

動特性推定法の問題点

東大 工 茅 陽一

プロセス・機器などの動特性を、試験信号を用いて、あるいは操業データから推定する問題は、近年工学全般に共通する問題として広く研究されている。ここでは、はじめに、従来の研究状況を別刷印刷物を用いごく簡単に紹介したあと、その問題点について論ずる。

1. 従来の手法

以下、次の仮定を行なう。

- 1) 対象は一入力、一出力である。
- 2) 対象は線形オートノマスで、可観測である。

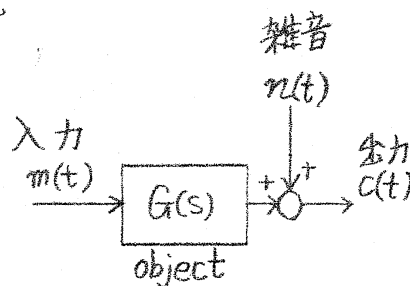


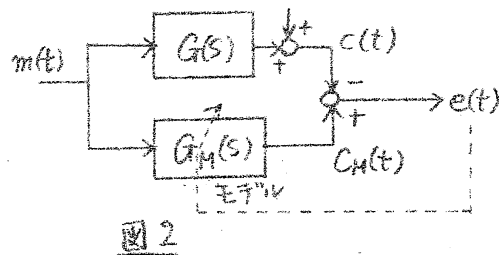
図 1

その伝達関数を $G(s)$ 、インパルス応答を $g(t)$ とする。

- 3) 入力 $m(t)$ と雑音 $n(t)$ は非相関である。

殆どの手法は、基本的には、図2のように、対象とモデル

の出力差 $e(t)$ の二乗平均を最小とするようパラメータを定める方式をとっている。



下表(1.3), 2.1, 2.2, 3.1 は線形パラメータ推定, 3.2 は非線形パラメータ推定の問題になっている。

試験信号方法 線形パラメータ使用					
1.1	過渡応答法	推定量の形	バイパス	分散	—
1.2	周波数応答法	$g_1(\tau)$	0	—	—
1.3	擬似不規則信号による方法	$G(j\omega)$	0	信号周期に依存 信号区間長	$\frac{K}{T} \times \text{NSDC}$
2.1	スペクトル計算による方法	$G(j\omega)$	サンプル中に依存 入力スペクトル	区間中 最大の τ	$\frac{K}{T} \times \text{NSDC}$
2.2	通常の最小二乗法	$g(\tau)$	区間中 最大の τ	区間中 最大の τ	$\frac{K}{T} \times \text{NSDC}$
伝達関数の推定					
3.1	線形パラメータ最小二乗法	$\sum_k G_k(s)$	モデルの精度に依存	モデルの精度に依存	$\frac{K}{T} \times \text{NSDC}$
3.2	非線形パラメータ試行法	$G(s, P, R)$	モデルの精度に依存 "の形"	モデルの精度に依存	不明
3.3	3.1の変形 方程式誤差	$\sum \frac{a_i s^i}{b_j s^j}$	モデルの精度に依存 精度	モデルの精度に依存	不明

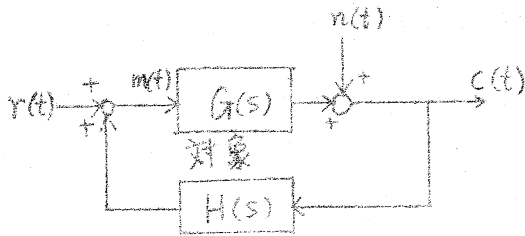
備考
1) $m(t), n(t)$ が定常且平均値零としてバイパス分散が計算される。 2) $T = \text{データ長}$ 3) $\text{NSDC} = \text{バイパスある場合周波数にわたるスペクトル}$ $\quad \quad \quad I = \text{71120 NSDC}$ 4) 分散は正しいモデルを用いたとして計算

