

§ 4. 結論および課題

正準量子化の手続きによって Berry の位相と $g^{(3)}$ の ray 表現の関係が明らかにされた。
さらに定量的な議論が期待される。⁵⁾

参考文献

- 1) M. V. Berry; Proc. R. Soc. Lond. **A392** (1984) 45.
B. Simon; Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 2167.
径路積分の立場からは
H. Kuratsuji and S. Iida; Prog. Theor. Phys. **74** (1985) 439; Phys. Rev. Lett. **56** (1986) 1003.
- 2) P. Nelson and L. Alvarez-Gaumé; Comm. Math. Phys. **99** (1985) 103.
H. Sonoda; Phys. Lett. **156B** (1985) 220; Nucl. Phys. **B266** (1986) 410.
A. Niemi and G. Semenoff; Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 927; Phys. Rev. Lett. **56** (1986) 1019.
- 3) A. Messiah; "Quantum Mechanics", (North-Holland, 1962).
- 4) F. Wilczek and A. Zee; Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 2111.
- 5) S. Hosono; DPNU-86-44.
S. Hosono and K. Seo; in preparation.

Fractional Charges on Monopoles : a manifestation of anomaly

都立大・理 南方 久 和

magnetic monopole に fractional charges, とくに electric charge が induce されるという現象についての基本的考え方を要約し, より最近の発展についてもふれたい。

非自明なトポロジーを持った background に Fermi 場が couple している状況では種々の興味深い現象が起ることが知られている。例えば fermion fractionization, monopole による陽子崩壊の触媒効果, cosmic string の超電導性などである。今日はこのうち第一の fermion fractionization (以下 FF と略称) に焦点をあて, Jackiw-Rebbi ¹⁾ 以来よく確立されていると思われる fermion 数の他に electric charge の fractionization が chiral anomaly を通じて起ることを示す。

1. Fermion number fractionization

トポロジカルに非自明な background soliton 場中での Fermi 場は index 定理で指定されるいくつかの zero mode を持つことが知られている。この zero mode に伴う operator は Clifford 代数 $\{b_i,$

$b_j\} = \delta_{ij}$ をみだし、この代数の表現としての soliton states は fractional な fermion 数を持った縮退状態 (縮退度 $= 2 \times \text{zero mode の数}$) となる。

このような現象が起ると期待される系としてはポリアセチレン中の soliton²⁾ や monopole-Higgs 場と couple した Fermi 場の系などがあげられる。前者については光の吸収スペクトルから zero mode (midway state) の存在は実験的にも確認されているようである。なお上記の系とは違ってある種の charge conjugation 不変性のない系では生起される fermion 数はもっと一般に spectral asymmetry という意味を持ち、そのとりうる値も一般に無理数でよい事が判っている。

さて本題に入ろう。ここで問題にする magnetic monopole は adjoint 表現に従う Higgs 場によってゲージ対称性のこわれた SU(2) ゲージ理論に存在するソリトン解でその発見を 't Hooft と Polyakov に負っている。そのより詳しい解説は例えば文献 3 にゆずるとしてここではこの解は Higgs 場の iso-spin の方向が " はりねずみ " のようになっている事が重要である事を注意しておきたい。

2 θ -vacuum

θ -vacuum の効果は次のような有効ラグランジアンで記述される。

$$\mathcal{L}_\theta = \begin{cases} \theta \frac{g^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}) = \frac{\theta g^2}{2\pi^2} \text{Tr}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) & (4\text{次元}) \\ \theta \frac{g}{4\pi} \epsilon^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \theta \frac{g}{2\pi} E & (\text{background 電場, } 2\text{次元}) \end{cases} \quad (1)$$

これらの term は Fermi 場の chiral 変換を行う事によって anomaly を通じて induce する事ができる。このことより θ -vacuum とは Fermi 場の chiral phase に物理的意味がある真空と特徴づける事ができる。例として二次元 QED では chiral order parameter が $\langle \bar{\phi}\phi \rangle \propto \cos \theta$ と θ 依存性を持つ事が知られている。

3. Monopoles in the θ -vacuum

さて monopole が θ -vacuum 中に存在すると何が起るであろうか? $\mathcal{L}_\theta$ 中の $\mathbf{B}$ に monopole 磁場を入れて書き直すと action に次のような寄与

$$\frac{\theta e}{\pi} (eg) \int d^3x \delta^3(\mathbf{x}) A_0(\mathbf{x}) \quad (2)$$

を与える事が判る。 $eg = \frac{1}{2}$ (Dirac の量子化条件) を使うと (2) 式は原点に charge $\frac{e\theta}{2\pi}$ が存在する事、つまり monopole は θ -vacuum 中では fractional charge $\frac{e\theta}{2\pi}$ を帯びる事になる⁴⁾。

4. Fractional electric charge on monopoles

先に θ は Fermi 場の chiral phase と密接な関係にある事を見たがそれでは Fermi 場の効果で前節のように fractional charge が monopole に induce されることはないであろうか? これを調べるために Dirac mass (普通の電子の持っている質量) と Higgs mass (adj. Higgs の真空期待値に起因

