

建部賢弘『綴術算経』における数学思想

東京大学大学院総合文化研究科 野中 雄一

1. はじめに

『綴術算経』は 1722（享保 7）年、建部賢弘（1664～1739）によって書かれた。本書は建部の発見した術や数だけを述べただけでなく、「綴術」という方法論を述べた書であり、和算家が数学に対して取り組むべき態度を示しているものである。また本書に対しての和算史上の独創性という点における評価は高い。¹にもかかわらず、綴術とは何かということを研究したものはほとんどない。綴術についての記述を探てみると、まず『明治前日本数学史 第二巻』では「賢弘のいふ綴術とは、1,2,3,4, … の場合から、総合歸納して、一般の場合の法則を採求する方法を意味すると考へられる。」²と書かれている。また下平和夫氏は「建部賢弘の言う綴術とは一種の数学的帰納法のことである。」³と言う。平山諦氏は『綴術算経』について「約 24 の例題を藉りて、数学帰納法を説いたものである。」⁴と述べている。これらを見てみると、建部の言う「綴術」とは帰納法であるという見解で一致はしている。しかし、これらがどのような帰納法であるかは具体的に述べられていない。建部が打ち出した「綴術」が、方法論を示したものとして評価されるのであれば、その「綴術」という方法論がどのようなものか明確にしようというのが本発表の目的である。

2. 『綴術算経』の検討

吉宗に献上されたといわれる『綴術算経』は現在国会公文書館内閣文庫⁵にあるもので他に写本はない。以後この書を「内閣本」と呼ぶことにする。そして、元は南葵文庫で、現在は東京大学に収められている『不休建部先生綴術』を以下「東大本」と呼ぶことにする。また、東北大学附属図書館の狩野文庫にある『綴術算経』を以下「狩野本」と呼ぶことにする。

¹ たとえば、日本学士院編『明治前日本数学史 第二巻』（岩波書店、1956）、289 頁には「数学研究の一つの歸納的方法論を述べたもので、和算史上特異の存在である。」とある。また加藤平左エ門氏は「享保七年（1722）に著した不休綴術は、数学の研究法推理法を説いた和算にまれに見る書物で、現今の学徒がこれを読んでも大に役に立つものである。（中略）本書は問題を解いたり、級数の展開法を説くことよりも、そのよって来るゆえんを明かにすることを本旨としている。和算書中まったく類例を見ない有益な書物である。」（『日本数学史下』（槇書店、1968）、3 頁）さらに村田全氏は「もし和算の歴史の中で、問題を論ずるに当たっての方法論と呼ぶべきものがあるとすれば、この一書を措いて他に求めるすべはない」（『日本の数学 西洋の数学』（中央公論、1981）、133 頁）と述べている。

² 日本学士院編『明治前日本数学史 第二巻』（岩波書店、1956）、288 頁。

³ 下平和夫著『数学書を中心とした和算の歴史（上）』（富士短期大学出版部、1970）、228 頁。

⁴ 平山諦『和算の歴史—その本質と発見—』（ちくま書房、2007）、63 頁。

⁵ 『綴術算経』は将軍の「御文庫」である紅葉山文庫から浅草文庫にうつり、現在は内閣文庫に保管されている。

中身に入る前に、一般的な数学的帰納法に対して、ここでは、「素朴な数学的帰納法」を導入しよう。すなわち一般的な数学的帰納法とは、命題 $P(n)$ に対して、(i) $P(1)$ が真、(ii) 任意の i について $P(i)$ が真ならば $P(i+1)$ も真である、これら (i) (ii) が示されたならば、 $P(n)$ が真であるというものである。「素朴な数学的帰納法」とは、命題 $P(n)$ に対して、 $P(1)$ が真、 $P(2)$ が真、 $P(3)$ が真、以下同様にして $P(n)$ も真という型の論法であるとする。

これをふまえた上で、綴術の分類を試みると、次の四つに分けることができる。

- ① 碎抹^{さいはつ}して真数を得て、法則・術を発見する。
- ② 数値群から法則・術・数を得る。(素朴な数学的帰納法)
- ③ 術理を極めて術理を得る。
- ④ 術理を極めて計算速度を速くする

