  $V$  の3種の粒

子の相互作用を扱うのであるが、2組の粒子数保存則が成立していることにより取扱が簡単である。以下の考察ではこの簡単さと並んで次の事実と重視する。すなわち、相互作用 Hamiltonian の各項は生成または消滅演算子のうち一方は1個だけとなっている。従って前記の Höegh-Krohn の model には含まれていない。われわれは今回は、Lee model を並進不変性（運動量保存）の成立する一例とする形において考え、漸近場の存在、系のスペクトルの性質を調べたい。この観点から5次の諸性質の成立に着目して考察を進める。

- 1). free Hamiltonian による1粒子状態と total Hamiltonian によるそれとが一致しない。（物理的V粒子）。
- 2). 物理的1粒子状態が並進不変である。
- 3). 1粒子状態のエネルギー・スペクトルが free Hamiltonian と total Hamiltonian とで異なる。

[ 注意 [4] では 1) が成立, 2), 3) 不成立.  
[5] では 2) が成立, 1), 3) 不成立. ]

- 4). 物理的V粒子以外に別の“束縛状態”があらわれ、これもまた並進不変の物理的1粒子状態[2]である。  
この状態に対応する漸近場を定義しその性質を調べる。

§2 は準備事項、§3 で束縛状態（物理的V粒子以外）を

調べその存在を例示する。また物理的 / 粒子状態のエネルギー・スペクトルを調べる。§4 で物理的 / 粒子状態 (束縛状態を含む) の漸近場の存在を示す。§5 では total Hamiltonian のスペクトルと漸近場の交換関係を調べる。

なお §4 以降, §1 は; 並進不変性をもつ Lee model をさらに限定して Galilei 不変性をもつものとした。これは差当り計算の便宜上のことである。

## §2. 準備事項

$d$  次元空間で考え運動量表示をとる。1 粒子エネルギーは free Hamiltonian にあつては:  $V$  粒子;  $w_V(p) = p^2/2m_V + U$ ,  $N$  粒子;  $w_N(l) = l^2/2m_N$ ,  $H$  粒子;  $w_H(k) = k^2/2m_H$ . Fock 空間;  $\mathcal{F} = \bigoplus_{\alpha, \beta, \gamma=0}^{\infty} \mathcal{F}^{(\alpha, \beta, \gamma)}$ ,  $\mathcal{F}^{(\alpha, \beta, \gamma)}: L^2(\mathbb{R}^{(\alpha+\beta+\gamma)d})$  であり  $\mathcal{F}^{(\alpha, \beta, \gamma)}$  は  $V, N, H$  それぞれに  $\gamma$  対称化 ( $V, N$  に  $\gamma$  反対称化でもよい)。

$$\Phi \in \mathcal{F}: \Phi = \{\varphi_{\alpha\beta\gamma}; \|\Phi\|^2 = \sum_{\alpha\beta\gamma} \|\varphi_{\alpha\beta\gamma}\|^2 < \infty, \varphi_{\alpha\beta\gamma} \in \mathcal{F}^{(\alpha, \beta, \gamma)}\}$$

$$\begin{aligned} \text{内積: } (\varphi_{\alpha\beta\gamma}, \varphi_{\alpha\beta\gamma}) &= \int dp_\alpha dp_\beta dl_1 \cdots dl_\beta dg_1 \cdots dg_\gamma \varphi_{\alpha\beta\gamma}(\cdots) \varphi_{\alpha\beta\gamma}^*(\cdots) \\ &= \int (dp)_\alpha (dl)_\beta (dg)_\gamma \varphi_{\alpha\beta\gamma} \varphi_{\alpha\beta\gamma}^* . \end{aligned}$$

$$\text{正準交換関係: } [V(p), V^*(p')] = \delta(p-p') \text{ etc.}$$

$$\text{消滅演算子: } (V(p)\varphi)_{\alpha-1, \beta, \gamma}(p_1, \cdots, p_{\alpha-1}, l_1, \cdots) = \sqrt{\alpha} \varphi_{\alpha\beta\gamma}(p_1, \cdots, p_{\alpha-1}, p, l_1, \cdots) \text{ etc.}$$

生成演算子  $V^*(p)$  は  $V(p)$  の adjoint etc.

