

「教員養成大学・学部の数学専門科目の講義内容についての調査」

の結果とその考察

滋賀大学教育学部 丹羽 雅彦 (Masahiko Niwa)
Faculty of Education, Shiga University
鳴門教育大学 松岡 隆 (Takashi Matsuoka)
Naruto University of Education
奈良教育大学 川崎 謙一郎 (Ken-ichiroh Kawasaki)
Nara University of Education
熊本大学教育学部 伊藤 仁一 (Jin-ichi Itoh)
Faculty of Education, Kumamoto University

1. はじめに

プロジェクト第1チームは、今年度、第2回調査を実施した。この調査は、前年度に取り組んだ仮のモデル案を基にして「講義内容の項目」を作り、国立大学法人教員養成大学・学部の教員養成課程の数学専門科目について、「どのような項目が授業で扱われているかに関する現状」と「理想として、どのような項目が数学の免許を取得しようとするすべての学生に学ばせたいか」を教員養成大学・学部数学教員懇談会のメンバーである大学を対象に調べたものである。

「講義内容の項目」の設定について、次のことを特に注意する。教員養成大学・学部の授業は、90年代半ばから教員養成教育改革への取り組みが進み、数学専門科目についてもかなり多様化している。初等・中等教育の課題から出発する授業、日常生活、社会生活、小・中・高の教師としての職業生活に繋がっていく内容を考慮した授業、知識・技能の定着を図るための演習型の授業、学生自身が課題を立て、調べたり考えたりして報告することを重視するような課題解決型の授業など、授業の内容と方法の工夫が広範に行われている。これらの授業の工夫が受講生の資質・能力の向上に多くの役割を果たしていることは事実である。しかしながら、先の教育職員免許法の改訂によって、教科専門科目の必修単位が40単位から20単位に減少したことは、授業の工夫だけでは対応しきれない『教科の専門的能力の決定的な低下』を惹き起こしている。私たちは、数学専門科目の不十分な現状を明らかにして、

数学専門的能力の向上のため、専門科目修得単位の増加の必要性を発信していきたいと考えてこのプロジェクトを始め、進めてきたのであった。

「講義内容の項目」は、本来ならば「授業のあり方」から発想されたものでなくてはならないが、それは数学専門科目担当の教員個々によって余りにも多様である現実がある。従って、この調査では、数学専門科目を担当するすべての教員が答えやすいような『学問としての数学の項目』によって、「講義内容の項目」を設定することにした。実際の授業では、これらの内容を授業の目的・目標に沿って、個々の教員が授業内容と授業方法を工夫して構成することになる。その一端を本講究録の[7]に記したので、参照してほしい。

2. 調査の集計結果

第1チーム『教員養成大学・学部数学教科専門科目の講義内容の現状調査と理想的なモデル案の作成』は、2009年6月～8月にかけて、「教員養成大学・学部数学専門科目の講義内容の調査」を実施した。その結果を報告する。

調査対象としては、日本数学会の教員養成大学・学部数学教員懇談会に参加している国立大学法人教員養成大学・学部のうち、懇談会に近々に参加したことがありメールで連絡が可能な40大学とした。以下のような調査内容の依頼をメールにより送信して、最終的に21大学（内訳：教員養成大学6大学、総合大学15大学の教員養成学部）から回答をえた。国立大学法人教員養成大学・学部では、法人化以降、専任教員が欠けている学部も多くあって、今回の調査に対して、全分野ではなく部分的に回答された大学・学部もあり、各アンケート項目の回答数は回答大学数より低くなっている。

調査における、「講義内容の項目」については、前年度以来、本チームで検討していた教員養成学部における数学専門科目のモデル案を基本にしながら、調査のために分野・単元・項目などの内容をやや拡大することを意図して、本プロジェクトの他チームの河上哲氏（奈良教育大学）の協力も得て作成した。