各本の章と、それらがどの綴術に分けられるか表にしめた。

内閣本(『綴術算経』)	狩野本(『綴術算経』)	東大本(『不休建部先生綴術』)
法則を探る 四條	序文	序文
一. 乗除の法を探る ①	一. 因乗帰除の法を探る ①	一. 因乘法則を探る ①
二. 立元の法を探る ③	二. 重互換の術理を探る ③	二. 帰除法則を探る ①
三. 約分の法を探る ①	三. 開平方の数を探る ④	三. 重互換の術理を探る ③
四. 招差の法を探る ②	四. 立元の術理を探る ③	五. 開平方の数を探る ④
術理を探る 四條	五. 薬種方を為すの術を探る ②	六. 立元の法則を探る ③
五. 職工重互換術を探る ③	六. 四角垛の術を探るに就て累歳招差の法を採會す ②	七. 薬種方を為すの術を探る ②
六. 直堡極積を求る術を探る ③	八. 算脱の法を探る ①	七. 四角垛の術を探るに就て累歳招差の法を採會す ②
七. 算脱の術を探る ①	九. 圓数を探る ③	八. 球面積を求める術を探る ①
八. 球面積を求る術を探る ①	十. 弧数を探る ②	九. 算脱の法を探る ①
員数を探る 四條		十. 圓数を探る ③
九. 碎抹 ^{さいはつ} の数を探る ⁶		十一. 弧数を探る ②
十. 開平方の数を探る ④		十二. 碎抹の術理を探る
十一. 圓数を探る ③		(自質説)
十二. 弧数を探る ②		附録
自質説 一條		
附録		

次節では、それぞれ四つの綴術について、例に挙げて簡単に説明したい。

2-1. ①碎抹^{さいはつ}して真数を得て、法則・術を発見する

⁶ この章はどのように分割すれば円周に近似できるかを述べているが、本書での位置づけが難しく、また綴術という語も現れないため、何が綴術か明確にできないので空所とした。

ここでは内閣本第一章「乗除の法則を探る」(狩野本第一章・東大本第一章および第二章)、第三章「約分の法則を探る」(狩野本・東大本なし)、第八章「球面積を求る術を探る」(狩野本なし・東大本第八章)を見ていきたいと思う。まず内閣本第一章の前半にあたり、東大本の第一章である「因乘法則を探る」を詳しく見ることにする。

たとえば粟十二斛ある。一斛における銀の対価は二十七銭である。それに対する銀の対価はいくらであるか。

答えて言うには、三百二十四銭であると。⁷

粟 1 斛に対して銀 27 銭であるから粟 12 斛では 12×27 を計算することで 324 銭と答えればよいことはすぐ分かる。では掛け算が分からなかったらどうであろうか。建部はまず、一斛では 27 銭であるから、二斛では $27 + 27$ により 54 銭、三斛ではさらに 27 を足して 81 銭、四斛でもさらに 27 を足して 108 銭、と順々に足していけば 12 斛で 324 銭になると述べる。⁸このように、術や法を得ていないときに、一つずつ順に計算していくことを建部は「碎抹する」「碎き累ねる」と呼んでいる。その後で術を括ってみるのである。この場合、「1 から 9 までの単数に対して 1×1 から 9×9 まで全て 45 個ある合数を求めて積九数の法の言葉とする。これを暗唱して、粟 12 斛を置き、一斛の銀の値は 27 銭であるから、まず 10 を掛けて、 1×2 をして 200 銭になり、 1×7 をして 70 銭にいたる。次に、2 を掛けて、 2×2 をして 40 銭に、 2×7 をして 14 銭とするときは、一般に 324 銭を得る」⁹という。つまり積九数の法(九九)を暗唱して筆算によって答えを出せば良いとしている。(ただし、筆算の仕方についてははっきり書かれていない。)碎抹、つまり一から計算を積み重ねることで真数を得る、それをより簡単に計算できるような方法を発見する手順をしめしていると言える。