$V^*(p)$  は  $V^*(p)$ ,  $V(p)$  を代表し

$$V^*\{h\} = \int V^*(p) h(p) dp, \quad V\{h\} = \int V(p) h^*(p) dp \quad \text{etc. など.}$$

なお  $h^*$  は  $h$  の複素共役.

$$H = H_0 + H_I \quad : \text{ total Hamiltonian}$$

$$H_0 = \int \omega_V(p) V^*(p) V(p) dp + \int \omega_N(l) N^*(l) N(l) dl + \int \omega_\oplus(k) \oplus^*(k) \oplus(k) dk,$$

$$H_I = \lambda \int \{ F(p, k) V^*(p) N(l) \oplus(k) + \text{h. c.} \} \delta(p - k - l) dp dl dk$$

... 並進不変 (運動量保存).

$\mathcal{N}_V$  :  $V$  粒子数 (固有値  $\alpha$ ) etc.

$\mathcal{N}_1 \equiv \mathcal{N}_V + \mathcal{N}_N$ ,  $\mathcal{N}_2 \equiv \mathcal{N}_N + \mathcal{N}_\oplus$  は  $H$  と可換

$$\mathcal{F} = \bigoplus_{n_1, n_2} \mathcal{F}(n_1, n_2), \quad \mathcal{F}(n_1, n_2) : (n_1, n_2) \text{ sector.}$$

定義 [1-D],  $F(p, k) = \hat{F}(p, q)$ ,  $q = k - (m_\oplus/m_V)p$ ,

$$m_V = m_N + m_\oplus, \quad \hat{F}(p, q) = \hat{F}(q) \quad (p \text{ による } q \text{ の変換}).$$

とき  $H$  は Galilei 不変であるとよび.

(註:  $q$  は  $N-\oplus$  の相対運動量,  $p$  は全運動量).

仮定 [2-A].  $\sup_p \{ \int |F(p, k)|^2 dk \}^{\frac{1}{2}} = G < \infty$ ,  
 $( \{ \int |\hat{F}(q)|^2 dq \}^{\frac{1}{2}} = G < \infty ; \text{Galilei 不変} ),$

Lemma [3-L]. (Eckmann [7] の拡張).

$$W \equiv \int V^*(p'_1) \cdots V^*(p'_{\alpha'}) N^*(l'_1) \cdots N^*(l'_{\beta'}) \oplus^*(k'_1) \cdots \oplus^*(k'_{\gamma'}) \times \\ \times V(p_1) \cdots V(p_{\alpha}) N(l_1) \cdots N(l_{\beta}) \oplus(k_1) \cdots \oplus(k_{\gamma}) \times$$

$$\begin{aligned} & \times W(p'_1 \dots p'_{\alpha'}, l'_1 \dots l'_{\beta'}, k'_1 \dots k'_{\gamma'}; p_1 \dots p_{\alpha}, l_1 \dots l_{\beta}, k_1 \dots k_{\gamma}) \times \\ & \times \delta(p'_1 + \dots + l'_1 + \dots + k'_1 + \dots - p_1 - \dots - l_1 - \dots - k_1 - \dots) \\ & \times (dp)_{\alpha+\alpha'} (dl)_{\beta+\beta'} (dk)_{\gamma+\gamma'} . \end{aligned}$$

ここで  $W$  は  $(p)_{\alpha}, (p')_{\alpha'}, (l)_{\beta}, (l')_{\beta'}, (k)_{\gamma}, (k')_{\gamma'}$  につきそれぞれ対称 (または反対称).  $\alpha \geq 1, \beta' \geq 1$ .

$$\begin{aligned} \text{このとき} \quad & \sup_{p_1} \int |W(p'_1, \dots, l'_1 = p_1 + \sum - \sum'; l'_2, \dots; p_1, \dots)|^2 \times \\ & \times (dp)_{\alpha+\alpha'-1} (dl)_{\beta+\beta'-1} (dk)_{\gamma+\gamma'} = Y^2 < \infty \end{aligned}$$

$$\text{であれば} \quad \|W(n+1)^{-\frac{1}{2}(\alpha+\beta+\gamma+\alpha'+\beta'+\gamma')}\| \leq Y \cdot \text{const.}$$

ただし,  $\sum$  は ' のない運動量変数の和 ( $p_1$  は除く)

$\sum'$  は ' のある運動量変数の和 ( $l'_1$  は除く),

$$n = n_V + n_N + n_{\oplus}, \quad \text{const. は } d \text{ のみによる.}$$

なお一般に  $\alpha+\beta+\gamma \geq 1, \alpha'+\beta'+\gamma' \geq 1$  で類似の図像がえされる。また粒子の種類は3でなくともよい。

(証明) [7] と略同様。

Lemma [4-L]. (Regular perturbation [8]).