質問事項は次の通りである。

調査 ①	各大学・学部の 現状 を聞きます。現時点の状況で、A, B, Cのいずれかを記入。 A：必修科目等で免許取得者の大多数が受講する科目の中で扱っている。 B：選択科目等で免許取得者の少数が受講する科目の中で扱っている。 C：扱っていない。
調査 ②	(現免許法にしばられない) 理想的標準モデル案に入れるべきか あなたの考え を聞きます。D, Eのいずれかを記入。 D：理想としては大多数の免許取得者に学ばせたい内容だと考える。

	E：大多数の免許取得者に学ばせる必要はない内容だと考える。
調査③	各分野の末尾の空欄に、大多数の免許取得者に修得させたい講義内容項目として追加すべきだと考えられる項目を自由記述で記入して下さい。

記入上の注意	項目の設定は、ある程度関連する内容はまとめていますので、部分的に扱わないことが混じっていることがあっても、できるだけ柔軟に肯定的に判断して下さい。
--------	---

【調査①、②の集計】

「線型代数学」分野

線型代数学から

整理番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
1-01	行列式の置換を用いた定義，行列式の展開と計算.	17	2	0	89 %	100 %	19	0	100 %
1-02	行列の定義，行列の演算（加法・スカラー倍・乗法），正則行列，逆行列の計算.	17	2	0	89	100	19	0	100
1-03	数ベクトル空間，線型写像とその行列表示．連立1次方程式の解法(クラメル公式，掃き出し法)．	16	3	0	84	100	19	0	100
1-04	ベクトル空間，一次独立・一次従属，部分空間，基底・次元.	16	3	0	84	100	19	0	100
1-05	線型写像と行列の階数の概念．核・像の次元公式．一般の連立1次方程式の解法.	17	2	0	89	100	19	0	100
1-06	アフィン部分空間，内積・外積，面積・体積等の幾何学的性質.	7	5	7	37	63	16	3	84
1-07	固有値，固有ベクトル，行列の三角化，対角化.	17	1	1	89	95	18	1	95
1-08	内積，計量ベクトル空間，直交直和分解.	13	2	4	68	79	18	1	95
1-09	対称(エルミット)行列の直交(ユニタリ)行列による対角化.	12	2	5	63	74	17	2	89
1-10	2次曲線・2次曲面の分類.	4	5	10	21	47	18	1	95
1-11	行列のジョルダン標準形.	1	2	16	5	16	6	13	32
1-12	双対空間，テンソル積，外積代数.	0	1	18	0	5	4	15	21

「微分積分学」分野

1 変数の微分積分学から

整理 番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体 %	A+B/ 全体 %	D	E	D/ 全体 %
2-01	実数の連続性, 中間値の定理, 最大値・最小値の定理.	15	1	2	83 %	89 %	17	1	94 %
2-02	実数の構成法: Dedekind の切断, Cauchy 列による完備化.	7	2	9	39	50	9	9	50
2-03	微分の定義, 例: 速さ, 微分法の性質 (和・差・積・商の微分法, 合成関数の微分法).	16	2	0	89	100	18	0	
2-04	逆関数, 無理関数の導入, 逆関数の微分法.	16	2	0	89	100	18	0	100
2-05	ロルの定理, 平均値の定理, その応用.	16	2	0	89	100	18	0	100
2-06	コーシー型平均値の定理, 不定形の極限值 (ロピタルの定理).	13	3	2	72	89	17	1	94
2-07	歴史的・文化的に重要な関数たち: 多項式関数, 三角関数, 指数関数, 対数関数, 双曲線関数, 逆三角関数等.	16	2	0	89	100	18	0	100
2-08	微分法の応用: 関数の増減, 大小関係等.	16	2	0	89	100	18	0	100
2-09	高階導関数, テーラーの定理.	16	1	1	89	94	17	1	94
2-10	マクローリン展開とその応用.	14	2	2	78	89	17	1	94
2-11	定積分の定義, 微分積分学の基本定理.	16	2	0	89	100	18	0	100
2-12	積分の計算のテクニック: 変数変換, 部分積分法.	15	3	0	83	100	18	0	100
2-13	回転体の体積と表面積.	14	4	0	78	100	16	2	89
2-14	曲線の長さ.	11	6	1	61	94	18	0	100
2-15	数列, 級数とその応用.	8	7	3	44	83	16	2	89

