

非同期回路理論の現状

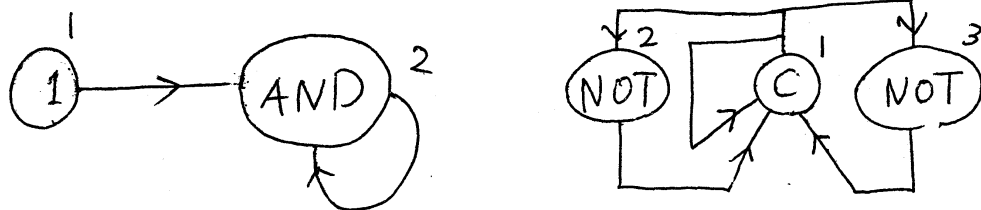
早大 理工 野口 広

はじめに

非同期回路理論の大要は [7] にのべてあるが、そこで今後の発展の方向としてのべた諸点に関し最近著しい発展から [3], [5], [6] および [2] によつてえられている。

ここではこうした発展の意味を直観的に^{理解}できるように、やや informal なスタイルで非同期回路理論の大略をのべてみる。

ディジタル回路 ディジタル回路は例えば次のように示される回路のことである。



1 図

1. 図で 1, 2, 3 の番号を付した○印はそれぞれ以下の x_1', x_2', x_3' のブール関数で与えられ機能をもつノードである。

ブール関数

$$x_1' = 1 \quad x_1' = x_2 x_3 + x_1 x_2 + x_1 x_3$$

$$x_2' = x_1 x_2 \quad x_2' = \overline{x_1}, \quad x_3' = \overline{x_1}$$

ただし $x_i x_j$ は積 ($\wedge$), $x_i + x_j$ は和 ($\vee$), また $\overline{x_i}$ は x_i の否定を示す。

真値表 ブール関数はその関数表 (真値表) を与えれば確定する。上例に対してそれぞれ次の表ができる。

x		x'	
x_1	x_2	x_1'	x_2'
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

x			x'		
x_1	x_2	x_3	x_1'	x_2'	x_3'
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