「帰除法則を探る」では、割り算の仕方を得ることが書かれている。これも「因乘法則」を得るのと同様、一から計算を繰り返して答えを得てから、より少ない計算で答えを得ることはできないかと考えるのである。そうすることで除法を発見するのだというものである。

「約分の法則を探る」では、ユークリッドの互除法を発見する手順を求めるものである。 $\frac{105}{168}$ について小さい数から、すなわち 2 から順に約分を試みて、割れるものを約法として採用する。(「約法」とはこの場合「法則」ではなく、単に「共通の分母」を意味する。)すると 3 と 7 と 21 が約法であることが分かるから、21 で約分して、 $\frac{5}{8}$ を得る。さてこのように

⁷ 東大本 3 丁表。内閣本では 2 丁表にあたる。狩野本にはない。

⁸ 東大本 3 丁表～3 丁裏。

⁹ 東大本 3 丁裏～4 丁表。

2 から逐一探っていった、つまり碎抹した後で括術を試みる。まず分母を分子で割る。すると余りが出るので、この余りで分子を割る。それら余りの約法を探ればよいということだ。解題本術として、168 を 105 で割ると 63 余る。そして 105 を 63 で割ると 42 余る。63 と 42 の約法を探ると 21 であるから、 $\frac{105}{168}$ の分子分母を 21 でわって、 $\frac{5}{8}$ となる。

「球面積を求る術を探る」では、直径 10.01 尺の球の体積から直径 10 尺の球の体積を引き厚さ 0.005 尺で割る、次に直径 10.0001 尺、直径 10.000001 尺の体積からそれぞれ直径 10 尺の体積を引いて、厚さで割るということを行う。厚さを徐々に小さくしていけば、つまり碎抹していけば、残った部分は球面積に近づいていくだろうというのである。それぞれ得られた値は順に 314.473529344 強、314.162406962 強、314.159296775 弱となって円周率が見える。さらに「損約術」¹⁰という加速法を用いれば 314.159265359 弱を得るので、より円周率の値に近づく。これを 100 で割ると、円周率であることを理解するのである。よって球面積は直径の二乗に円周率をかければ導けるということを得た。これまでは碎抹することによって計算方法を獲得するという綴術を見てきたが、ここでは碎抹することで一つの公式を導いているのである。

2-2. ②数値群から法則・術・数を得る（素朴な数学的帰納法）

この節では、内閣本にはない「薬種方を為すの術を探る」（狩野本第五章・東大本第六章）、内閣本第四章「招差の法を探る」（狩野本第六章・東大本第七章）、第十二章「弧数を探る」（狩野本第十章・東大本第十一章）を簡単にみていく。

「薬種方を為すの術を探る」は内閣本にはないものである。問題は 21 種類の薬から異なる 3 つの種類の薬を取り出す場合の数を求めるものである。総数を 3, 4, 5, … と多くしていき場合の数をそれぞれ求めていくと、「三角衰堞の積数」に合うことを発見する。

よって、帰納的に、問題の解は三角衰堞の積数 $(n+3)C_3 = \frac{n(n+3)+2}{6}$ であるという結論

に至るのである。（ただし実際には「三角衰堞の積数」ではなく「再乗衰堞の積数」に一致している。おそらく建部の誤りであろう。）これは素朴な数学的帰納法の例として一番簡単なものである。

「招差の法を探る」の章では、 $\sum_{k=1}^{19} k^2$ の値を求めている。 $S(n) = \sum_{k=1}^n k^2$ とすれば、建部は $S(1) \sim S(7)$ までの値を求め、それらの数列から新たな数列（たとえば階差数列）を取るなどして $S(n) = \frac{n(n+3)+1}{6}$ を導いている。 $n=1, 2, 3, \dots, 7$ で成り立つことが、それ以降も成り立つとして式を導いているため、これは素朴な数学的帰納法であるといえる。