多変数の微分積分学から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
2-16	2 変数関数の 1 変数関数との違い. 偏微分の考えと計算法. (全)微分可能性との関係. 合成関数の偏微分法とヤコビ行列. 合成関数の偏微分法の応用と計算.	12	4	2	67 %	89 %	16	2	89 %
2-17	2 変数テューラーの定理. 2 変数関数の極大・極小.	10	5	3	56	83	15	3	83
2-18	2 変数陰関数の定理と陰関数の極値. 平面曲線のグラフの描き方.	6	3	9	33	50	16	2	89
2-19	一般の陰関数の定理. 条件付き極値問題 (Lagrange の未定乗数法) .	5	3	10	28	44	14	4	78
2-20	重積分の考え方, 1 変数関数の積分との違い. 累次積分法による重積分の計算. 重積分の変数変換と計算.	12	4	2	67	89	17	1	94
2-21	広義重積分の考え方と計算.	11	4	3	61	83	16	2	89
2-22	線積分の考え方, 曲線の長さ.	5	6	7	28	61	14	4	78
2-23	面積分の考え方, 曲面積の計算法.	5	5	8	28	56	13	5	72

「集合と論理の基礎」分野

集合・写像・論理の基礎的事項

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
3-01	集合の基本的記号, 簡単な論理 (特に $\forall$ $\exists$ を含む述語論理) .	17	2	0	89 %	100 %	19	0	100 %
3-02	写像, 全射, 単射, 全単射, 逆写像の定義と性質.	17	2	0	89	100	19	0	100
3-03	同値関係・類別・商集合の定義, 性質, 例(分数, ベクトル等).	15	2	2	79	89	18	1	95

3-04	有限集合の基数, 集合の基数(濃度), 有限集合と無限集合の違い. 可附番基数(濃度) (自然数, 整数, 有理数, 代数的数の集合). 連続基数(濃度) (実数の集合), Cantor の対角線論法.	10	2	7	53	63	18	1	95
3-05	冪集合, 写像集合. 対角線論法の拡張.	5	2	12	26	37	9	9	50

「代 数 学」分 野

初等整数論から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
4-01	ユークリッドの互除法, 拡張ユークリッドアルゴリズム, 1 次不定方程式の解法.	13	3	2	72 %	89 %	18	0	100 %
4-02	合同式の定義と性質, 1 次合同方程式の解法.	11	4	3	61	83	18	0	100
4-03	n を法とする整数. 乗法構造と Fermat の小定理. RSA 暗号系の紹介.	12	3	3	67	83	18	0	100
4-04	中国剰余定理 (連立 1 次合同方程式), 合同方程式への応用.	10	4	4	56	78	18	0	100
4-05	有限体のベキ構造, 無限循環小数. BCH 符号の紹介.	2	1	15	11	17	11	7	61
4-06	連分数とその応用.	3	1	14	17	22	13	5	72

群論から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
4-07	群とは. 半群, モノイド, 群の定義. 可換群の例: 整数の剰余類, 巡回群とその性質.	14	4	0	78 %	100 %	18	0	100 %
4-08	非可換群の例: 置換群とその性質, 行列群.	12	5	1	67	94	18	0	100

4-09	非可換群の例：多面体群, オイラーの公式とその応用.	5	3	10	28	44	17	1	94
4-10	部分群, ラグランジュの定理とその応用. 準同型写像, 正規部分群. 剰余群. 準同型定理, 同型定理とその応用.	13	4	1	72	94	17	1	94
4-11	生成元と関係式.	9	3	6	50	67	14	4	78
4-12	群の集合の上への作用, シローの定理.	3	4	11	17	39	11	7	61