仮定 [2-A] のもとで  $H_2$  は各  $(n_1, n_2)$  sector での有界線算子。  $\psi \in D(H_0+1)$  に対し各 sector で定数  $C, \theta$  ( $0 < \theta < 1$ ) が存在して

$\|H_I \psi\| \leq C \|\psi\| + \varepsilon \|(H_0 + 1)\psi\|$  が成立し,  
 $H = H_0 + H_I$  は  $D(H) = D(H_0)$  に自己共役.

(証明), [3-L] による.

lemma [5-L].  $\psi \in D(H)$  のとき適当な  $C'$  と各 sector  
 に対して  $C'$  により

$$\|(H_0 + n + 1)\psi\| \leq C \|(H + n + 1)\psi\| \leq C' \|(H_0 + n + 1)\psi\|,$$

$$\|\bigotimes^{\#} \{f\} \psi\| \leq C \|f\| \cdot \|\psi\|.$$

$\bigotimes$  は  $(H), N, V, B$  などの  $(V, B$  はのちに定義) の  
 代表.

(証明), [4-L] などのように.

### § 3, 物理的 / 粒子状態および束縛状態.

Haag - Ruelle 理論における物理的 / 粒子状態を調べる.

1).  $(n_1=1, n_2=1)$  sector,  $(V - (N \oplus H))$  系.

物理的  $V$  粒子 ( $V_I$ ) の状態を  $\psi$  とすると

$$\psi = \{ \varphi_{100}, \varphi_{011} \} = \left\{ \underset{\substack{\uparrow \\ V}}{g(p)}, \underset{\substack{\uparrow \\ N}}{f(p-k, k)} \underset{\substack{\uparrow \\ H}}{\oplus} \right\}.$$

$g, f$  は次のように定まる

$$f(p-k, k) = \varphi_V(p, k) g(p),$$

$$\varphi_V(p, k) = \lambda F^*(p, k) \{ W_V(p) - W_{\oplus}(k) - W_N(p-k) \}^{-1},$$

ただし  $W_V(p)$  は次式を満足するものとする。

$$W_V(p) = w_V(p) + \lambda^2 \int dk |F(p, k)|^2 \{W_V(p) - w_{\oplus}(k) - w_{\oplus}(p-k)\}^{-1}.$$

この関数は  $w_V(p)$  が §2 で定められずとも広く任意の関数であるときにも用いられるが  $W_V(p)$  は複素数となる。

よく  $Galilei$  不変のときには, [6]

$$\varphi_V(p-k, k) = \hat{\varphi}_V(\xi) = \lambda \hat{F}^*(\xi) (\sigma - \xi^2/2\mu_1)^{-1},$$

ただし  $\sigma$  は次の方程式の根である, ( $\sigma < 0$  の根が1つ)

$$\sigma - \sigma_1 = \lambda^2 \int d\xi |\hat{F}(\xi)|^2 \{\sigma - \xi^2/2\mu_1\}^{-1}, \quad (1/\mu_1 = 1/m_{\oplus} + 1/m_N)$$

以上により物理的1粒子状態を真空から作る演算子  $V_i^*(p)$

$$\text{は } V_i^*(p) = Z(p)^{\frac{1}{2}} \{V_i^*(p) + \int dk \varphi_V(p-k, k) N^*(p-k) \oplus^*(k)\}$$

$$Z(p) = \{1 + \int dk |\varphi_V(p-k, k)|^2\}^{-1} < 1.$$

(なお  $Galilei$  不変のとき  $Z(p)$  は  $p$  に依存しない。)

また, 次式は §4 以降重要である。

$$[H, V_i^*(p)] = W_V(p) V_i^*(p)$$

$$+ \lambda Z(p)^{\frac{1}{2}} \int dp' dk \varphi_V(p-k, k) F(p', p'-p+k) \times \\ \times V^*(p') \oplus^*(k) \oplus(p'-p+k)$$

$$+ \lambda Z(p)^{\frac{1}{2}} \int dp' dk \varphi_V(p-k, k) F(p', k) \times \\ \times V^*(p') N^*(p-k) N(p'-k).$$

2). ( $n_1=1, n_2=2$ ) sector,  $((V \oplus) - (N \oplus \oplus))$  系.

