

統計教育における動画の効果的な利用

Effective Use of Animated Teaching Materials for Beginner-level University Statistics Classes

下関市立大学 経済学部 大内 俊二

Shunji Ouchi

Faculty of Economics

Shimonoseki City University

東邦大学 理学部（訪問教授） 高遠 節夫

Setsuo Takato

Faculty of Science

Toho University

1 はじめに

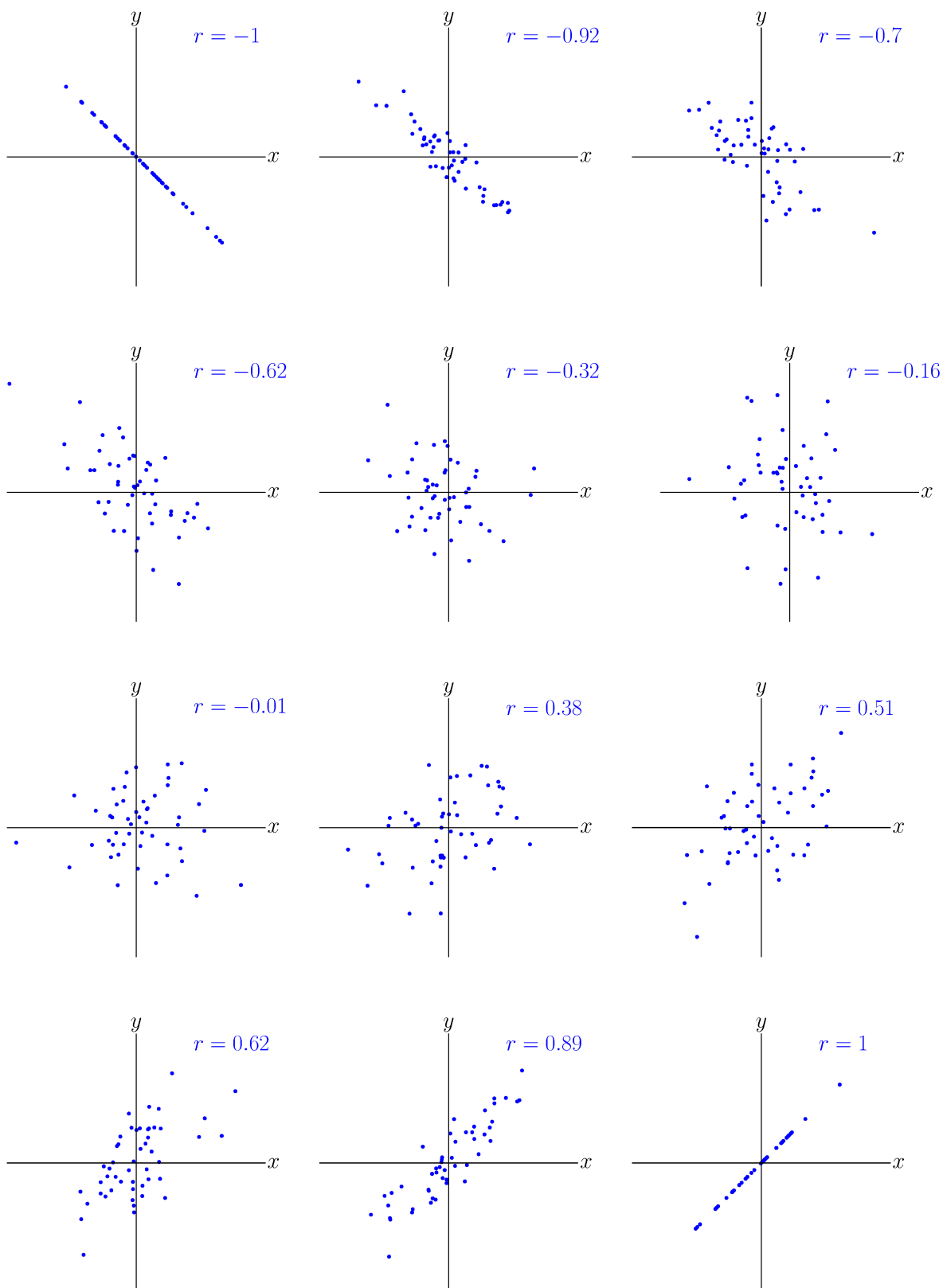
初学者にとって分かりにくい統計学の概念を理解したり、統計学の対象とする偶然現象を視覚化する上で、動画は効果的な教材であると考えます。K_εTpic は、数式処理ソフト (CAS) の計算機能やプログラム機能を生かしつつ、L^AT_EX 文書中に正確で表現力豊かな図を簡単に挿入することを可能にしたマクロパッケージであり、次のような特徴をもつ。(1) K_εTpic で作成した線画は正確さと美しさにおいて秀逸を極める。(2) スタイルファイル ketlayer を用いると、L^AT_EX 文書上に一時的にグリッドを表示させることにより、文書上での正確な位置を確認しながら文章や図・記号のレイアウトを思いのままにできる。(3) スタイルファイル ketslide を用いると、PDF 形式のスライドを手軽に作成することができる。本稿では、このような K_εTpic の機能を活用して作成した、大学初年級の統計教育のためのパラパラ漫画式の動画教材を紹介する。