可換環と体：基礎事項

整理 番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
4-13	可換環, 整域, 体の定義と簡単な性質.	8	10	0	44 %	100 %	18	0	100 %
4-14	可換環のイデアル: $\mathbb{Z}$ のイデアル, イデアルの和, 交わり等. 素イデアルと極大イデアル. 剰余環, 環準同型定理.	6	9	3	33	83	16	2	89
4-15	多項式環, 除法の定理, 多項式の既約性判定: アイゼンシュタイン判定, ガウスの補題等.	3	11	4	17	78	17	1	94
4-16	ユークリッド整域, 単項イデアル整域, 一意分解整域. 既約元と素元.	2	8	8	11	56	17	1	94

ガロア理論から

整理 番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
4-17	体の代数拡大・超越拡大. 拡大次数. 最小多項式. 体の代数単拡大の基本定理(有理化の原理). 同型の拡張定理. 分解体.	2	10	6	11 %	67 %	16	2	89 %
4-18	対称式と交代式: 対称式の基本定理. ニュートンの公式.	1	5	12	6	33	13	5	72

4-19	定木とコンパスによる作図問題.	1	12	5	6	72	15	3	83
4-20	共役の原理. 正規拡大体, 群の不変体, ガロア拡大体, ガロア群, ガロアの基本定理.	0	8	10	0	44	13	5	72
4-21	円分体, Lagrange の分解式, 巡回拡大体.	0	4	14	0	22	9	9	50
4-22	可解群, 方程式の可解性.	0	5	13	0	28	12	6	67

「幾何学」分野

初等幾何・球面幾何（非ユークリッド幾何）から

整理 番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
5-01	ユークリッド原論（定義・公理・定理・証明, 平行線の公理）.	10	3	4	59 %	76 %	14	3	82 %
5-02	三角形の五心（重心, 外心, 内心, 傍心, 垂心）.	9	2	6	53	65	15	2	88
5-03	いろいろな定理（オイラー線, 九点円の定理等）.	5	2	10	29	41	11	6	65
5-04	メネラウスの定理, チェバの定理.	7	1	9	41	47	13	4	76
5-05	射影幾何的な性質（デザルグの定理, パップスの定理等）.	3	2	12	18	29	10	7	59
5-06	最小化問題（フェルマーの問題, ファニャーノの問題等）.	1	0	16	6	6	3	14	18
5-07	その他の初等幾何の問題（アポロニウスの円, 作図問題等）.	4	3	10	24	41	11	6	65
5-08	球面三角形, 球面三角形の合同条件.	2	2	13	12	24	5	12	29
5-09	球面三角形の余弦公式, 球面三角形の面積公式, 極三角形.	2	1	14	12	18	3	14	18
5-10	非ユークリッド幾何の紹介.	2	6	9	12	47	10	7	59

解析幾何・等長変換から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
5-11	二次曲線の性質（楕円等の定義，焦点，円錐曲線，離心率等）．	11	1	5	65 %	71 %	17	0	100 %
5-12	二次曲線の分類．	8	3	6	47	65	17	0	100
5-13	二次曲面の性質（楕円面等の形状，線織面，焦曲線等）．	4	2	11	24	35	12	5	71
5-14	等長変換の定義（距離の概念，直交変換，平面等長変換の例）．	9	2	6	53	65	13	4	76
5-15	平面の等長変換の分類．	7	1	8	41	47	9	8	53
5-16	帯状模様，平面の敷き詰めとなる連続模様（エッシャーの絵画等）．	2	0	15	12	12	5	12	29