備考

- 1) $m(t), c(t)$ が定常且平均値零としてバイパス分散が計算されている。
- 2) T = データ長
- 3) NSDC = パワーあるいは当該周波数におけるスペクトル
1 = 7120 NSDC
- 4) 分散が正しいモデルを用いたとして計算

2. 共通の問題点 (操業データ使用の場合)

2.1 対象がフィードバック系内にあるときの特性推定



このときは、 $m(t)$ と $n(t)$ が
相関をもつため、従来の手法
は適用できない。

$r(t)$ = 一定の定値制御系では

$G(s)$ の推定が本質的に不可能。

$n(t)$ と無相関な信号 $r(t)$ が存在するか、あるいは外部か
ら投入しうるときは $G(s)$ の推定が可能。

2.1 の場合
$$\hat{G}(j\omega) = \frac{\hat{\Phi}_{rc}(j\omega)}{\hat{\Phi}_{rm}(j\omega)} \quad (1)$$

2.2 の場合
$$\sum_{j'=0}^{P-1} \left(\sum_{i=0}^{N-1} r_{ij} m_{ij'} \right) \hat{g}_{j'} \Delta = \sum_{i=0}^{N-1} r_{ij} c_i ; j=0, 1, \dots, P-1 \quad (2)$$

ただし
$$\left. \begin{aligned} r_{ij} &= r((i-j)\Delta), m_{ij'} = m((i-j')\Delta) \\ \hat{g}_{j'} &= \hat{g}(j'\Delta); 0 \leq j' \leq P-1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

このとき、推定値の分散は、両者ともほぼ同じであるが、

(1) について考えれば⁽¹⁾

$$\frac{\sigma_{|\hat{G}|}^2}{|\hat{G}|^2} \approx \frac{1}{w_e T} \frac{\text{ループを開いたときの出力の雑音スペクトル}}{\text{ループを開いたときの出力の信号スペクトル}} \quad (4)$$

ただし、 w_e : ウィンドウ等価帯域巾

T : データ長

したがって、負帰還系では、推定値の信頼度が一般の予想よりかなり低くなる。

2.2 線形性の検定

通常の対象は、多かれ少かれ非線形性を有する。

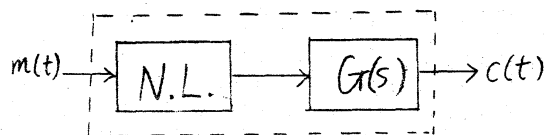


図3

図3のような形式で、非線形性が非記憶性であるときは、N.L.と $G(s)$ の分離が可能。

しかし、一般的には、対象の線形性を検定する適当な手法がまだあらわれていない。

2.3 非線形性により雑音・入力値に相関を生ずること。

この問題は、通信では混変調の問題としてある程度扱われているが、詳しい解析はない。2.2, 2.3は、相関連した大きな問題であろう。

3. 伝達関数推定における問題点

対象の伝達関数を定めるには

- 1) $G(j\omega)$ or $g(\tau)$ の推定 → 適合する $G(s)$ の決定
- 2) $G(s)$ の直接推定

の二つの方法が考えられる。1)は、低次の簡単なものをのぞいては用い得ない。

2)は、 $G(s)$ の一般表示が、パラメータの線形結合とならないので、解析的に推定計算を行ないうるのは特定の場合にか

ぎられ、試行的手段に頼らざるを得ない。

この場合の主な問題点は次のとおりである。

1. 最適解への収束が必ずしも保証されないこと。
2. 仮定したモデルの形式の適当性を検定する方法のないこと。
3. 仮に正しいモデルを用い、最適解へ収束することが保証されたとしても、解の信頼度の算定が一般に困難であること。

