

地震現象のモデル化

神戸大・自然科学 松崎 光弘
神戸大・理 高安 秀樹

Abstract

地震現象は極めて複雑な現象であり、そのメカニズムを記述することは簡単ではない。しかし一方で、地震現象には様々な自己相似性が見られる。これは、地震現象がフラクタル的観点から記述できる可能性を示すものである。

そこで、我々は単純な機械モデルを用いて地震現象に見られる自己相似性の説明を試みた。その結果、我々のモデルは地震現象に見られる種々の経験則をよく記述するものであるという結論に達した。

Introduction

地震現象のモデル化に関する研究はBurridge and Knopoff(1967)にさかのぼる。彼らは、単純なばねと箱からなる系で地震現象を記述しようとし、ある程度の結果を示した。一方、日本では大陸プレートと海洋プレートの境界における歪みエネルギーの解放を地震としてとらえる考えが提出された(竹内, 1968)。

その後、地震現象に関する動的な取り扱いは見られなくなったが、大塚(1972)の基石モデルなどに見られるように、この地震を静的なモデルで取り扱う試みはなされある程度の成功をおさめた。

動的なモデルの復活は計算機の能力の向上した80年代後半まで待たねばならない。高安・松崎(1988)は地震現象を、フラクタルの観点から考え、力学的な相転移現象を持つモデルで取り扱い、地殻が臨界状態にあることを示唆した。

同じ頃、伊東はBakらのいうSelf organized criticalityの考えを地震モデルに導入した。そして、いわゆる“砂山崩し”の2次元版ともいえるオートマトンモデルによって、地震現象に見られる種々の経験則が説明されうることを示した(伊東・松崎, 1990)。

また、Carlson and Langer(1989)は、Self organized criticalityの考え方を導入した1次元の断層モデルを提出し、これによっても地震の規模分布に見られるべき乗則が説明できることを示した。このモデルは慣性の効果を含んだものであるが中西(1990)では、さらに単純化されオートマトンモデルとして記述されている。

本論文では地震現象をコントロールパラメーターをもつ相転移現象としてとらえ、臨界点上の現象として実際の地震現象に見られる自己相似性を説明する。

地震現象に見られるフラクタル性

地震現象には多くの経験則が知られているがそれらの殆どはフラクタル的ないしは自己相似的という言葉で言い表わされうるものである。以下にその代表的なものを示す。

(1) Gutenberg-Richter則

マグニチュード m が M より大きい地震の頻度を $N(m \geq M)$ とすると

$$\log N(m \geq M) = a - bM \\ b \approx 1$$

が成り立つ。

ここでマグニチュードと地震エネルギーの関係としてよく用いられる

$$M \propto 2/3 \log E$$

を用いると

$$N(e \geq E) \propto E^{-2b/3}$$

が得られる。

(2) 震源の空間分布

震源間の距離 r が R より大きくなる確率を $P(r \leq R)$ とすると

$$P(r \leq R) \propto R^{-\alpha}$$

となる。

(3) 地震の発生時刻の分布

地震発生時刻の2点相関がべき分布を示す。

すなわち、ある時刻 t に地震が発生したとき時刻 $t+t'$ に地震が発生する確率を $c(t)c(t+t')$ とした場合その平均 $C(t)$ がべき乗則を示す。

$$C(t) = \langle c(t)c(t+t') \rangle \propto t'^{-\alpha}$$

また、地震の時間分布に関する最もポピュラーな経験則としては余震について知られている大森公式があげられる。これは本震の後の余震の発生頻度が時間の -1 乗で減衰するというものである。

Model

本研究で取り扱う地震モデルは単純な振動子系からなる2次元Stick-slip modelである。このモデルは図1の様に、大陸プレートと海洋プレートの境界部を2次元正方格子点上に配列した箱とばねで表す。これらの箱(振動子)は大陸プレート側とは板ばねでつながれており、海洋プレート側とは摩擦によって接している。海洋プレートが沈みこんでいくと摩擦によって箱はひきずられ歪みエネルギーが蓄積される。各振動子にかかる歪みエネルギーが海洋プレートとの静摩擦の限界を越えればその振動子は元の地点まで滑り、自分のもっていた歪みエネルギーを最近接の4つの振動子に、お互いをつなぐばねの強さに応じて分配する。その結果、隣の振動子にかかる歪みエネルギーが静摩擦の限界を越えればその振動子も滑りを起こし破壊が伝播する。ここで、最初に滑りを起こした振動子の位置が地震の震源に、滑りを起こした振動子の滑った距離の和が地震のモーメントにあたる。また、滑りを起こした振動子が作るクラスターのサイズは地震の断層面積に対応する。