位相幾何から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
5-17	距離空間の位相（開集合，閉集合，連続写像等）．	11	2	4	65 %	76 %	14	3	82 %
5-18	位相空間の基本的性質（連結性，コンパクト性等）．	9	4	4	53	76	12	5	71
5-19	位相同型，連続変形．	11	3	3	65	82	13	4	76
5-20	いろいろな曲面（オイラー数，三角形分割，向きづけ可能性，曲面の例）	6	9	2	35	88	16	1	94
5-21	閉曲面の位相的分類．	4	5	8	24	53	11	6	65
5-22	閉曲線のホモトピー同値，基本群．	0	7	10	0	41	10	7	59
5-23	結び目入門．	1	4	12	6	29	7	10	41
5-24	平面閉曲線の回転数（曲率の積分，正則ホモトピー不変量）．	0	6	11	0	35	9	8	53

微分幾何から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
5-25	平面曲線の局所的性質（弧長パラメータ，曲率，定曲率曲線）．	5	6	6	29 %	65 %	16	1	94 %
5-26	空間曲線の局所的性質（曲率，捩率，フレネ・セレの公式）．	5	4	8	29	53	15	2	88
5-27	平面曲線の大域的性質（4頂点定理，等周不等式，定幅曲線等）．	1	6	10	6	41	9	8	53
5-28	空間曲線の大域的性質（閉曲線の全曲率等）．	2	5	10	12	41	9	8	53
5-29	曲面の基本的事項（法曲率，ガウス曲率，平均曲率）．	3	5	9	18	47	12	5	71
5-30	ガウス曲率の意味（ガウス写像，驚異の定理等）．	1	6	10	6	41	10	7	59
5-31	平均曲率の意味（極小曲面等）．	1	6	10	6	41	10	7	59
5-32	測地線（最短性，測地線の方程式等）．	1	6	10	6	41	10	7	59
5-33	ポアンカレ上半平面（平行線の公理を満たさない具体例）．	0	4	13	0	24	8	9	47
5-34	ガウス・ボンネの定理（計量不変量と位相不変量）．	1	3	13	6	24	8	9	47

その他の幾何から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
5-35	グラフ理論の幾何学的側面（平面グラフ，オイラーの公式等）．	2	6	9	12 %	35 %	8	9	47 %
5-36	パッキング問題（ボロノイ領域等）．	1	2	14	6	18	4	13	24
5-37	フラクタル幾何入門．	0	2	15	0	12	5	12	29
5-38	多面体の幾何（頂点の曲率と多面体のガウス・ボンネの定理等）．	0	5	12	0	29	8	9	47

「解析学分野」

微分方程式から

整理 番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
6-01	常微分方程式と数理モデル. 初等関数を定める微分方程式.	2	10	6	11 %	67 %	17	1	94 %
6-02	常微分方程式の初等解法（変数分離形）， 1階線型微分方程式.	4	9	5	22	72	17	1	94
6-03	2階線型微分方程式（解の重ね合わせ，関 数の一次独立性，解空間， 定数変化法）.	2	10	6	11	67	16	2	89
6-04	解の存在と一意性.	1	9	8	6	56	13	5	72
6-05	連立線型微分方程式.	2	8	8	11	56	14	4	78
6-06	定性理論（平衡解，解の安定性，線形化）.	0	3	15	0	17	6	12	33

複素関数論から

整理 番号	講義内容の項目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
6-07	複素数平面，極座標表示，三角不等式，ド モアブルの公式.	8	10	0	44 %	100 %	18	0	100 %
6-08	複素微分の定義と幾何学的意味．正則関 数の定義と性質.	8	8	2	44	89	17	1	94
6-09	整級数，収束半径．テーラー展開.	7	9	2	39	89	17	1	94
6-10	複素変数の指数関数・三角関数，オイラー の公式.	7	9	2	39	89	17	1	94
6-11	複素積分，コーシーの積分定理，コーシ ーの積分公式.	7	7	4	39	78	15	3	83
6-12	ローラン展開，有理型関数，孤立特異点.	6	5	7	33	61	15	3	83
6-13	留数定理，その応用.	6	6	6	33	67	15	3	83