この sector における束縛状態重: B 状態(粒子) と呼ぶ.

$$\begin{aligned} \Xi &= \{ \varphi_{101}(p, k), \varphi_{012}(l, k_1, k_2) \} \\ &= \{ \underset{\substack{\uparrow \\ V}}{g}(p-k, k), \underset{\substack{\uparrow \\ N}}{f}(p-k_1-k_2, \underset{\substack{\uparrow \\ \oplus}}{k_1}, \underset{\substack{\uparrow \\ \oplus}}{k_2}) \} \end{aligned}$$

$f, g$  は次の連立方程式から求められる:

$$\begin{aligned} &\{Z - w_V(p-k) - w_{\oplus}(k)\} \cdot g(p-k, k) \\ &= \sqrt{2} \lambda \int dk' F(p-k, k') f(p-k-k', k, k'), \\ &\{Z - w_N(p-k_1-k_2) - w_{\oplus}(k_1) - w_{\oplus}(k_2)\} \cdot f(p-k_1-k_2, k_1, k_2) \\ &= \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \{ F^*(p-k_1, k_2) g(p-k_1, k_1) + F^*(p-k_2, k_1) g(p-k_2, k_2) \} \end{aligned}$$

ここで  $p$  を定めると  $Z$  は固有値となり, 束縛状態 B の 1 粒子エネルギー・スペクトル  $W_B(p)$  を与える.

上の連立方程式から次のような  $g$  についての方程式が導かれる.

$$\begin{aligned} &\{Z - w_V(p-k) - w_{\oplus}(k) - \lambda^2 \int \frac{dk' |F(p-k, k')|^2}{Z - w_N(p-k-k') - w_{\oplus}(k) - w_{\oplus}(k')}\} g(p-k, k) \\ &= \lambda^2 \int \frac{dk' F(p-k, k') F^*(p-k', k) g(p-k', k')}{Z - w_N(p-k-k') - w_{\oplus}(k) - w_{\oplus}(k')} \end{aligned}$$

これはまた変形すれば,

$$\psi(k; p, Z, \lambda) = \int H(k, k'; p, Z, \lambda) \psi(k'; p, Z, \lambda) dk', \quad (1)$$

ただし,

$$\psi \equiv \sqrt{p(k; \dots)} g(p-k, k),$$

$$H(k, k'; \dots) \equiv \frac{\lambda^2 F(p-k, k') F^*(p-k', k)}{\sqrt{p(k; \dots)} \{-z + w_N + w_{\oplus} + w_{\ominus}\} \sqrt{p(k'; \dots)}},$$

$$p(k; p, z, \lambda) \equiv -z + w_V + w_{\oplus} + \lambda^2 \int dk' |F(\dots)|^2 \{z - w_N - w_{\oplus} - w_{\ominus}\}^{-1}.$$

$$\text{ここで } \int dk dk' |H(k, k'; \dots)|^2 < \infty \quad (z < w_V(p))$$

から (1) は Hilbert-Schmidt 形の積分方程式である。(1) の解は束縛状態至の“波動関数”  $g, f$  を決定する。ここでは簡潔さのためにとくに Galilei 不変の場合と詳しく検討してみた。 $\chi$  の結果  $\hat{F}(g)$  が連続かつ  $\hat{F}(0) \neq 0$  であれば, (勿論条件 [2-A] のもとで) 次のことが導かれる。(計算は省略)

i)  $d=1, 2$  のとき, 任意の  $\lambda$  に対して少なくとも 1 つの束縛状態が存在する。

ii)  $d=3$  のとき, 十分大きい  $|\lambda|$  に対して少なくとも 1 つの束縛状態が存在する。

これらのとき,  $z = w_B(p)$  とおくと

$$w_B(p) - \frac{p^2}{2(m_V + m_{\oplus})} = U_B < 0$$

は  $p$  によらない定数である。

以上の考察を基礎として束縛状態 B に対処して次のような束縛粒子生成演算子を定義することが意味をもつ。(  $g, f$  は (1) の解から導かれるものとする ) :

$$B^*(p) = Z_B(p)^{-\frac{1}{2}} \left\{ \int dk V^*(p-k) \Theta^*(k) g(p-k, k) \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \int dk_1 dk_2 N^*(p-k_1-k_2) \Theta^*(k_1) \Theta^*(k_2) f(p-k_1-k_2, k_1, k_2) \right\} \\ B(p) = (B^*(p))^* \\ Z_B(p) = \left\{ \int dk |g(p-k, k)|^2 + \int dk_1 dk_2 |f(p-k_1-k_2, k_1, k_2)|^2 \right\}^{-1}.$$