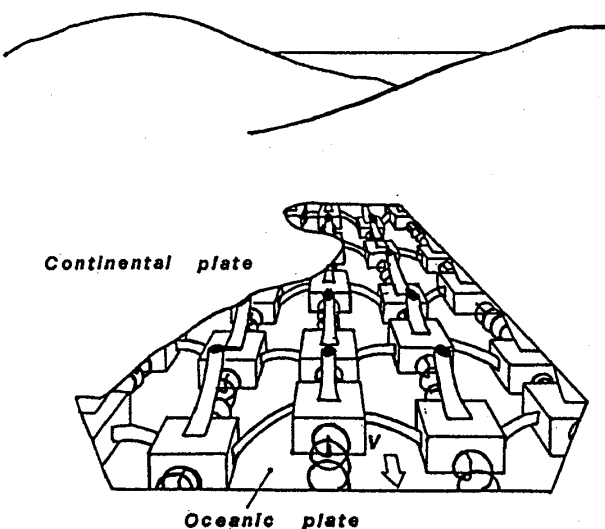


図1 モデルの概念図

大陸プレートの下に海洋プレートが沈みこむ様子をイメージしたもの。プレート境界に2次元正方格子上に分布する箱(振動子)とばねの系を考える。各振動子は大陸プレートと板ばねで結ばれるとともに最近接の4つの振動子ともばねでつながれている。一方海洋プレートとは摩擦によって接している。

このモデルのルールは以下の様に表される。
すなわち、それぞれの箱にかかっている力の大きさを $F(i, j; -)$ とする。この力は一定の速度 V で増加する（すなわち、プレートが一定の速度で沈み込む）。箱のうちどれかにかかる力がそのしきい値をこえた場合には次のような規則にしたがって滑りと力の分配が起こる。

if $F(i, j; -) \geq F_c(i, j)$
then $F(i, j; +) = 0$
 $F(i \pm 1, j \pm 1; +) = F(i \pm 1, j \pm 1; -) + \Delta \cdot K$

$\Delta = k / 4k + g$ k : 箱の間のばねのばね定数
 g : 板ばねのばね定数

$K = 4 / \text{最近接の箱のうち滑りを起こしていないものの数}$

この操作を繰り返し、どの箱にかかる力もしきい値より低くなった時点で1回のイベントの終わりとする。なおイベント中は時間の経過はない（破壊は一瞬で終わる）ものとする。

Results and Conclusions

先に示したルールに基づいて計算機実験を行なった結果を以下に示す。

- (1) このモデルはコントロールパラメーター Δ の値によって力学的な相転移を起こし、相転移点の Δ の値 ($\Delta = 0.23$) はシステムのもつエネルギーの大部分が保存されることを示す。システムがコントロールパラメーターをもつという点は、Bakらによって提唱されている Self Organized Criticality の考え方との大きな違いの一つである。
- (2) Δ の値によるクラスターのサイズ分布の変化を図2に示す。 Δ が相転移点より大きいときには周期的に大きなクラスターが発生し、 Δ が相転移点より小さいときには小さなクラスターばかりが発生して大きなクラスターの数是指数的に減少する。ここで、クラスターサイズは地震の断層面積に相当し、断層面積の対数はマグニチュードの対数と比例するので、これらの分布は、現実の地震現象においてマグニチュードと頻度の関係がべき分布からずれるような事柄に対応する。

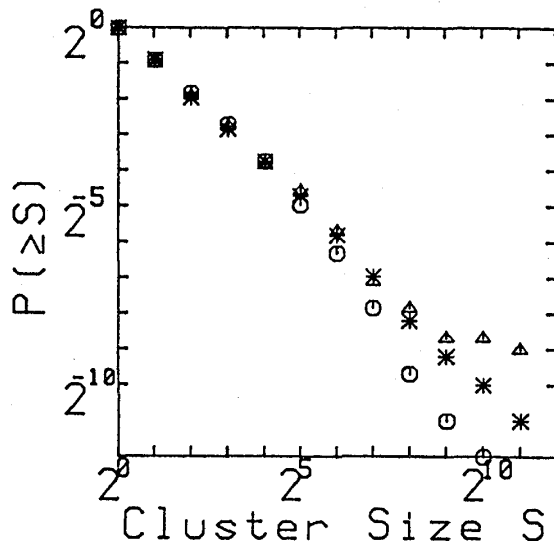


図2 パラメーター Δ によるクラスターサイズの分布の変化
 Δ : $\Delta >$ 相転移点
 $*$: $\Delta =$ 相転移点
 $\square$: $\Delta <$ 相転移点
 相転移点付近ではクラスターのサイズ分布がべきになる。