フーリエ解析から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
6-14	周期関数のフーリエ級数展開.	2	6	8	13 %	50 %	11	5	69 %
6-15	内積, 正規直交系, ヒルベルト空間, 完備性.	2	4	10	13	38	10	6	63
6-16	1変数関数のフーリエ変換, フーリエ逆変換. 応用.	1	5	10	6	38	9	7	56
6-17	離散フーリエ変換, 画像圧縮への応用.	1	1	14	6	13	5	11	31
6-18	ポントリャーギン双対性, 局所コンパクト群に付随したフーリエ変換.	1	0	15	6	6	1	15	6

「確率論と統計学」分野

確率論から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
7-01	順列・組合せ: 高校の復習と重複組合せ, 包除原理等.	11	1	3	73 %	80 %	14	0	100 %
7-02	試行, 標本空間, 事象, 確率変数. 確率の定義: 経験的確率, ラプラス流先験的確率, 公理的確率.	14	0	1	93	93	14	0	100
7-03	離散型確率分布: 二項分布, 幾何分布, ポアソン分布等.	15	0	0	100	100	14	0	100
7-04	連続型確率分布: 正規分布, 一様分布, 指数分布等.	12	3	0	80	100	14	0	100
7-05	条件付き確率の定義, ベイズの定理, 確率変数の独立性.	14	1	0	93	100	14	0	100
7-06	期待値, 分散 (標準偏差), 確率母関数 (モメント母関数).	14	1	0	93	100	14	0	100
7-07	結合分布, 相関係数, 共分散, 条件付き期待値.	14	1	0	93	100	13	1	93

7-08	確率過程モデル：マルコフ連鎖，ランダムウォーク．	1	7	7	7	53	10	4	71
7-09	極限法則：大数の法則，中心極限定理．	9	4	2	60	87	13	1	93

統計学から

整理 番号	講 義 内 容 の 項 目	調査①					調査②		
		A	B	C	A/ 全体	A+B/ 全体	D	E	D/ 全体
7-10	データの特性値（確率，平均，分散，相関等）．	9	6	0	60 %	100 %	15	0	100 %
7-11	データの処理法．データの確率モデル上の解析の定式化．	9	5	1	60	93	14	1	93
7-12	点推定（母集団と標本，不偏推定，最尤推定，種々の推定）．	8	6	1	53	93	15	0	100
7-13	区間推定（正規分布の母平均，母分散の推定等）．	8	5	2	53	87	15	0	100
7-14	仮説検定（母平均の検定，等分散の検定等）．	7	6	2	47	87	15	0	100
7-15	適合度検定：カイ 2 乗分布．	4	6	5	27	67	13	2	87

[調査③自由記述欄の整理]

「微分積分学」分野

- ・高等学校の数学教員を目指す学生には、 $\varepsilon - N$ 論法や $\varepsilon - \delta$ 論法のように極限を厳密に定義することを通して、高校数学における極限の定義に潜む曖昧さを学生に伝えたい。
- ・小学校・中学校数学教員を目指す学生には、数学では、分母を 0 にすることを回避するが、それは何故なのか把握してほしい。これは、不定形の極限を求めるときに効いてくると思う。

「集合と論理の基礎」分野

- ・「順序関係」も扱うべき。（2 件）
- ・ラッセルのパラドックス。
- ・ベン図は証明にならないことを教えなければならない状況にある。

「代数学」分野

- ・厳密な証明をしなくてよいが、方程式に関するアーベルの定理の結果と全体像も触れるべきだ。
- ・2次合同式、平方数の和への表示、ペル方程式など2次体の整数論の入門的な部分。
- ・数の体系について（ペアノの公理から始めて複素数まで、数の体系を構築する）。

「幾何学」分野

- ・微分位相幾何学の基礎（可微分多様体、ホイトニーの埋め込み定理等）。
- ・力学系理論とカオス現象の基礎（1次元写像系、Anosov系、馬蹄形写像系等）。
- ・ユークリッド空間内に限った図形の位相的性質等。
- ・ホモロジーとその応用と多様体論（球面・実射影空間あたり）。
- ・幾何の分野において、微分幾何または位相幾何のどちらかで、内容的にまとまった数学にしっかりとしたものを教えるべきである。
- ・高校の物理と関連する分野（簡単なベクトル解析）。