¹⁰ 「損約術」に関しては小川東・佐藤健一・竹之内脩・森本光生著『建部賢弘の数学』（共立出版、2008）、87 頁～88 頁を参考にされたい。

「弧数を探る」は、弧長を求める問題である。半円に近いと真の数を得るのは難しいが、矢（弦から円に垂直におろした線文の長さ）を微小にして求めれば真数を得ることができるのだという。建部は矢を一忽にして弧を求めようとする。（一忽は一寸の 10^{-5} 倍である。）円弧に二つの弦、四つの弦、八つの弦と内接させていき、「累遍増約術」¹¹という近似加速法を用いて、半背^{はんはい}冪^{べき}の近似値を得る。「半背冪」とは、求める弧の長さを

s とするとき、 $\left(\frac{s}{2}\right)^2$ を意味する。ここで得た近似値について「零約術」¹²を用いて分数の和に直すことによって、連分数展開に成功したのである。つまり得られる式は、直径を d 、矢を c とすれば、

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 - cd = \frac{1^2}{3 \cdot 1} c^2 + \frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 2}{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 3} \frac{c^3}{d} + \frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2}{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2} \frac{c^4}{d^2} + \frac{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2}{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 5} \frac{c^5}{d^3} \cdots$$

となる。建部が求めたのは第6項目までだが、その後のそれぞれの項の分数の値を素朴な数学的帰納法によって次のように定めた。奇数番目 i の分子は、直前の項の分子の値に i^2 をかければよく、偶数番目 i の分子は、直前の項の分子の値に $2i^2$ をかけるのである。

そして分母は、やはり直前の項の分母に、奇数のときは、 $\frac{i^2}{(2i+1)(\frac{i+1}{2})}$ 、また、偶数のとき

は $\frac{i^2 \cdot 2}{(2i+1)(2i-1)}$ をかけるのである。

2-3. ③術理を極めて術理を得る

ここでは内閣本第二章「立元の法則を探る」（狩野本第四章・東大本第五章）、内閣本第六章「直堡極積を求る術を探る」（狩野本・東大本なし）、第十一章「圓数を探る」（狩野本第九章・東大本第十章）を簡単に説明したい。

「立元の法則を探る」では、算木を用いて未知数を求める方法を示すものである。長方形の縦と横の長さの和と面積を与えたとき、縦と横の長さを求める問題が与えられている。従来「四因積歩法」¹³というものがあつた。これは長方形の縦と横の長さの和と面積を与えられた問題にのみ適用できるもので、長方形以外の未知数をたてる問題ではほとんど適用できないものであつた。よって万能なる方法を手に入れられないかと考えてみると、算木による計算法の術理を吟味してみると、「立元の法則」を得ることができたのだと言う。これは、計算の道具を得る方法を獲得するものだが、実際には「立元の法則」の得た方法がはっきりしていない。

¹¹ 「累遍増約術」は内閣本第十一章「圓数を探る」で述べられているものである。詳しい数学の内容は前掲小川・佐藤・竹之内・森本著、106頁～113頁を参考にされたい。

¹² これは兄賢明が発見した術である。数学的内容は前掲小川・佐藤・竹之内・森本著、114頁～118頁を参考。

¹³ 「四因積歩法」については佐藤健一著『和算を楽しむ』

次に内閣本にしかない「直堡極積を求る術を探る」¹⁴についてであるが、これは極値を求める問題である。建部は立元の法則の原理によって術を得られることを主張しているが、どのように得たかは定かではなく、極値問題に対するアルゴリズムだけを与えている形になっている。この問題は建部のオリジナルなのであるが、綴術への結び付け方が強引である。狩野本・東大本でこの章が落とされているのも、そのような理由があったかもしれない。

「圓数を探る」では、「増約術」と言う加速法を何度も行えることを理解して、近似速度をさらに速くする方法「累遍増約術」を発見するものである。「既成の術を探ってさらに改良する」という綴術である。