- (3) 相転移点上では1回のイベントで系全体が失ったエネルギーの総和、すなわちモーメントの分布がべき分布となる。ここで、モーメントの対数が地震のマグニチュードの相当することから、この分布は地震のマグニチュードと頻度の関係を表すものといえる。モーメントとマグニチュードの関係は

$$M = (2/3) \log m$$

のように表されるから、このモーメントの分布における指数0.67は $b = 1$ とした場合のGutenberg-Richter則を満足する。

また同時に、相転移点ではクラスターのサイズ分布もべき分布となりその指数1.01はパーコレーション問題で得られる指数とも近く、現実の地震の断層面積の頻度分布とも非常によくあう。(図3)

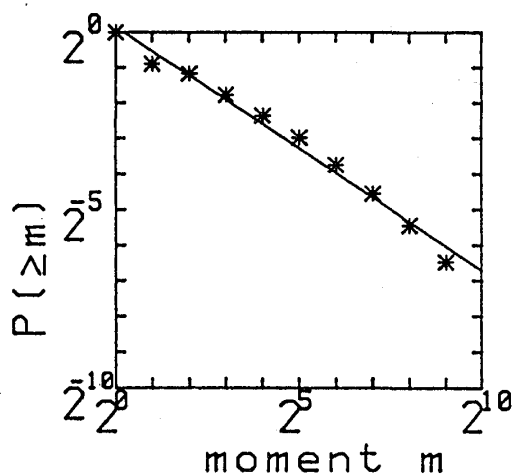


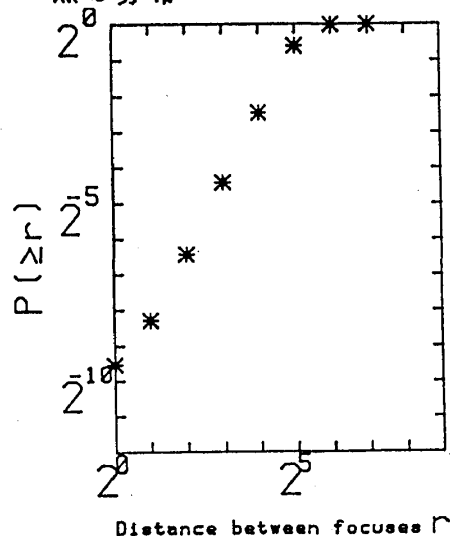
図3 相転移点付近でのモーメントの分布

縦軸の $\log(\text{Moment})$ は現実の地震のマグニチュードに相当するため、この図はエネルギー分布またはマグニチュード分布を表す。

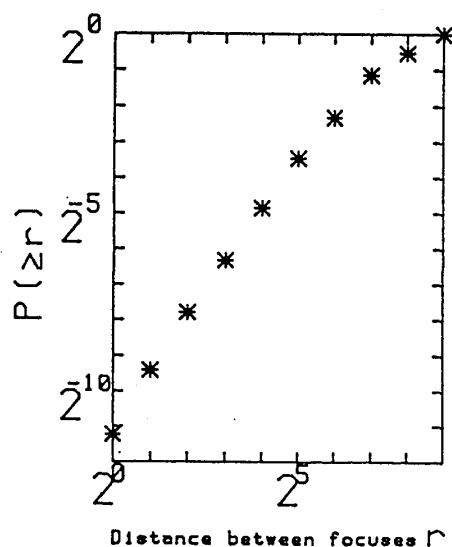
- (4) 相転移点上で震源の2点相関をとるとべき分布になり、その指数が実際の地震の震源分布とはほぼ一致する。図4に、震源間の距離が r より小さくなる確率 $P(r)$ と r の関係を両対数グラフ上にプロットしたものを示す。(a)モデルでの分布と (b)現実の地震での分布が比較的近いことが分かる。