2 相関係数の値と対応する散布図

第一著者は、高校までの数学の理解が不十分な学生に対しては、統計的な考え方の理解に集中してもらうため、相関係数 r が $-1 \leq r \leq 1$ の範囲の値をとることの証明を授業で行うことはしていない。そのせいもあってか試験などで相関係数の値を計算させると、計算結果がこの範囲に入らない値になっても、何の疑問も持たない学生がしばしば見受けられる。

相関係数のとり得る正確な範囲を、知識として学生に定着させる目的で、相関係数の値が -1 から 1 に変化するにつれて、散布図がどのように変化して行くかを動的に示す教材を作成した。ここでは動画の元となる 1 コマごとの静止画の一部を以下に示す。実際の授業では、これらをコマ送りし動画として学生に提示する。この教材によって、

相関係数が2変量データを散布図に表したときの“直線的な関係”を見る量であることをより印象づけることも可能であると考え。



3 信頼区間における信頼係数の意味

区間推定における信頼係数の意味を理解することは、初学者のみだけではなく統計学を専門としない教員にとっても簡単なことではないと思われる。次式は、母平均 μ に対する信頼係数 95 % の信頼区間を説明する際に現れる誤差の確率的な限界を示す式である。

$$P\left(\bar{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.95 \quad (1)$$