2-4.④術理を極めて計算速度を速くする

この性格は内閣本第十章「開平方の数を探る」（狩野本第三章・東大本第四章）にあたるが、この章にのみ現れる性格である。

1166 の平方を求めよという問題である。我々は開平計算をして求めるであろう。この章ではこの問題のあといきなり解題本術となっている。本文から解き方をまとめると、まず答えは十の位の数と察して、まず 10 をおいて考えると $10^2=100$ だから 1166 よりも小さい。20、30 としてみるとそれぞれの二乗は 400、900 であるから 1166 よりも小さい。40 にしてみると 1600 で 1166 よりも大きくなってしまう。よって十の位の数は 3 であると決まる。1166 から 900 を引いた残り 266 から一の位を決める。現代の開平計算と同じように、十の位を 3 ときめたので $3+3=6$ であるから、 61×1 、 62×2 、 63×3 、 64×4 をそれぞれ計算すると 61、124、189、256 であるから 266 よりも小さい。 65×5 では 355 であるから大きくなる。ゆえに一の位は 4 となる。あまりは 10 であるが、同様にして小数点以下の数字も決めていくのだと建部はいう。現代われわれが筆算で行う開平計算と一緒にである。

まだ開平計算の方法を知って間もないときは、先のように十、二十、三十とあげていって、問題の値を超えるか超えないかで三十と決めるのである。しかし、だんだん技が熟していくと 1166 をみてすぐさま、まず十の位は 3 と分かるだろう、それより下位の数字も同様に技が熟せばすぐ決定できるというのである。このように技が熟して一度で正しい商を求めることができる、これが綴術の本旨であるという。小さい数から順次大きくしていくことは、碎抹することを意味している。①ではそれによって計算方法を発見するのであるが、こちらでは技が熟する、計算が速くなるという意味である。

2-2 綴術の本旨

以上綴術について四つの種類に分けて議論をしてきたわけだが、それらは建部にとっ

¹⁴ 「直堡極積を求る術を探る」の章については小川東「建部賢弘の極値計算について」数理解析研究所講究録 1019 (1997 年)、77 頁~79 頁を参考にされたい。

て一つの方法論を意味していた。それは次のように言える。

問題を碎抹し、詳細に吟味することによって法則・術・術理を発見すること

「碎抹」とは序文の通り「一件ニシテ」「二件ニシテ」というふうに、 $1, 2, 3, 4, \dots$ と探っていくことであるが、これが現代の数学における数列の $n=1, 2, 3, 4, \dots$ と解釈されてしまっていた可能性がある。それは素朴な数学的帰納法の形であり、綴術とは素朴な数学的帰納法であるという結論を出してしまうという落とし穴があるように思われる。この考え方は②のみに限られる。いわば、この $n=1, 2, 3, 4, \dots$ は順序としての数を扱っている。他の三つではそうではない。特に計算技術に注目すれば、 $1, 2, 3, 4, \dots$ と計算していったって適合する数を探ることを「碎抹」といつているのであるが、これは基数としての数を探っていることに注意が必要である。順序としての数と基数を同時に扱っているために、我々は混同してしまいがちである。「碎抹」とは、一つの場合、二つの場合、というように小さい方から考えて問題の数に達していく、また、小さいものから割っていく、また、球の表面積を求めたように、厚さを細かくしていく、さらには $n=1, 2, 3, \dots$ と有限個の数列の値を求めて一般の値を帰納するなど、問題を細かく吟味することを言っている。また「碎抹」は③にも対応する態度である。③において、術の理を詳細に吟味する態度はまさに「碎抹」することである。「碎抹」して細かく見ていくと、だんだん理の姿が見えてくる。それを探ってみることで法則・術・術理を発見することができる。それらの発見に加え④のように計算技術の向上を含めて考えれば、建部の考えていた「綴術」というものは、「数」に対してあらゆることが発見できる方法であったのである。

以上のように「綴術」を理解したが、この節の最後として『綴術算経』の目的を付記しておこう。『綴術算経』（内閣本）は12章で構成されているがその半分が後半の二章（「円数を探る」「弧数を探る」）を占める。それらは建部のオリジナルな発見であり、また関とは違ったアプローチ¹⁵で、素晴らしい術を得たことを示すものだという考え方があった。¹⁶自分のオリジナルな発見である以上、それを世に示したいのは当然であると思われる。しかし、これまでの見解から『綴術算経』にもう一つ目的を加えることができよう。それは和算家がどのように数学に対して取り組めばいいのかを建部なりに示すことにあったのではないか。「綴術」を身につけること、それが、建部が達した数学の営みであったのだと思われる。先行研究でもあげたように、数学方法論や精神が述べ

