

金融時系列の独立成分によるパターンの認識と特徴点抽出 (人工市場モデルにおいて生成された金融時系列への適用に関する一考察)

奥原 浩之[†], 柴田 淳子^{††}, 泉本 圭介[†], 田中 稔次朗[†]

[†] 広島県立大学経営学部経営情報学科 ^{††} 広島大学大学院工学研究科

Koji Okuhara[†], Junko Shibata^{††}, Keisuke Izumoto[†] and Toshihiro Tanaka[†]

[†]Hiroshima Prefectural University ^{††}Hiroshima University

1. はじめに

金融時系列の分析の目的の一つとして、分析結果を取引の意思決定に利用することで自己の効用の最大化を目指すことがあげられる。そのための手段として、従来の研究では状態推定モデルやニューラルネットを用いて時系列の正確な予測に大きな焦点が当てられている。

これに対して本研究では、時系列の正確な予測を前提とせず取引者の得る利得の期待値を大きくすることができる行動規範の提示について考える。そのために、まずミクロなレベルにおいて取引者の行動を単純化し、多数の非均質な取引者の合理的な行動を定式化し、マクロな価格の変動が取引者の行動へ影響するモデルを構築する。そのうえで、現実の価格変動のパターンに近い部分を認識し抽出することで、資源の供給者あるいは需要者の立場に応じて効用を大きくする行動規範をモデル化することを目指す。

近年、計算機シミュレーションにより、仮想的な人工市場を構築することで、市場における仮説の検証への取組みが盛んに研究されている。そこでは、市場に参加し取引を行う主体を非均質なエージェント群としてモデル化し、ミクロなエージェントの取引を通じてマクロな価格変動を発生させ分析することが行われている。これまでも、人工市場モデルにおける経済システムに関する研究 [1,2], 多数のエージェントの行動による価格形成に関する研究 [3,4] や各エージェントの利得の最大化を目指す仕組みに関する研究 [5,6] が行われている。

本研究では市場経済への参加の形態を供給と需要として、財とサービスは貨幣という対価で取引されるものとする。商品に対する貨幣の特定額である価格は、利益を最大化しようとする供給者と損失を最小化しようとする需要者の合意に基づいて決定される。市場に参加するエージェント、取引される市場や商品が多くなるとエージェントの振る舞いや価格の変動は複雑なものとなっていく。そのような状況下で各エージェントの利得の期待値を大きくする行動規範を、計算生態学におけるエージェントの創発的集団行動の観点から議論する。そこでは、市場において取引される商品の価格情報の正確さや時間遅れを考慮されている。さらには取引が行われる市場や商品に対するエージェントの選好までも組み込むことでエージェントの市場選択あるいは商品選択の振る舞いや価格の変動をモデル化する。そして、情報の正確さや時間遅れとエージェントの選好がそれらにどのような影響を与えているのかを分析したうえで、モデルと現実の価格変動の独立成分によるパターンの認識や特徴点抽出により分類を行うことを考える。

2. 金融時系列生成モデルの概要

本研究で用いた取引モデルの概要について述べる。 K 個の銘柄が存在し取引されているものとする。 N 人の供給者エージェントと M 人の需要者エージェントが銘柄の取引を行うものとする。供給者エージェントは自身の利得を最大にするべく売る銘柄を選択する。需要者エージェントは自身の損失を最小にするべく買う銘柄を選択する。ここでは、同時に売り買いを行うエージェントは存在しないものとする。エージェント i には銘柄 k に対する選好があり、それを ρ_{ik} で表す。選好には手数料や得られる利益に対する期待が反映しているものとする。また、銘柄 k の価格 $Price_k(t)$ の情報には、不正確さや時間遅れが生じる場合があり、それらを σ_k と τ_k で表す。銘柄 k の取引に参加しているエージェントのうち、銘柄に対する評価を変えるエージェントの割合を γ とする。さらに、全エージェントのうち、取引を行う銘柄を検討しなおすエージェントの割合を α とする。

時刻 t における、売り手 i ($i = 1, 2, \dots, N$) の銘柄 k ($j = 1, 2, \dots, K$) への供給状況を x_{ik} で表す。供給を行うなら $x_{ik} = 1$ とし、行わないなら $x_{ik} = 0$ とする。同様に、買い手の需要状況を y_{jk} で表す。

$$x_{ik}(t) = 1 \text{ or } 0, \quad (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, K). \quad (1)$$

$$y_{jk}(t) = 1 \text{ or } 0, \quad (j = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, K). \quad (2)$$