式 (1) において、 μ は未知の母平均で固定されており、確率的に変動するのは区間

$$I = \left(\bar{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad (2)$$

である。すなわち式 (1) は、

(*) 「 μ が真の値のときに (2) の形の区間を何度も作ると、作られた区間のうち 95 % が μ の値を含んでいる」

と解釈される。ここで、簡単のために $\sigma = 10$, $n = 100$ の場合を考える。このとき (2) は

$$I = (\bar{X} - 1.96, \bar{X} + 1.96) \quad (3)$$

となる。今、1 回の観測によって $\bar{X}$ の実現値 170.5 が得られたとする。このとき、(3) は

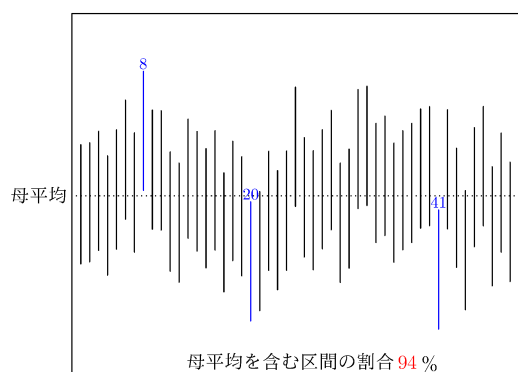
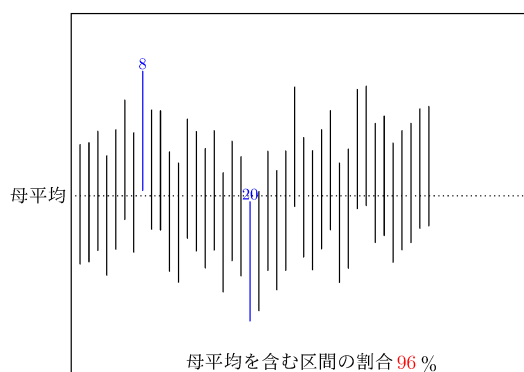
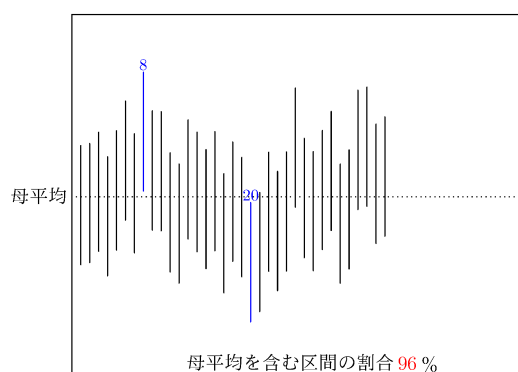
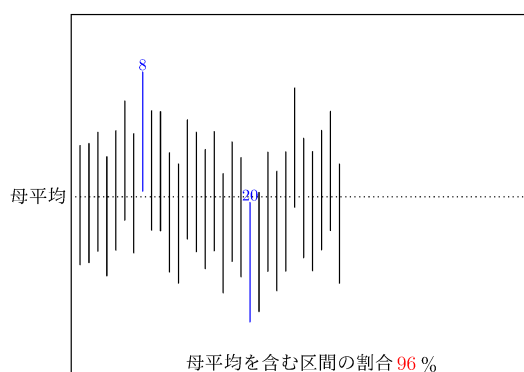
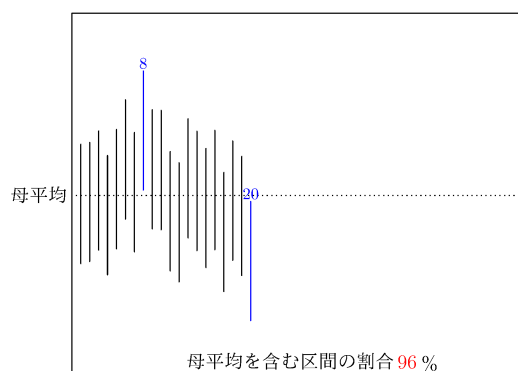
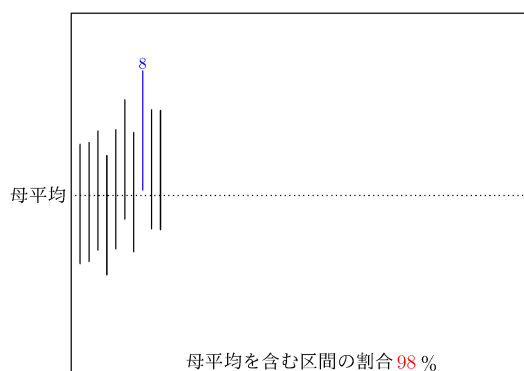
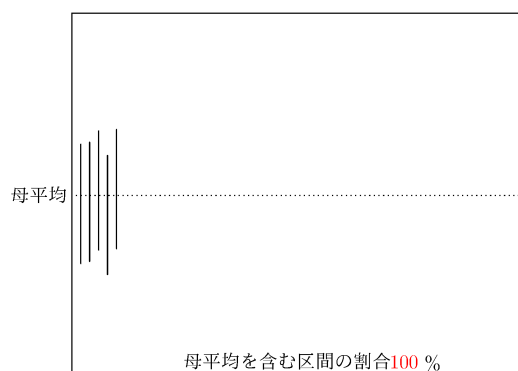
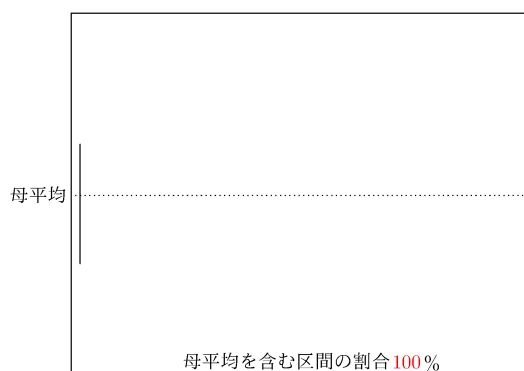
$$I = (168.54, 172.46) \quad (4)$$