なお次式は §4 の降重要である:

$$[H, B^*(p)] = W_B(p) B^*(p) \\ + \lambda \int d\bar{k} d\bar{p} V^*(\bar{p}) V^*(p-\bar{k}) N(\bar{p}-\bar{k}) F(\bar{p}, \bar{k}) g(p-\bar{k}, \bar{k}) \\ + \lambda/\sqrt{2} \int d\bar{p} d\bar{k} dk V^*(\bar{p}) \Theta^*(k) \Theta^*(p-\bar{k}-k) \Theta^*(\bar{p}-\bar{k}) F(\bar{p}, \bar{p}-\bar{k}) f(\bar{k}, k, p-\bar{k}-k) \\ + 1/2\lambda \int d\bar{p} dk d\bar{k} V^*(\bar{p}) \Theta^*(k) N^*(p-k-\bar{k}) N(\bar{p}-\bar{k}) F(\bar{p}, \bar{k}) f(p-k-\bar{k}, k, \bar{k})$$

3).  $(n_1=2, n_2=1)$  sector,  $((VN)-(NN\Theta))$  系

$V, N$  が boson のときは 2) と同様の結果が得られる。

fermion の場合には多少異なる。ここでは与えなない。

§4. 物理的 1 粒子状態 (束縛状態を含む) に対する漸近場の存在. (§4 では証明の記述を省略し、詳細は別に発表の予定)

$\mathcal{Q} = \Theta, N, V, B$  などに対して次の極限の存在を示す。

$$s\text{-}\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \mathcal{Q}_t^\# \{f(t)\}, \\ \text{ただし, } \mathcal{Q}_t^\# \{f(t)\} = U(t) \mathcal{Q} \{f(t)\} U^\dagger(t), \quad U(t) = e^{iHt}, \quad f(t) = f(p) e^{-iEt}, \\ E(p) = W_\Theta(p), W_N(p), W_V(p), W_B(p) \text{ など.}$$

形式的計算によつて

$$\frac{d}{dt} Q_t^\# \{f(t)\} = i K_t [Q^\# \{f(t)\}], \quad K_t = U(t) K U^{-1}(t),$$

$$K [Q^\# \{f\}] = [H, Q^\# \{f\}] \mp Q^\# \{E f\},$$

複号  $\mp$  は  $Q^\# / Q$  に対応.

Lemma [6-L].  $F(p, k)$  が仮定 [2-A] をみたすならば,  
 $K [Q^\# \{f\}]$  は各  $(n_1, n_2)$  sector に作用する演算子として  
 有界である.

仮定 [7-A].  $F(p, k)$  および  $F(p, p-k)$  のそれぞれ  
 に対して次の条件をみたす関数  $f(k) \in \mathcal{S}$  および関数列  $\{\eta_n(k)\}$   
 ( $\tilde{\eta}_n \in L_1$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$ ,  $\tilde{\eta}_n$  は  $\eta_n$  の Fourier 変換) が存在する:

$$\|Ff - \sum_{n=0}^N c_n(p) \eta_n(k)\| \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty),$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \bar{c}_n d_n < \infty,$$

$$\text{ただし} \quad \bar{c}_n = \sup_p |c_n(p)|, \quad d_n = \int dx |\tilde{\eta}_n(x)|, \quad Ff = Ff.$$

Lemma [8-L].  $F(p, k)$  が Galilei 不変 [1-D] であつて,  
 仮定 [2-A], [7-A] をみたすものとする.  $f \in \mathcal{S}$  の  
 とき十分大きな  $|t|$  に対して

$$\|K [Q^\# \{f(t)\}]\| \leq \text{const. } |t|^{-\frac{d}{2}} \quad d=1, 2, 3.$$

定理 [9-T],  $d=3$  のとき Lemma [8-L] の条件の  
もとで  $\varphi \in D(H_0) \cap \mathcal{F}(\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2)$  ( $\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2$  任意) に対して

$$\begin{aligned}\mathcal{Q}_\pm^\# \{f\} \varphi &= \mathcal{Q}_\pm^\# \{f\} \varphi + i \int_0^{\pm\infty} dt K_t [\mathcal{Q}_\pm^\# \{f(t)\}] \varphi \\ &= s\text{-}\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \mathcal{Q}_t^\# \{f(t)\} \varphi\end{aligned}$$

が存在する。また同じ  $\varphi$  に対して  $f \in L^2$  のとき

$$\mathcal{Q}_\pm^\# \{f\} \varphi = s\text{-}\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \mathcal{Q}_t^\# \{f(t)\} \varphi$$