各売り手は銘柄を 1 単位供給する。このことは、売り手 i が銘柄 k に供給する ($x_{ik} = 1$) なら、銘柄 k 以外には供給できない ($x_{ik'} = 0, k' \neq k$) ことを意味する。したがって、決定変数 x_{ik} は以下の制約条件を満たす。同様に、買い手の制約条件も考える。

$$\sum_{k=1}^K x_{ik}(t) = 1, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad \sum_{k=1}^K y_{jk}(t) = 1, \quad (j = 1, 2, \dots, M). \quad (3)$$

銘柄 k への総供給量と総需要量は、

$$X_k(t) = \sum_{i=1}^N x_{ik}(t), \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad Y_k(t) = \sum_{j=1}^M y_{jk}(t), \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad (4)$$

となる。銘柄 k に対して形成された価格 $Price_k(X, Y)$ は、

$$Price_k(X_k, Y_k) = \frac{2a_k}{1 + \exp\{-U_k(X_k, Y_k)/T_k\}}, \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad (5)$$

で与える。ただし、 T_k は銘柄 k の感度を表す。関数 $U_k(X_k, Y_k)$ は以下で定義される。

$$U_k(X_k, Y_k) = \log \left\{ \frac{1 + b_k^y Y_k(t)}{1 + b_k^x X_k(t)} \right\} \quad (6)$$

ここで、 b_k^x, b_k^y は正の定数である。

更に、売り手 i が銘柄 k に供給するときの手数料を C_{ik} とすると、供給により得られる利益 $G_{ik}(t)$ は、銘柄価格 $P_k(X_k)$ と手数料 C_{ik} の差で表される。

$$G_{ik}(t) = a_k - b_k X_k(t) - C_{ik} = a_k - b_k \sum_{k=1}^N x_{kj}(t) - C_{ik}, \quad (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, M). \quad (7)$$

したがって、銘柄 k により生み出される供給者 i の売上 ${}_x G_{ik}(t)$ と需要者 j に生じる費用 ${}_y G_{jk}(t)$ は、

$${}_x G_{ik}(t) = \text{Price}_k(X_k, Y_k) - C_{ik} \quad (i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K). \quad (8)$$

$${}_y G_{jk}(t) = y_j(0) - \{\text{Price}_k(X_k, Y_k) + C_{jk}\} \quad (j = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, K). \quad (9)$$

となる。ここで、 $y_j(0)$ は需要者の初期に所持している金額を表すものとする。そのため、銘柄 k により生じる総売上と総費用は

$${}_x G_k(t) = \sum_{i=1}^N {}_x G_{ik}(t) x_{ik}(t), \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad (10)$$

$${}_y G_k(t) = \sum_{j=1}^M {}_y G_{jk}(t) y_{jk}(t), \quad (k = 1, 2, \dots, K). \quad (11)$$

となる。

3. 利得の期待値を高める行動規範

ここでは、供給エージェントに着目して議論するが、需要エージェントについても同様な議論が適用可能である。まず、時刻 t において、集団 R_l の中で銘柄 j に供給する戦略 s の売り手数の集団 R_l に属する全売り手数に対する割合を $f_{lj,s}(t)$ とする。このとき、集団 R_l の中で銘柄 j に供給する売り手数 $N_{lj}(t)$ の集団 R_l に属する全売り手数 $N_l(t)$ に対する割合 $f_{lj}^{\text{market}}(t) (= N_{lj}(t)/N_l(t))$ は、

$$f_{lj}^{\text{market}}(t) = \sum_{s=1}^S f_{lj,s}(t), \quad (l = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, M). \quad (12)$$

で与えられる。そして、集団 R_l の中で戦略 s である売り手数 $N_{l,s}(t)$ の集団 R_l に属する全売り手数 $N_l(t)$ に対する割合 $f_{l,s}^{\text{type}}(t) (= N_{l,s}(t)/N_l(t))$ は、

$$f_{l,s}^{\text{type}}(t) = \sum_{j=1}^M f_{lj,s}(t), \quad (l = 1, 2, \dots, L, s = 1, 2, \dots, S). \quad (13)$$

で表される。これらは、以下の条件式を満たしている。

$$\sum_{j=1}^M f_{lj}^{\text{market}}(t) = \sum_{s=1}^S f_{l,s}^{\text{type}}(t) = 1 \quad (14)$$