となる。区間 (4) は、たった 1 回の観測による標本から作られた特定の区間ではあるが、(1) 式の解釈 (*) から、真の母平均 μ をほぼ確実に含んでいることが保障される。この確実さを信頼係数という言葉で表している。信頼係数とは、特定の区間が μ を含んでいることの確からしさの尺度あり、多数回の繰り返しの中での比率ではない。

今回作成した教材は、上記の (1) 式の解釈 (*) を数値実験で説明するもので、次のようなものである。

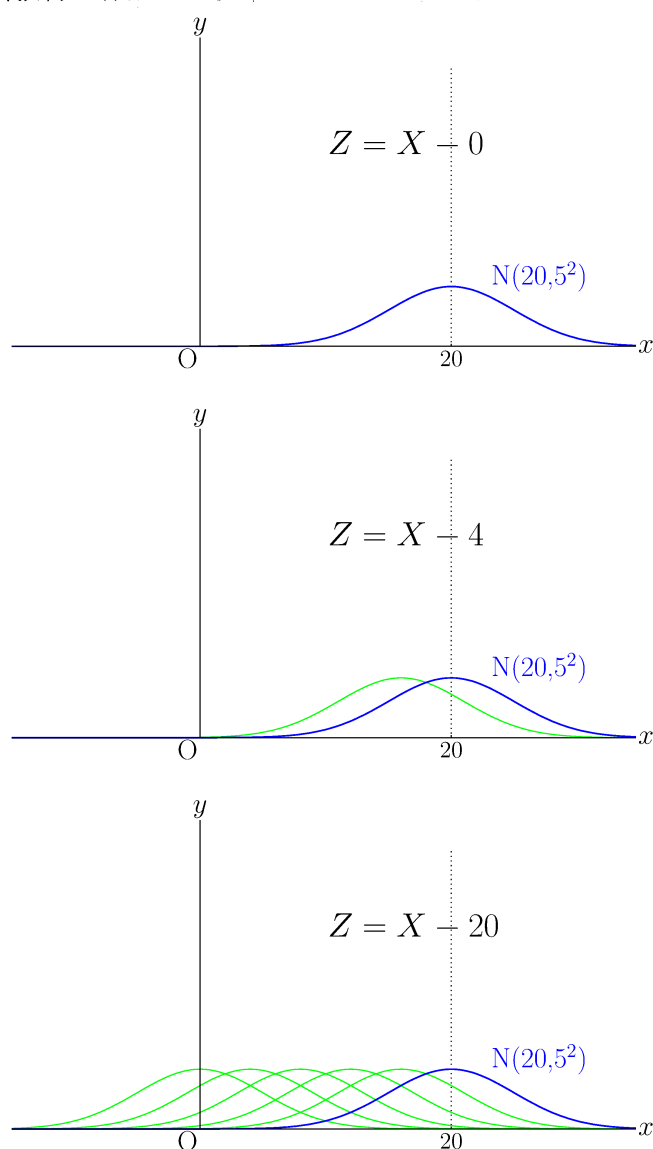
- i. 大きさ 25 の正規乱数を発生させ、信頼係数 95 % の信頼区間 (2) を作る。
- ii. 作った区間を描画する。描画と同時に、その区間が真の母平均を含む割合を計算し、同じ画面に表示する。
- iii. i と ii を 50 回繰り返し、50 個の区間とその区間が母平均を含む割合を順次表示してゆく。

初学者にとって、式 (1) を数学的に導出しただけでは、式 (1) を (*) のように解釈することは難しい。この教材はそのあたりの理解を援助する上で有効であると考えられる。実際の授業では 50 枚の静止画をコマ送りするが、ここではその内の 8 枚の静止画を以下に示す。