デジタル・グラフ これら真値表を用いて回路の状態の関聯は次に定めるデジタル・グラフ G で示される。回路の状態の集合を S とするとき

$$G = \{(x, y) \mid x = y \text{ 或 } x = x' \text{ あるいは}$$

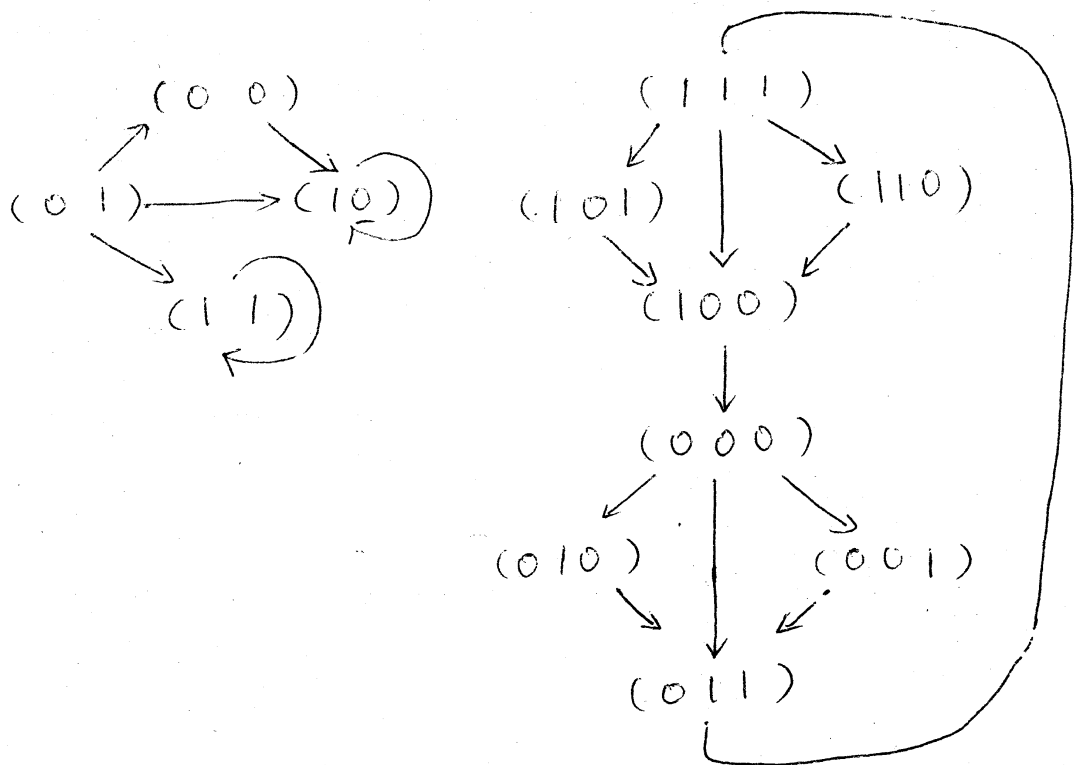
$x \neq x' \text{ であるときは若干のノードに関して}$

$$x_j \neq x'_j = y_j \text{ であり}$$

他のノードに関しては

$$x_j = y_j$$

となるすべての y 、ただし $x, y \in S$ }



各デジタル・グラフ G に対し

$$G' = \{(x, z) \mid x = x(1), x(2), \dots, x(n) = z\}$$

となる有限列が存在する。ただし

$$(x(i), x(i+1)) \in G \quad \text{であるか} \quad x(i) = x(i+1) \}.$$

および

$$G^* = \{(x, y) \mid (x, y) \in G' \text{ and } (y, x) \in G'\}$$

を定める。 G^* は同値関係であり、この同値類上に G より induce される底グラフ

$$G_b = G/G^*$$

を定める。勿論自然な準同型写像 $p: G \rightarrow G_b$ が定まる。

$$(G_1)_b = G_1, \quad (G_2)_b \quad \text{⊗}$$

Speed independency

デジタル回路 = デジタル・グラフ G がその状態 u に関して Speed independent であるとは、任意の u より始まる G の状態の無限列 $\{x(i)\}$, $x(0) = u$, $(x(i), x(i+1)) \in G$, よりえられる G_b の状態の列 $\{p(x(i))\}$ が G_b の 1 点へ収束することである。