図4 震源の空間分布

(a): モデルにおけるイベントの出発点の分布



(b): 東北日本の震源の分布



(5) 地震の発生時刻の相関関数を

$$C(t') = \langle c(t) c(t+t') \rangle$$

と定義する。ここで、 $c(t)$ は時刻 t に地震が発生する確率で、 $\langle - \rangle$ は平均を表す。

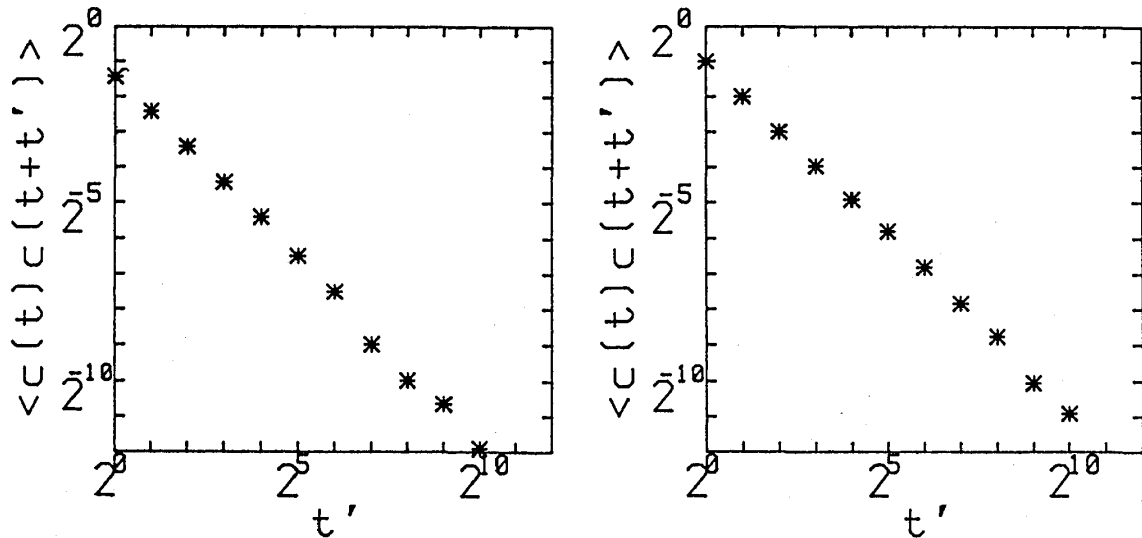
この相関関数の分布を図5に示す。

ここでも (a)モデルと (b)現実の地震のデータが非常によくあうことが分かる。

図5 地震の時間分布

(a): モデルにおけるイベントの発生時刻の分布

(b): 東北日本の地震の発生時刻の分布



モデルの改良

前章の(5)で述べた地震とモデルにおけるイベントの時間分布についてさらに詳しく見ると、このモデルと実際の地震現象の間に大きな違いが見えてくる。すなわち、実際の地震では、大きな地震(本震)の後に引き続いて小さな地震(余震)が起こるのに対して、このモデルでは大きなイベントの前に小さなイベントが多く発生し、見かけ上相関関数の分布が似通ったものになっているのである。

この矛盾は、滑りを起こした振動子に対して一定期間しきい値を下げることで解消される。この操作は、大きな地震(本震)の後に震源付近の状態が大きく乱れる(例えば、境界部の一部が溶融するとか、境界部に流体が浸入する)といった状況を考え、その乱れが元に戻る過程を余震として取り扱うものである。

この操作を施した場合の結果を図6に示す。

余震に見られる大森公式とよくあっていることが分かる。

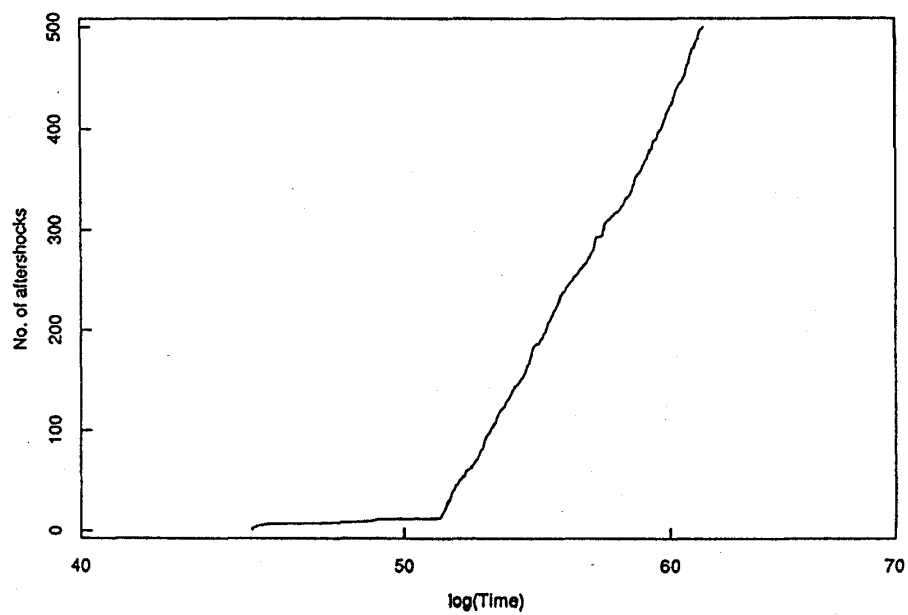


図 6 モデルにおける“余震”
 大きなクラスター（システムサイズの
 7割程度）を形成したイベントの後の
 小イベントの発生パターン
 大きな余震や次の本震の前には分布が
 直線からずれる様子が見られるが本震
 直後の時間スケールとは異なる時間ス
 ケールになっている（横軸は対数でプ
 ロット）ので本震直後のような頻度で
 地震が発生しているわけではない