単独で自律的に行動するエージェントが、いくつかの資源を繰り返し利用しているシステムについて考える。エージェントは不確かさを含む τ 時間前の情報をもとに、次に利用する資源を選択する。つまり、エージェントは時刻 $(t - \tau)$ でより多くの利益を得られた資源を選択する。集団 R_l において、資源 j を利用している戦略 s のエージェントの集団 R_l に属する全エージェント数に対する割合 $f_{lj,s}$ は、時刻 t において、

1. 全体のうち割合 γ のエージェントが戦略を変更する。この場合、戦略を変更したエージェントは、 τ 時間前の情報をもとに確率 $\eta_{l,s}$ で戦略 s になる。割合 $(1 - \gamma)$ のエージェントは戦略を変更しない。
2. 次に、全エージェントのうち割合 α のエージェントが資源を再評価する。この場合、再評価した戦略 s のエージェントは、 τ 時間前の情報をもとに確率 $\rho_{lj,s}$ で資源 j を選択する。再評価しないエージェントは、前の時刻と同じ資源を利用する。

これらの結果、集団 R_l の中で資源 j を利用している戦略 s のエージェントの割合 $f_{lj,s}$ の時間変化は、

$$f_{lj,s}(t+1) = f_{lj,s}(t) + \alpha \{f_{l,s}^{\text{type}}(t) \rho_{lj,s}(t) - f_{lj,s}(t)\} + \gamma \{f_{lj}^{\text{market}}(t) \eta_{l,s}(t) - f_{lj,s}(t)\} \quad (15)$$

で与えられる。ただし、 α ($0 \leq \alpha \leq 1$) は資源を再評価する割合、 γ ($0 \leq \gamma \leq 1$) は戦略変更を行う割合を表す。ここで、 $\rho_{lj,s}(t)$ は集団 R_l において戦略 s のエージェントが資源 j を好む確率であり次のように表される。

$$\rho_{lj,s}(t) = \frac{P_{lj,s}(t)}{\sum_{j=1}^M P_{lj,s}(t)} \quad (16)$$

$$P_{lk,s}(t) = 1 + \operatorname{erf} \left(\frac{G_k^l(t-\tau) - G_0^l(t-\tau) + \mu u}{\sqrt{2}\sigma} \right), \quad (k \in \{1, 2, \dots, M\})$$

$$P_{lk',s}(t) = 1 + \operatorname{erf} \left(\frac{G_{k'}^l(t-\tau) - G_0^l(t-\tau) - \mu u}{\sqrt{2}\sigma} \right), \quad (k' \in k \setminus \{1, 2, \dots, M\})$$

$$s = n + 1, \quad u = -q + \frac{2(s-1)}{S-1}q, \quad n = 0, 1, \dots, S-1 \quad (S \geq 2)$$

で与えられる。 μ は利益と好みの次元をそろえるためのパラメータである。 u は $-q$ から q までの間を、等間隔に S 個に分けた値を用いる。 $u > 0$ であれば資源 k ($k \in \{1, 2, \dots, M\}$) をより好むエージェントであることを示し、 $u < 0$ であれば資源 k' ($k' \in k \setminus \{1, 2, \dots, M\}$) をより好むエージェントであることを示す。つまり、エージェントは u が T に近いほど資源 k をより好み、 $-q$ に近づくほど資源 k' をより好む。ただし、 $S=1$ のとき $u=q$, $s=1$ である。これは、集団 R_l に属するすべてのエージェントが資源 k を好み、資源 k' を好まないことを表す。また $q=0$ とすると、パイアスのない Hogg-Huberman モデルに一致する [7]。更に、 τ は情報の時間遅れを表し、 τ の値が大きくなるほどエージェントは遅れた情報により資源選択を行う。また、 σ は情報の不確かさを表すパラメータである。 $0 \ll \sigma < 1$ の場合、情報は正確に伝わり、 $\sigma \rightarrow \infty$ になるに従って情報は不正確になり、エージェントはすべての資源を同じ確率で選択する。 $\operatorname{erf}(x)$ は誤差関数

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (17)$$

であり、 $G_0^l(t-\tau)$ は集団 R_l において時刻 $(t-\tau)$ に各資源から得られる利益の平均

$$G_0^l(t-\tau) = \frac{\sum_{j=1}^M G_j^l(t-\tau)}{M} \quad (18)$$

である。また、 $\eta_{ls}(t)$ は集団 R_l において戦略 s を好む確率であり次のように与えられる。

$$\eta_{ls}(t) = \frac{Q_{ls}(t)}{\sum_{s=1}^S Q_{ls}(t)} \quad (19)$$

ただし、

$$Q_{ls}(t) = \sum_{j=1}^M f_{lj,s}(t) G_j^l(t-\tau) \quad (20)$$

である。式 (19) の分母は集団 R_l に属するエージェントが受ける全利益を表し、分子は集団 R_l における戦略 s のエージェントが受ける利益を表している。