G_1 は $(0, 1)$ に関して Speed independent ではない。他の状態に関して G_1 は Speed independent である。

G_2 は任意の状態に関して Speed independent である。

*) 任意に与えられた n に対して $i \geq n$ のとき

$$x(i)_j = x(i+1)_j = \dots$$

$$x(i)_j' = x(i+1)_j' = \dots$$

であると $x(i)_j = x(i)_j'$ である

セミ・モジュラー回路

ディジタル回路 G が状態 u に関してセミ・モジュラーであるとは、 $(u, x) \in G'$ となるすべての状態 x に対して

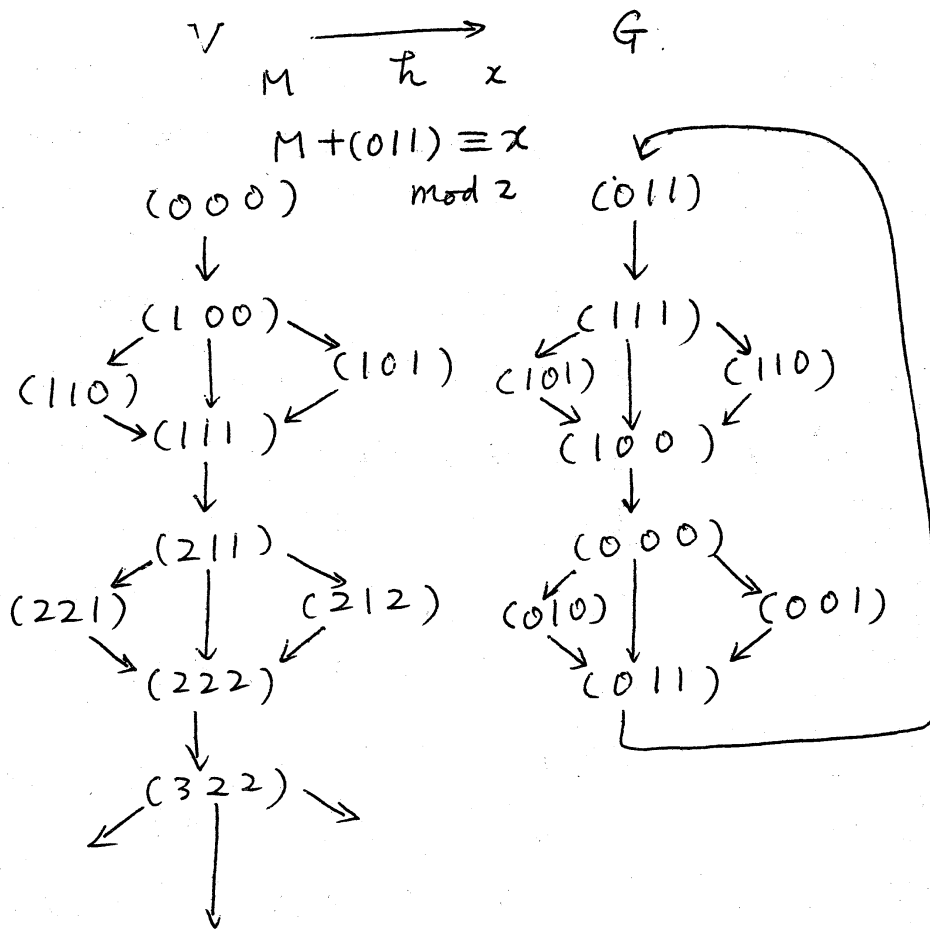
$(x, y) \in G \cup \Delta$ ならば $(y, x') \in G \cup \Delta$ となることである。
ただし Δ は (x, x) の対の集合を示す。

G_1 は $(0, 1)$ に関して G_2 は任意の状態に関して

セミ・モジュラーでない セミ・モジュラーである

u に関してセミ・モジュラーな回路は u に関して Speed independent であるが逆は勿論成り立たない。しかし Speed independent な回路の中でセミ・モジュラーな回路が一番 (数学的に) 自然な形態であろう。

たとえば G_2 についてみると 2 図のように整数回路 V と準同型写像 α とが一意に定まる。



2 図

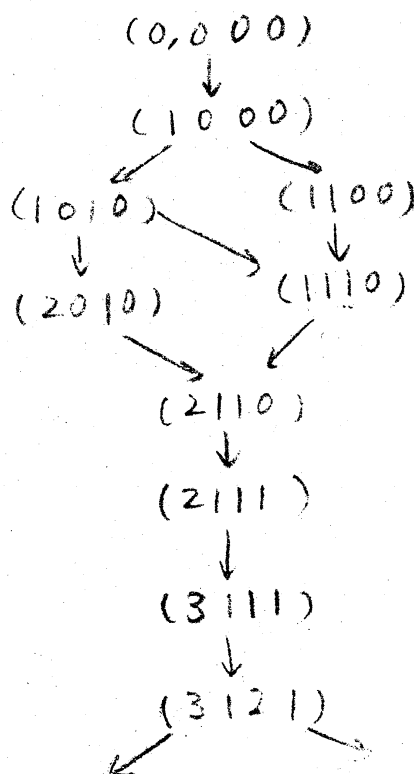
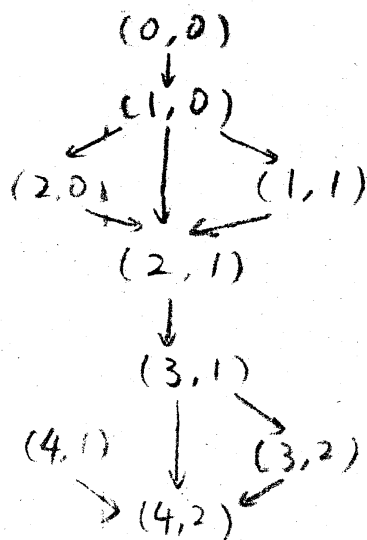
合成定理・連続非同期回路