「解析学」分野

複素関数論

- ・複素数の定義（ハミルトンによる定義など）。
- ・複素数が力を発揮する「3次方程式の解法（カルダノの解法）」。
- ・複素関数論を利用した「代数学の基本定理の証明」。

フーリエ解析

- ・フーリエ級数展開やフーリエ変換を利用した「偏微分方程式の解法」。
- ・フーリエ級数展開と「ゼータ関数との関わり」。
- ・フーリエ級数展開を利用した「等周問題の解決」。

「確率論と統計学」分野

- ・統計学については以下のように修正した方がよい。
 - 7-10 データの特性値（平均値、中央値、分散、標準偏差、偏差値）
 - 7-11 資料の整理（度数分布表、度数分布図）
 - 7-12 2次元のデータ（共分散、相関係数、相関図、回帰曲線等）
 - 7-13 データの処理（t分布、F分布等）
 以下、もとの 7-12～7-15 を 7-14～7-17 に変える。
- ・「線型計画法」
- ・大多数の学生が必修科目である 1 科目(2 単位) 従って確率論と統計学の一方しか受講しないという現状がある。
- ・中学校学習指導要領数学科に「資料の活用」という領域ができたので、確率や統計がど

のように扱われているのか調べて、具体的な例を講義の中で取り扱いたい。

全般的な意見

- ・教員養成学部では、最近では多くの教員が、小学校・中学校の教師を目指す教員養成学部生を想定した授業をしているのに、講義内容の項目に、理学部数学科のような項目が並んでいることに違和感を覚える。
- ・教育学部の講義では、理学部的な内容に染まり過ぎないことを心がけ、小中高の数学に潜む怪しさを伝えるような方向性も欲しい。

3. 調査結果の考察

(1) 調査の信頼性と妥当性

- ① 調査対象の多くの大学・学部で協力いただいたことで、調査結果は信頼できる数値といえるような回収数であると考ええる。
- ② 調査中の「講義内容の項目」について、調査①調査②の調査目的を達成するためには、概ね適切であったと考えている。一部に問題があったと思うが、それは調査③との関連で、下に指摘する。

(2) 調査結果のまとめ

- ① 調査①によって、(これまで知られていなかったことであるが、) 教員養成大学・学部の数学専門科目において、どの程度の数学的な内容まで講義が行われているかについて、初めて明らかになったと思う。
- ② 平成10年の教育職員免許法の改訂によって、中学校・高等学校の教員に対する「教科に関する科目」の必修単位数が40単位から20単位+ α (α は教科または教職に関する科目があるから) に減じられたことによって、数学教師を志望する学生に課したい内容に比べて時間数(単位数)が決定的に不足している現状が明らかになった。(A, BとDとの差に注目してほしい。) また、各大学で単位減少にともなう専門科目の学力低下を最小限に留めるために苦労している様子が感じられるものであった。
- ③ 調査②によって、教員養成学部の数学専門の教員が、数学の免許の取得を目指す学生に対して理想としてはどの程度の内容まで講義をすべきであると考えているのかについて、かなりの精度で把握できたと思う。
- ④ 調査③では、いくつかのアンケート項目の不十分な点を指摘されたと思う。