式 (15) を資源 j について和をとると、集団 R_l において、次の時刻で戦略 s であるエージェント数の集団 R_l に属する全エージェント数における割合は

$$f_{ls}^{type}(t+1) = f_{ls}^{type}(t) + \gamma \{ \eta_{ls}(k) - f_{ls}^{type}(t) \} \quad (21)$$

となる。また、戦略 s について和をとると、集団 R_l において、次の時刻で資源 j を利用するエージェント数の集団 R_l に属するエージェント数における割合は

$$f_{lj}^{market}(t+1) = f_{lj}^{market} + \alpha \left\{ \left[\sum_s f_{ls}^{type}(t) \rho_{lj,s}(t) \right] - f_{lj}^{market}(t) \right\} \quad (22)$$

となる。

式 (15) は、売り手が時間遅れや不確かさを含む銘柄情報を利用し、利益と銘柄に対する好みを考慮したとき、次の時刻に売り手の利益が最大になるような予測を表している。あくまでも「予測」であるので、集団 R_l に属するエージェントが $f_{lj,s}$ ($s=1, 2, \dots, S$) の値が大きい資源、つまりより高い利益を受けるような資源を選択するとは限らない。したがって、集団 R_l に属するエージェント k (ただし、 $k \in R_l$) の次の時刻 $(t+1)$ における銘柄選択は

$$\begin{aligned} \Pr(x_{kj}(t+1) = 1) &= \frac{\max\{f_{lj,s}(t+1)\}}{\sum_{j=1}^M \sum_{s=1}^S \max\{f_{lj,s}(t+1)\}} \\ &= \max\{f_{lj,s}(t+1)\}, \quad (R_l \in \{1, 2, \dots, N\}, l = 1, 2, \dots, L). \end{aligned} \quad (23)$$

を使って、ルーレット方式で確率的に行う。

4. 高速独立成分分析の概要

観測された M 個の観測データ $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \in \mathbb{R}^M \times \mathbb{R}^1$ がそれぞれ $N \leq M$ 個の互いに独立な未知の信号源 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^1$ の線形結合 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t)$ で与えられているものとする。ここで、 $\mathbf{A}$ は $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^M$ の混合行列である。独立成分分析は観測データ $\mathbf{x}(t)$ から N 個の各成分が独立となる信号源 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$ を取出すことである。ここで、 $\mathbf{W}$ は $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^M$ の行列である。

独立成分分析のためには信号源が非ガウス型の確率分布に従うことを仮定する。非ガウス性の測度として、尖頭度あるいは 4 次のキュムラントやネグントロピーを考えることができる。ここでは、ネグントロピーの近似 $J(y) \propto [E\{G(y)\} - E\{G(\nu)\}]^2$ の最大化を利用する。ここで、 y は平均 0、分散 1 となる変数、 ν は平均 0、分散 1 の規格化された

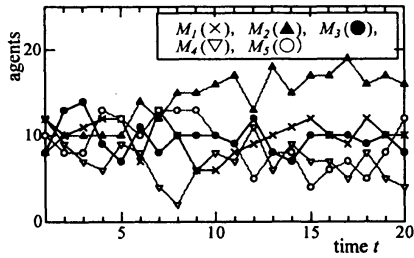


Figure 1 The changing number of supply agents
($\sigma_x = 0.05, q_x = 0.5$).

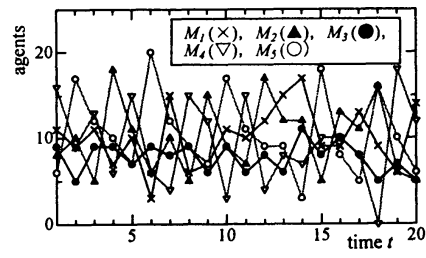


Figure 2 The changing number of demand agents
($\sigma_y = 0.05, q_y = 0.5$).