¹⁵ たとえば内閣本第八章「球面積を求る術を探る」において、賢弘は碎抹することで球面積をえるのであるが、関は、「探る」ことをせず、すぐに真法を得えられるように観察をし、道筋をたてよと言ったと書かれている。しっかり観察し、道筋をたてていない建部の方法は下等だというのだ。建部はそれに対し、観察して道筋が立てられるほど頭が良いわけではないので実験をかさねて、術理を見つけてから括術するのだといい、下等ではないと言っている。

¹⁶ 前掲小川・佐藤・竹之内・森本著 33 頁

られている書であるという評価はあったが、「綴術」そのものに対する研究がしっかりなされていなかったのである。『綴術算経』は「綴術」という基本的な数学に対する態度を説き、それによって累遍増約術や弧の長さの級数展開というオリジナルな成果を生み出したのだということを世に示したものであると結論することができよう。

2-3 綴術の本旨

以上綴術について四つの種類に分けて議論をしてきたわけだが、それらは建部にとって一つの方法論を意味していた。それは次のように言える。

問題を碎抹し、詳細に吟味することによって法則・術・術理を発見すること

「碎抹」とは序文の通り「一件ニシテ」「二件ニシテ」というふうに、 $1, 2, 3, 4, \dots$ と探っていくことであるが、これが現代の数学における数列の $n=1, 2, 3, 4, \dots$ と解釈されてしまっていた可能性がある。それは素朴な数学的帰納法の形であり、綴術とは素朴な数学的帰納法であるという結論を出してしまうという落とし穴があるように思われる。この考え方は②のみに限られる。いわば、この $n=1, 2, 3, 4, \dots$ は順序としての数を扱っている。他の三つではそうではない。特に計算技術に注目すれば、 $1, 2, 3, 4, \dots$ と計算していって適合する数を探ることを「碎抹」といつているのであるが、これは基数としての数を探っていることに注意が必要である。順序としての数と基数を同時に扱っているために、我々は混同してしまいがちである。「碎抹」とは、一つの場合、二つの場合、というように小さい方から考えて問題の数に達していく、また、小さいものから割っていく、また、球の表面積を求めたように、厚さを細かくしていく、さらには $n=1, 2, 3, \dots$ と有限個の数列の値を求めて一般の値を帰納するなど、問題を細かく吟味することを言っている。また「碎抹」は③にも対応する態度である。③において、術の理を詳細に吟味する態度はまさに「碎抹」することである。「碎抹」して細かく見ていくと、だんだん理の姿が見えてくる。それを探ってみることで法則・術・術理を発見することができる。それらの発見に加え④のように計算技術の向上を含めて考えれば、建部の考えていた「綴術」というものは、「数」に対してあらゆることが発見できる方法であったのである。

以上のように「綴術」を理解したが、この節の最後として『綴術算経』の目的を付記しておこう。『綴術算経』（内閣本）は12章で構成されているがその半分が後半の二章（「円数を探る」「弧数を探る」）を占める。それらは建部のオリジナルな発見であり、また関とは違ったアプローチ¹⁷で、素晴らしい術を得たことを示すものだという考え方

¹⁷ たとえば内閣本第八章「球面積を求る術を探る」において、賢弘は碎抹することで球面積をえるのであるが、関は、「探る」ことをせず、すぐに真法を得えられるように観察をし、道筋をたてよと言ったと書かれている。しっかり観察し、道筋をたてていない建部の方法は下等だとい