1) 解への収束性

試行の出発点が、最適解のある程度近くでないとは収束しない可能性がある。例として、図4の場合を考える。このとき

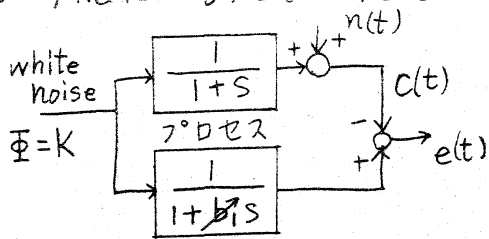


図4

$$Ee^2(t) = En^2(t) + \frac{(b_1 - 1)^2}{b_1(b_1 + 1)} \quad (5)$$

b_1 と $Ee^2(t)$ の関係は図5のようになり $b_{10} > -1/3$ なる b_{10} より出発しないと最適解 1 には収束しない。したがって、推定にあたってまず何らかの方法 (2.1, 2.2 など) によって対象動特性を大凡定める。— guessing — が必要。

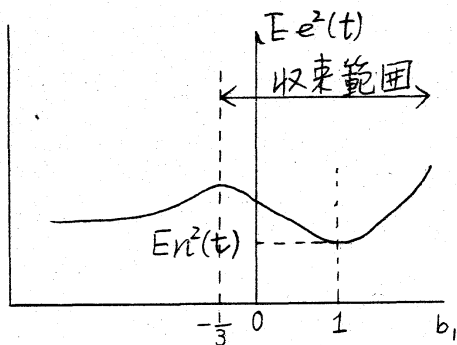


図5

2) モデルの形式の適当性

モデルが対象を正しく模擬していないと、推定したパラメータ値は、たとえ雑音のない対象でも、入力によりばらつきを生ずる。例として、図6の場合をとる。ただし

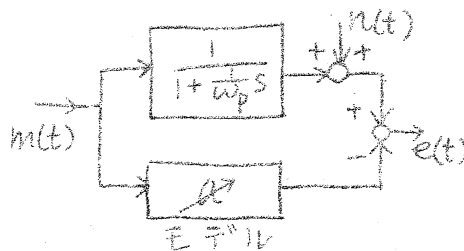


図 6

$$\Phi_{mm} = \frac{\omega_m^2}{\omega^2 + \omega_m^2} \quad (6)$$

$$\Phi_{nn} = K_n \frac{\omega_n^2}{\omega^2 + \omega_n^2} \quad (7)$$

このとき、最小二乗法によって求めた a の分散 σ_a^2 は^{(2)*} (T : 平均時間)

$$\sigma_a^2 \sim \frac{2}{\omega_m T} \left(\frac{\omega_m}{\omega_p + \omega_m} \frac{\omega_m}{\omega_p} + K_n \frac{\omega_n}{\omega_m + \omega_n} \frac{\omega_p + \omega_m}{\omega_p} \right) \quad (8)$$

$$\sim \frac{2}{\omega_m T} \cdot K_n \cdot \frac{\omega_n}{\omega_p + \omega_m} \quad ; \quad \omega_p \gg \omega_m \quad (9)$$

(9) は、モデルが正しい場合に相当し、雑音のないときの a のばらつきが小さくなることを示す。(8) の第一項が 入力のみ による a のばらつきをあらわす。

3) 正しいモデルを用いたときの解の信頼度

モデルがパラメータの線形結合として与えられたときは、

* この場合の σ_a は、通常の回帰分析法では求め得ないので近似的に求めた。⁽¹⁾⁽²⁾ 近似精度は $O(T^{-2})$ になる。

理論的には解の分散が求められる。しかし、この計算は一般に大きな計算量となるし、パラメータの確率分布も一般に定めにくいので、実際上信頼区間の計算は不可能に近い。

モデルがパラメータの非線形結合、たとえば

$$G_M(s) = \sum a_i s^i / \sum b_j s^j \quad (10)$$

(a_i, b_j がパラメータ) のときは、各パラメータの分散は現段階では理論的にも求め得ない。

その他 非線形特性の推定、推定値の推定量としての適当性(一般に不偏一致推定量にはなるが、最小分散・最尤などの性質は、特別な場合をのぞいてわかっていない)、非定常入力時の諸問題などがあるが略する。

<文献>

1) 茅 “フィードバック系内のプロセス動特性推定”

電気学会誌, 1967.3 (予定)

2) 茅 “相関関数解析とそのプロセス動特性計測への応用”

計測と制御 1966.2