ガウス型変数、関数 G は非 2 次関数であり、 $G(y) = (1/a) \log \cosh ay$, ($1 \leq a \leq 2$) や $G(y) = -\exp(-y^2/2)$ などが考えられている [8]. 通常の独立成分分析が変数 y の確率密度 $p(y)$ から得られるエントロピー $H(y) = -\int p(y) \log p(y) dy$ を用いて定義される相互情報量 $I(y) = \sum_{i=1}^N H(y_i) - H(y)$ に対する勾配法により、変化量導出アルゴリズムは学習率 η を考慮して $\Delta W = \eta [I + G'(y)y^T] W$ で求められるのに対して、高速独立成分分析はパラメータの設定の必要がなく早い収束が実現できる。

高速独立成分分析の変化量導出アルゴリズムは

$$\Delta W = \text{diag}(\alpha_i) [\text{diag}(\beta_i) + E\{G'(y)y^T\}] W \quad (24)$$

となる。ここで、

$$\alpha_i = \frac{1}{E\{G''(y_i)\} - \beta_i}, \quad \beta_i = -E\{y_i G'(y_i)\} \quad (25)$$

である。

独立成分分析を金融時系列パターン分析へ適用した研究として、独立成分分析でインパルス応答を抽出し情報の価格への影響分析 [9]、経済データにおける隠れ因子の発見 [10] や株価の変動パターンにおける特徴点抽出 [11] などがある。本研究では独立成分分析により得られた行列 W の疑似逆行列 W^+ を用いて類似度を

$$D(x_i, x_j) = \left\| \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{w_{i,n}^+}{\sqrt{\sum_{l=1}^N (w_{i,l}^+)^2}} \frac{w_{j,l}^+}{\sqrt{\sum_{l=1}^N (w_{j,l}^+)^2}} \right\} \right\| \quad (26)$$

で定義してパターンの分類を行うことを提案する。 $0 \leq D(x_i, x_j) \leq 1$ であり、1 に近いほど類似パターンであることを示している。

5. 数値実験の結果ならびに考察

ここで、供給エージェントが 50 人、需要エージェントが 50 人からなるマルチエージェントシステムにおいて 5 つの銘柄が取引されている場合を考える。各エージェントごとの手数料を含む好みの違いを銘柄までの距離で与えるものとする。パラメータは $\alpha = 0.7$, $\mu = 100$ として、情報の遅れはない ($\tau = 0$) ものとする。その他のパラメータを以下のように与えた。

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 1.0, \\ a_1 &= a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 1.0, \\ b_k^x &= b_k^y = 120, \quad k = 1, 2, \dots, 5. \end{aligned}$$

図 1 に 5 つの銘柄ごとに各銘柄を売る供給エージェント数の推移を表している。ここでは、500 回取引が行われるうちの最初の 20 回分について示している。図 2 に 5 つの銘柄ごとに各銘柄を買う需要エージェント数の推移を表している。

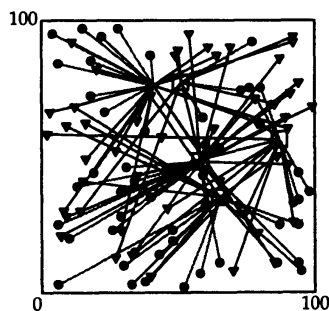


Figure 3 The state of market selection
($\sigma_x = 0.05, q_x = 0.5, \sigma_y = 0.05, q_y = 0.5$).

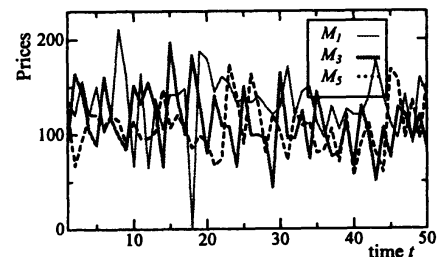


Figure 4 The change of market price
($\sigma_x = 0.05, q_x = 0.5, \sigma_y = 0.05, q_y = 0.5$).

500 回取引が行われた後の各エージェントがどの銘柄に関係しているかを示したものが図 3 である。ここで、●は供給エージェントを表し、▽は需要エージェントを表す。各エージェントは選好のみならず、自己の価格に対する効用を大きくするため自分と離れた配置にある銘柄を取引していることがわかる。

図 4 は各銘柄の価格の変動を示す。供給エージェントと需要エージェントの選好の程度に応じて多様な価格変動が生じていることがわかる。図 5 は供給エージェント全体と需要エージェント全体の利得の平均を示したものである。このことから、供給エージェントも需要エージェントも自己の効用をより高めるために頻繁に取引する銘柄を変えることから生じる変動が確認できる。

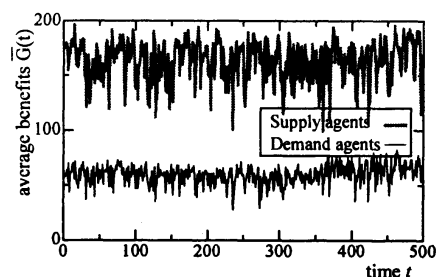


Figure 5 Dynamics of average benefits for supply agent and demand agent

($\sigma_x = 0.05, q_x = 0.5, \sigma_y = 0.05, q_y = 0.5$).