があった。¹⁸自分のオリジナルな発見である以上、それを世に示したいのは当然であると思われる。しかし、これまでの見解から『綴術算経』にもう一つ目的を加えることができよう。それは和算家がどのように数学に対して取り組めばいいのかを建部なりに示すことにあったのではないか。「綴術」を身につけること、それが、建部が達した数学の営みであったのだと思われる。先行研究でもあげたように、数学方法論や精神が述べられている書であるという評価はあったが、「綴術」そのものに対する研究がしっかりなされていなかったのである。『綴術算経』は「綴術」という基本的な数学に対する態度を説き、それによって累増約術や弧の長さの級数展開というオリジナルな成果を生み出したのだということを世に示したものであると結論することができよう。

4. 今後の課題

以上『綴術算経』の内容とその目的について簡単であるがまとめてきた。今後の課題としてあげられることは、建部が打ち出した「綴術」というものを後代の和算家がどのように継承していったかを見ることである。『綴術算経』以後、「綴術」の名のついた書名を五十音順にあげると、『観齋先生草稿綴術』（田為基）『算法綴術』（会田安明）、『算法綴術草』（松永良弼）、『新撰綴術』（坂部広胖）、『新綴術』（日下誠）、『新法綴術詳解』（丸山良玄）、『綴術解』（戸板保佑）、『綴術括法』（安島直円）、『綴術起源』（管野元健）、『綴術詳解』（藤田定資）『綴術捷法』（関谷為則）、『綴術新意』（谷松茂）、『綴術弁解』（小野良佐）、『平方綴術解』（大原利明）などとなる。特に、関流として江湖に知られた、建部の次の世代である松永良弼（1692 頃～1744）、戸板保佑（1708～1784）、さらに次の世代である安島直円（1732～1798）の著書は早急に調べる必要がある。特に安島直円が『綴術括法』で用いた方法は「円理二次綴術」と言われるが、これは二回綴術を用いるという意味であり、どのような方法であるかを建部の綴術を理解した上で再構成を試みるのが望まれる。また関流のライバルとして大きな勢力を持っていた最上流の会田安明（1747～1817）の著書を調べることで、関流からどのような影響があったかを調べるができる。

実際、綴術の意味の変遷について書かれたものが見当たらないことはない。例えば、『明治日本数学史 第二巻』には「綴術の語はわが國では建部賢弘が最初に用ひたものであるが、その意味はその後一般に用ひられたところより廣まつた。本書〔筆者注：松永良弼『算法綴術草』のことである〕で用ひる綴術の語は $\frac{1}{1-x}$ 、 $\sqrt{1-x}$ 等の級数展開を意味するものである。」¹⁹とある。しかし、なぜそう言うことができるのかははっきり

うのだ。建部はそれに対し、観察して道筋が立てられるほど頭が良いわけではないので実験をかさねて、術理を見つけてから括術するのだといい、下等ではないと言っている。

¹⁸ 前掲小川・佐藤・竹之内・森本著 33 頁

¹⁹ 日本学士院編『明治前日本数学史 第二巻』（岩波書店、1956）、540 頁

していない。また加藤平左エ門氏は『不休建部先生綴術』について「本書にいう綴術の意は、通常用いられている無限級数の展開法とは大いに趣を異にしており…」²⁰と言う。これらの言葉から、「綴術」が無限級数展開を意味する時代があったことが推測される。元来の綴術の意は建部にあるもので、先に述べたとおりであるが、これらの見解とはかなり異なっている。後世になって、綴術が一般的な方法論という意味から、無限級数展開の方法という意味へと変遷していったのではないかという推測を与える。実際、松永良弼『算法綴術草』や安島直円『綴術括法』などには、無限級数展開を中心に議論している書である。綴術の意がそのように変遷している可能性が大いにあるのである。

最後に、本研究では『綴術算経』の背景の部分がまだまだ欠けていることを付け加えておきたい。ここでは、理解しがたい古文書を読み建部の思想をかぎとったにとどまる。今後、和算家が影響を受けていたであろう儒学の思想を理解せねばなるまい。他にも江戸の天文学、技術発展、書物の形態、文化的背景などの面から和算を見つめ再構成する必要がある。そのような、数学に対してエクスターナルなアプローチも視野に入れながら、和算研究を進めていきたいと思う。

²⁰ 加藤平左エ門著『日本数学史下』（槇書店、1968）、3頁