上記の考察により、回路の状態チャートとよばれる対 (V, h) がセミ・モジュラー回路に対して定まり、 (V, h) は回路動作の時間的経緯を示す。故に逆にある回路を設計するとき、その設計条件 ~~がある~~ ^{が回路チャート} と考えられる。

よって、非同期回路理論における主要課題はどのような対 (V, h) が、実際の回路の状態チャートとなるかを求める合成

手法を定めることである。

上例の状態チャート (V, h) は $h(V)$ がデジタル回路であるが、例えば、下図を V とし、



$$h(x, y) = (x \bmod 2, y \bmod 2)$$

としてえられる $h(V)$ は、デジタル回路にはならない。そこで問題は、適当にノードを新しく加えて (V, h) を拡大し (V^e, h^e) をつくり $h^e(V^e)$ がデジタル回路になるようにする。これが合成問題である。

この問題はまず [1] で未完全に解かれたが、特に状態チャート (V, h) が 2 進でさらに分配的であるときも [4] で完全に手法が与えられた。すなわちここにのべた状態チャート (V, h) に対し、2 つの新しいノードを加えて左図のような V^e をとり

$$h^e(x, y, z, t)$$

$$= (x \bmod 2, y \bmod 2, z \bmod 2, t \bmod 2)$$

$$\text{として } (V^e, h^e) \text{ をとると、 } h^e(V^e)$$

は

$$x_1' = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_3 x_4 + x_2 x_3 x_4$$

$$x_2' = x_1 \bar{x}_4 + x_3 \bar{x}_4 + x_2 x_3$$

$$x_3' = x_1 \bar{x}_4 + x_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3$$

$$x_4' = x_1 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3$$

でブール方程式が与えられるデジタル回路となる。勿論この状態チャート (V^e, h^e) を初めの2つのノードに制限してあげば元の与えられた状態チャート (V, h) になっている。 (V^e, h^e) は (V, h) のデジタル拡大になっている。

この手法は与えられた (V, h) の V が特に分配的であることを必要としているが、この制限はまず服部[3]によって除かれた。そしてつづいて[5]および[6]で中村が数学的に簡潔にこの合成定理を示しここに一応合成問題は解決された。

〔本集会の中村氏の発表参照〕

また、離散な場合を扱い、非同期回路にいかん連続性を導入するかが長い間の懸案であったが、[12] 〔本集会の中村氏の発表参照〕によってそのにくましい一歩が印された。

以下で、非同期回路の基本的概念の定義と結果をのべる。

文献

- [1] W. S. Bartky "A theory of Asynchronous Circuits III. Report 96, Univ. of Illinois D. C. L., 1960
- [2] I. Kimura "Space-continuous time-semicontinuous theory of speed-independent asynchronous circuits"
- [3] M. Hattori "Existence of digital extensions of semi-modular state charts"
- [4] M. Hattori, H. Noguchi "Synthesis of Asynchronous Circuits, J Math. Soc. Japan 18 (1966) 405-423
- [5] T. Nakamura "On the synthesis of Asynchronous Circuits".
- [6] T. Nakamura "Synthesis of p-any semi-modular circuit"
- [7] 野口玄 非同期スイッチング理論. 数学17巻 1号 (1965) 1~13