最後に、M 商事の 1992 年 5 月 26 日から 2002 年 10 月 7 日のうち 500 日分の終値のチャートについて、モデルにより得られた価格変動の時系列との類似度によるパターン認識による分類を行った結果を表 1 に示す。この結果から、発生した時系列のうちでパラメータ $\sigma_x = 0.05, q_x = 0.5, \sigma_y = 0.05, q_y = 0.5$ のときの銘柄 4 のパターンが最も近いものであることが認識できる。

Table 1 Similarity of price fluctuations

$(\sigma_x, q_x, \sigma_y, q_y)$	M1	M2	M3	M4	M5	M 商事
0.05, 3000, 0.05, 3000	0.0775	0.6121	0.0889	0.4564	0.0830	1
0.05, 0.5, 0.05, 3000	0.8384	0.6230	0.4798	0.9290	0.0359	1
0.05, 0.5, 0.05, 0.5	0.8	0.8	0.8	*0.9879	0.1414	1

6. まとめ

本研究では、時系列の正確な予測を前提とせず取引者の得る利得の期待値を大きくすることができる行動規範の提示について考えた。そのために、まずミクロなレベルにおいて取引者の行動を単純化し、多数の非均質な取引者の合理的な行動を定式化し、マクロな価格の変動が取引者の行動へ影響するモデルを構築した。そこで、各エージェントの利得の期待値を大きくする行動規範を計算生態学におけるエージェントの創発的集団行動の観点から定式化した。そして、情報の正確さや時間遅れとエージェントの選好がそれらにどのような影響を与えているのかを分析したうえで、モデルと現実の価格変動の独立成分によるパターンの認識や特徴点抽出により分類を行うことを提案した。

参考文献

- [1] 寺野隆雄, 倉橋節也, “エージェントシミュレーションと人工社会・人工経済”, 人工知能学会誌, Vol. 15, No. 6, pp. 966-973 (2000).
- [2] 川村秀憲, 大内東, 車谷浩一, “マルチエージェント経済学のためのシミュレーションプラットフォームの提案”, セルオートマトン・シンポジウム講演論文集, pp. 40-44 (2001).
- [3] 兼平大輔, 川村秀憲, 大内東, 車谷浩一, “金融商品の価格学習エージェント群への情報提示の方法と市場のマクロ構造の変化の関連に関する研究”, セルオートマトン・シンポジウム講演論文集, pp. 51-56 (2001).
- [4] 貝原俊也, “仮想市場を内包した電子商取引サーバの提案”, 電気学会論文誌, C, Vol. 122, No. 4, pp. 713-719 (2002).
- [5] 松本康男, 藤田悟, “複数商品に対する最適利得を獲得する自動入札エージェント”, 電子情報学会論文誌, D-I, Vol. J84-D-I, No. 8, pp. 1275-1282 (2001).
- [6] 松野陽一郎, 山崎達也, 松田潤, 石井信, “相手モデル学習を取り入れたマルチエージェント系の強化学習”, 電子情報学会論文誌, D-I, Vol. J84-D-I, No. 8, pp. 1150-1159 (2001).
- [7] B. A. Huberman and T. Hogg, The Ecology of Computation, ed. B. A. Huberman, pp. 77, North-Holland, Amsterdam, (1988).
- [8] A. Hyvarinen and E. Oja, “A fast fixed-point algorithm for independent component analysis”, *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 9, pp. 1483-1492 (1997).
- [9] 前川聡, 藤原義久, “独立成分分析による合理的バブルの観測”, 知能と複雑系, Vol. 115, No. 9, pp. 63-68 (1999).
- [10] K. Kiviluoto and E. Oja, “Independent component analysis for parallel financial time series”, *Proc. ICONIP'98*, Vol. 2, pp. 895-898 (1998).
- [11] A. D. Back and A. S. Weigend, “A first application of independent component analysis to extracting structure from stock returns”, *Proc. International Journal of Neural Systems*, Vol. 8, No. 5 (1997).