(3) 分野ごとの考察

- ① 「線型代数学」分野、「微分積分学」分野については、教員養成学部のうち総合大学の教育学部などの場合、この分野の内容を扱う科目を教養教育科目として設定していることが多いので、免許法上の領域とは別分野として設定した。項目の扱い方や授業の方法については様々であるが、講義内容の項目としては、ほぼ同じ傾向となっている。多変数の微分積分学については、現在では十分には扱われていない。すべきという意見も他に較べればやや少ない。数学他分野や自然科学・社会科学への応用の広さを考慮したら、もっととりあげた方がよいのではないかと考えられる。
- ② 「集合と論理の基礎」分野については、多くの教員養成学部で、数学教育専攻（または、類似の名称）の入門的な科目として設定されていることから、免許法の領域とは別分野として設定した。調査③の「順序関係も入れる」という意見を取り入れることとする。
- ③ 「代数学」分野については、理学部では余りとりあげられない初等整数論が、多くの教員養成大学・学部で扱われていることが明らかになった。ガロア理論については、必修 40 単位のころには広範に扱われていたと思うが、現在では必修ではほとんど扱われず、また、扱うべきという意見も一部の項目となっている。
- ④ 「幾何学」分野については、幾何学に多様性があることから、幾何教育の基本としてとりあげるべき内容が定まっていな思われ、幾何学担当教員の意見は他の分野の意見分布に比べて分散する傾向にあった。また、理学部ではあまりとりあげられない初等幾何（ユークリッド幾何など）が広範に扱われていることが明らかになった。
- ⑤ 「解析学」分野について、複素関数論は現在では必修としてはあまり扱われていないにも拘わらず、調査②では非常に多くの支持を集めていた。また、微分積分学の登場の動機となった「微分方程式」を、高校でも大学でも全く学ばない学生がいるという現状は望ましくないと考える。
- ⑥ 「確率論・統計学」分野については、本プロジェクトに統計学の講義したことがあるメンバーがいなかったために、統計学の講義内容の項目作りが不十分であった。調査③で指摘いただいた案を反映させたい。また現在、免許法の規定によって、確率論と統計学の一方のみを受講する学生が少なくないが、新学習指導要領で「資料の活用」領域が新設されるなど小中高のすべてで確率・統計分野の教育が拡充されていることから、両方とも学習させる必要があると考えられる。
- ⑦ 「コンピュータ」分野が免許法にはあるが、大学ごとの現状が多様過ぎて、項目作りができなかった。

参考文献

- [1] 川崎謙一郎・伊藤直治・河上哲・市原一裕・石田正樹・藤井智康・和田穰隆・松山豊樹
「理数科高校教員の養成のためのアセスメント実践」奈良教育大学教育実践センター紀
要 第17号(2008年3月) pp.275-282
- [2] 川崎謙一郎「理数科教員養成のためのプログラム実践報告ー1つのアセスメント実践の
報告ー」, 数学教育学会 2008年春季年会発表論文集(2008年3月) pp.121-123
- [3] 川崎謙一郎「数学教育における『リンク』に関する1つの考察ー教員養成大学教科専門
教員として感ずることー」, 数学教育学会 2008年春季年会発表論文集(2008年3月)
pp.181-183
- [4] 川崎謙一郎「理数科教員養成の中の数学教員養成のカリキュラムの構成の一例ー数学
教師に必要な数学能力形成に関する学士課程カリキュラム編成の例ー」, 数理解析研究
所講究録 1657(2009年7月) pp.83-93
- [5] 松岡隆「第4章 数学科の教科内容構成の原理と枠組み」,
西園芳信・増井三夫編「教育実践から捉える教員養成の教科内容学研究」風間書房,
2009年
- [6] 丹羽雅彦、松岡隆「教員養成学部の「数学」教科専門科目カリキュラムの現状把握と理
想的モデル案に向けた調査検討の構想」, 数理解析研究所講究録 1657(2009年7月)
pp.74-82
- [7] 丹羽雅彦、松岡隆、川崎謙一郎、大竹博巳、伊藤仁一「中学校・高等学校の数学教師の
養成における数学専門科目の標準的なモデルの構想」本講究録
- [8] 丹羽雅彦「教員養成課程の教科「数学」専門科目における「証明」の扱いに関する考察
I」, 滋賀大学教育学部紀要 第56号(2006)pp.63-75
- [9] 丹羽雅彦「同上II」, 同上 第57号(2007)pp.23-40