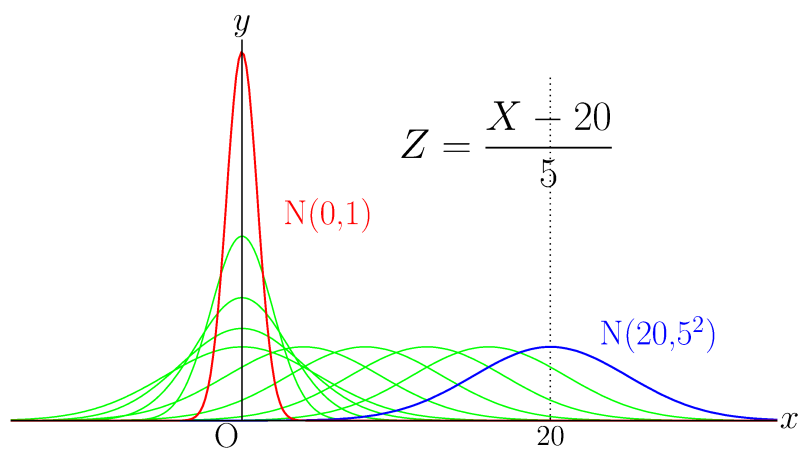
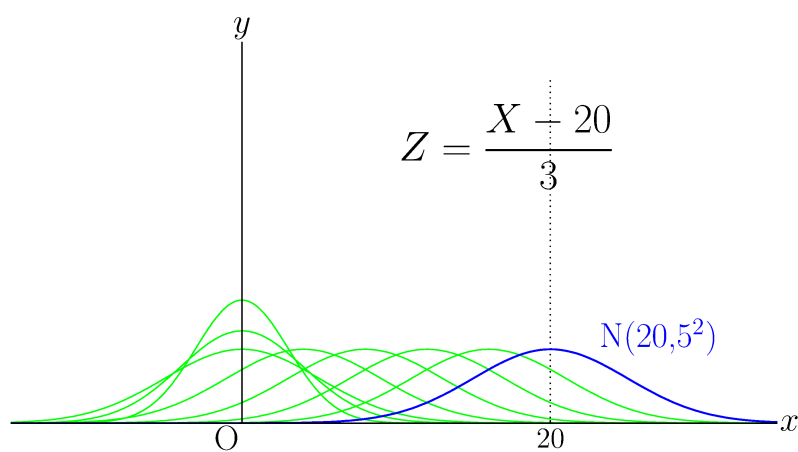
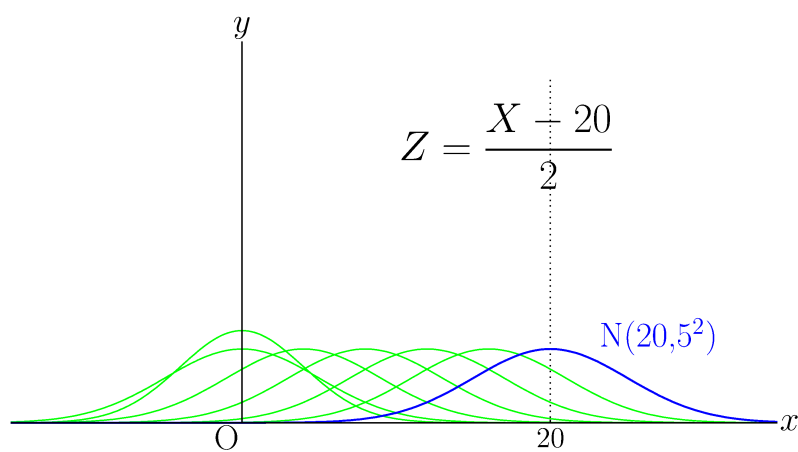


4 標準化の意味

データの標準化については、学生に実際にデータを標準化する計算を行わせ、標準化されたデータの平均や標準偏差を計算させることによって、「どんなデータでも標準化によって、平均が0，標準偏差が1のデータに変換できる」ということを認識させることはそれほど難しいことではない。一方、確率変数の標準化 $Z = \frac{X - \text{平均}}{\text{標準偏差}}$ については、置換積分の知識を有しない学生にとって、その意味が捉えにくく、何をやっているのか分からないという声をよく聞く。そこで標準化の式において、「分子（位置変換）は、分布の平均が0となるような平行移動を行うこと」、また「標準偏差で割る（尺度変換）」ということは、元の分布の標準偏差をグラフの横軸の単位長として密度関数のグラフを書き換えること」になっている、ということを正規分布の密度関数のグラフを例に視覚的に示す動画教材を作成した。まず平行移動のコマの一部を示す。