する質量)の両方を持った Fermi 場の質量行列を考える。unitary gauge ではそれは

$$\begin{pmatrix} m + \frac{1}{2} G v & 0 \\ 0 & m - \frac{1}{2} G v \end{pmatrix} \quad (3)$$

という形を持つ。次に与えられた Dirac mass m を fix して Higgs mass $\frac{1}{2} G v$ を zero から断熱的に増加させていく事を考える。 $\frac{1}{2} |G v| > m$ となった時 zero mode が発生し fermion 数が fractionize する。が同時に electric charge も fractionize する。何故ならば質量行列中のどちらかの element が負となり正の質量への chiral rotation は $\theta \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 項を induce し, monopole に charge を与えるからである。最初に bosonization を使って導かれた結果⁵⁾にこのような解釈を与えたのは Harrey⁶⁾であったが彼の議論は fundamental 表現に属する Fermi 場以外に対しては不充分であった。が最近筆者達によって大統一理論に存在する monopole を含めてこのような解釈が貫徹する事が示された。⁷⁾

monopole に induce される electric charge についての他の発展は超対称性に基づく大統一理論ではこの type の現象が必らず起る事⁸⁾超対称性に由来する縮退 (supermultiplet 構造) と topological zero mode による縮退は独立ではなく, むしろ後者は前者に含まれている事⁹⁾などが明らかにされている。

研究会の talk ではさらに最近の A. S. Goldhaber によって fractional charge 一般の存在に対する反証として提出された思考実験¹⁰⁾に言及した。彼の議論は $(F, Q) = (\text{fermion 数}, \text{charge}) = (\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4})$, $(\pm \frac{1}{2}, \mp \frac{1}{4})$ という二種類の fractionally charged monopole を用意し壁の両側にそれらを住わせる。(図1)

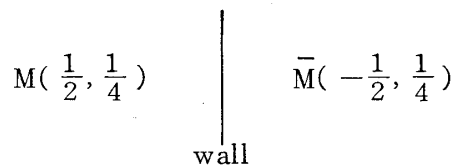


図 1

monopole M が壁を通して antimonopole $\bar{M}$ と消滅したとすると量子数 $(0, \frac{1}{2})$ の状態ができるが, これは fermion $(1, \pm \frac{1}{2})$, Higgs $(0, \pm 1)$ のいかなる組合せでも作れない量子数であるので矛盾であるというものである。

ところが我々の上に述べた解釈によると彼の思考実験に現れる壁は異った θ の世界を隔てているものであり従って axionic domain wall と同様な性質を持つべきものである。この壁を monopole が通過する時にどのような現象が起るかは Sikivie¹¹⁾によって調べられていて図1の monopole が壁を通る時これを electrical に excite し $\bar{M}$ と真反対の量子数を持つ monopole となり, $\bar{M}$ と消滅して net に真空の量子数を持つ粒子の巨大なシャワーになるはずである。したがって我々の立場に立つかぎり何も矛盾はなく彼の批判はあてはまらないことが解る。

結論として monopole に fermion 数のみならず electric charge が induce される現象は, chiral anomaly, θ -vacuum structure, Higgs 場のトポロジーの密接な interplay によってひき起される興味深い現象である。

文 献

- 1) R. Jackiw and C. Rebbi, Phys. Rev. **D13** (1976) 3396.
- 2) W. P. Su, J. R. Schrieffer and A. J. Heeger, Phys. Rev. **B22** (1980) 2099.
- 3) 日本物理学会誌 **39** (1984) No. 12, モノポール特集.
- 4) E. Witten, Phys. Lett. **86B** (1979) 283.
- 5) C. G. Callan, Phys. Rev. **D26** (1982) 2058.
- 6) J. A. Harvey, Phys. Lett. **131B** (1983) 104.
- 7) Y. Hirata and H. Minakata, Phys. Rev. **D34** (1986) 2519.
- 8) H. Minakata, Phys. Lett. **155B** (1985) 352.
- 9) H. Minakata, Phys. Rev. **D32** (1985) 2134.
- 10) A. S. Goldhaber, Phys. Rev. **D12** (1986) 3697.
- 11) P. Sikivie, Phys. Lett. **137B** (1984) 353.

量子ホール効果とトポロジカル不変量

東大・理 青 木 秀 夫
物 性 研 安 藤 恒 也

固体物理において特異な輸送現象の量子化である量子ホール効果に対し, (a)久保公式によるホール伝導度が, 磁場中で複素である波動関数の性質を特徴づけるトポロジカル不変量で与えられ, 厳密な量子化が証明されること, (b)このトポロジカル不変量の解析から自然に, 試料サイズや局在の程度等に依存する, 物理的に観測されるホール伝導度の振舞いが与えられることを示す。

1. 量子ホール効果

量子ホール効果¹⁾は, 磁場 (H) 中の 2 次元系のホール伝導度 (σ_{xy}) が, 電子の面密度の関数として, 一つのランダウ準位を満たす毎にステップとなるプラトーになり, その値が

$$\sigma_{xy} = -Ne^2/h \quad (N = \text{整数}) \quad (1)$$

に量子化される現象である。従来分かっていたのは, (a)プラトーにおいて σ_{xy} が平坦になるのは状態の局