が存在し、各  $(\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2)$  sector で有界である。

## §5. 交換関係と全系のエネルギー・スペクトル.

本節の定理中 [9-T], [10-T], [12-T] の証明は左と之  
は [4], [5] と類似の方法で之らやる。[11-T] につ  
いてはここでは記述を省略するが別の場所以に詳細を記す。

定理 [9-T],  $f \in L^2$ ,  $\varphi \in \mathcal{F}(\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2)$ ,  $\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2$  任意  
のとき,

$$\mathcal{Q}_\pm^\# \{f\} \varphi = s\text{-}\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \mathcal{Q}_t^\# \{f(t)\} \varphi$$

が存在するならば

$$e^{itH} \mathcal{Q}_\pm^\# \{f(t)\} e^{-itH} \varphi = \mathcal{Q}_\pm^\# \{f\} \varphi.$$

(注意) 一粒子エネルギーのスペクトルは  $f(t) = f(p) e^{-iE(p)t}$   
という形であらわに出ている。  $E(p)$  が自由一粒子と物理的  
一粒子とで一致する場合に、この定理はいわゆる inter-

twining property 存在ものに帰着する。

定理 [10-T],  $H$  の固有値, "固有関数"  $\{E_j\}$ ,  
 $\{\varphi_j\}$ ,  
 $H\varphi_j = E_j \varphi_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, m$ ,

ただし  $E_0 = 0$  で  $\varphi_0 \in \mathcal{F}(0,0)$  は "真空", とする。

このとき  $\mathcal{Q}_{\pm}\{f\}\varphi_j = 0$   $j = 0, 1, \dots, m$ .

定理 [11-T],  $d=3$  とし 定理 [9-T] と同じ  
 条件のもとで,

$$[\mathcal{Q}_{\pm}\{h\}, \mathcal{Q}_{\pm}^*\{k\}]\varphi = (h, k)\varphi,$$

$$[\mathcal{Q}_{\pm}\{h\}, \mathcal{Q}_{\pm}'\{k\}]\varphi = [\mathcal{Q}_{\pm}^*\{h\}, \mathcal{Q}_{\pm}'^*\{k\}]\varphi = 0,$$

$$h, k \in L^2, \quad \varphi \in \mathcal{F}(n_1, n_2), \quad n_1, n_2 \text{ 任意.}$$

ここに  $[\quad, \quad]$  は交換関係 (fermion 間の場合には反交換関係),  $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}'$  の場合も含む。

定理 [12-T], Fock 空間  $\mathcal{F}$  の次のような 2通りの  
 分解が可能である。

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\pm} \otimes \mathcal{F}_{\pm}', \quad \mathcal{F}_{\pm} = \prod_{j=0}^m \mathcal{F}_{\pm j},$$

$\mathcal{F}_{\pm j}$  は  $\varphi_j$  を "真空" とする 漸近場  $\mathcal{Q}_{\pm}^*$  の Fock 表示,

$$\mathcal{Q}_{\pm}\{f\}(\prod_{j=0}^m \mathcal{F}_{\pm j}) \otimes \mathcal{F}_{\pm}' = 0. \quad \text{このとき } H \text{ の スペクトル}$$

トルは  $\mathcal{P}_{\pm j}$  では 物理的一粒子状態のスペクトルの重ね合わせであり,  $\mathcal{P}_{\pm}'$  では或る連続スペクトルとなっている。

(注意) 一粒子状態に対するエネルギー・スペクトルの差, および, 束縛状態 (B など) の存在によって,  $\mathcal{P}$  における  $H_0$  のスペクトルと  $\mathcal{P}_{\pm j}$  における  $H$  のスペクトルの構造は一致しない。

### 文 献

- [1] 天とえば Lehmann, H et al; Nuovo Ciment 1 (1955) 205.
- [2] Haag, R; Phys. Rev. 112 (1958), 669 その他.
- [3] Ruelle, D; Helv. Phys. Acta 35 (1962), 147.
- [4] 天とえば Kato, Y., Mugibayashi, N; Prog. Theor. Phys 30 (1963) 103, 45 (1971) 628.
- [5] Höegh-Krohn, R; J. Math. Phys. 10 (1969) 639 など.
- [6] Schrader, R; Commun. Math. Phys. 10 (1968) 155.
- [7] Eckmann, J.-P.; Commun. Math. Phys. 18 (1970) 247.
- [8] Kato, T.; Perturbation theory for linear operators, Berlin, Heidelberg, New York, Springer 1966.