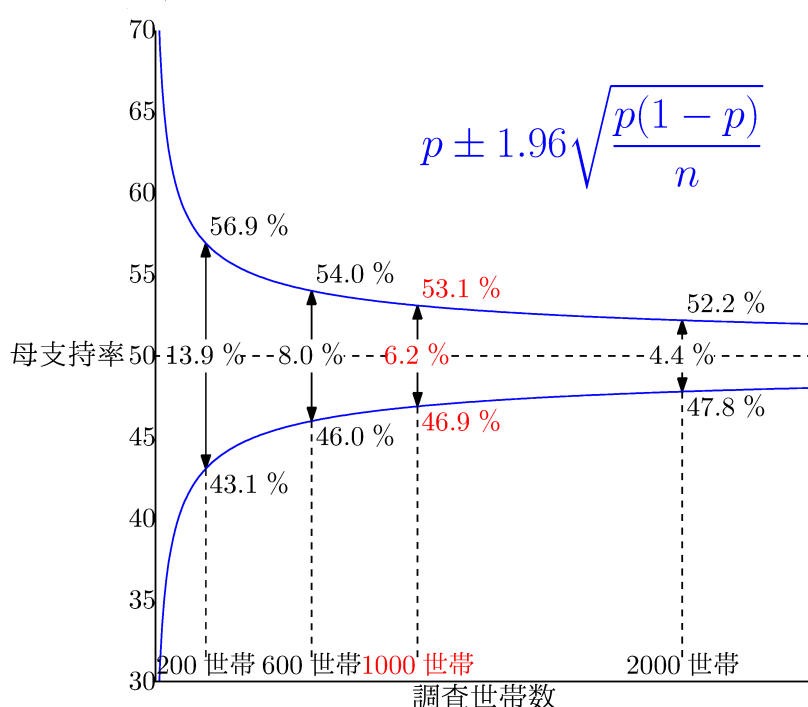
次に尺度変換のコマの一部を示す。



5 内閣支持率と標本誤差

2012年12月28日に掲載された新聞4社による世論調査結果（右表）によると、安倍内閣の支持率は52％から65％と13ポイントの開きがある。このような開き（誤差）は、標本誤差と非標本誤差に分けられる。前者は、母集団の一部（標本）しか得られないことによって生ずる、母集団と標本それぞれの特性値のずれであり、標本調査の結果には標本誤差が含まれるという認識を学生に持たせることは重要なことである。このような意味で、標本の大きさと標本誤差の関係を示す下記のようなグラフ（母支持率 p が50％の場合の例）は重要と考える。

新聞社	支持率%	有効回答数
毎日	52	856
朝日	59	990
日経	62	872
読売	65	1039
範囲	13	



入門レベルの統計学の授業では非標本誤差を考慮した統計手法の説明を行う余裕はないが、ちなみに非標本誤差の要因としては次のようなものが考えられる。

- 安倍内閣の経済・外交政策に好意的なメディアは高く、批判的なメディアは支持率が低く出る傾向がある。
- 毎日新聞には、内閣への支持・不支持を聞く場合、「支持する」「支持しない」に加えて「関心がない」という選択肢があるため、その分だけ支持率が低くなる。
- 「支持する」か「支持しないか」の質問にはっきり答えず、考え込んでいる対象者に、「強いて選ぶとすれば」や「気持ちに近い方は」と問いかけて、どちらかを選ぶように促す、重ね聞きをすることによる影響が考えられる。

6 今後の課題

1. 作成した動画教材を用いた実験授業を実施し、その効果を客観的に確かめる。
2. これから作ってみたい動画教材内容
 - 母集団からの無作為抽出実験を視覚化する
 - 標本分布の意味を説明する
 - 回帰直線の信頼域を示す
 - 外れ値が相関係数に与える影響を視覚化する

など

7 謝辞

本研究は、科学研究費補助金基盤研究 C(課題番号 24501075) の補助を受けています。

参考文献

- [1] 前田善文・高遠節夫, KpTpic による増減表の作成について—増減表の自動作成—, 日本数学教育学会誌, 第 94 巻 臨時増刊, p.646, 2012.
- [2] Masataka Kaneko and Setsuo Takato, The Effective Use of LaTeX Drawing in Linear Algebra- Utilization of Graphics Drawn with KpTpic , The Electronic Journal of Mathematics and Technology, Vol. 5, No. 2, 2011.
- [3] S.Ouchi and S.Takato, High-Quality Statistical Plots in LaTeX for Mathematics Education Using an R-based Ktpic Plug-In, Proceeding of the 15th ATCM Conference-Kuala Lumpur, pp.265-275, 2010.12.