

氏 名	徳 永 宏 とく なが ひろし
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 509 号
学位授与の日付	昭 和 51 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	The Statistical Theory of One-Dimensional Turbulence in a Compressible Fluid (圧縮性流体における一次元乱流の統計理論)

論文調査委員 (主 査) 教 授 巽 友 正 教 授 松 原 武 生 教 授 富 田 和 久

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は圧縮性流体における一次元乱流の統計的性質を論じたものである。一様な圧縮性流体における一次元攪乱は音波として伝播するが、攪乱が有限の大きさをもつ場合には音波は衝撃波、膨張波、接触不連続面などの非線形波に移行する。従って、圧縮性流体における一次元乱流はこれらの非線形波の不規則な集まりと考えられる。

圧縮性流体における一次元運動は一般に、速度 u 、密度 ρ 、圧力 p 、温度 T などの場の変数を支配する連続方程式、運動方程式、エネルギー方程式、および状態方程式を解くことによって決定される。しかし、これらの方程式は非線形であり、このような方程式系を一般的かつ厳密に解くことは極めて困難である。ところが、近年、非線形波動論においてこの種の非線形方程式系を取扱う特異摂動法が開発され、その一つである Taniuti(1968) その他による還元摂動法を適用するとき、これらの方程式は単一の Burgers 方程式に帰着することが示される。この方程式の解は衝撃波および膨張波を表し、従って、この近似では接触不連続面は現われないことになる。

圧縮性流体においては、乱れのエネルギーとしては運動エネルギー $\mathcal{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \rho u^2$ のほかに、乱れの内部エネルギー $\mathcal{E}_{\text{int}} = [a_0^2 \rho_0 / \gamma(\gamma - 1)] \cdot (\rho / \rho_0)^\gamma$ (ρ_0 : 乱されない状態での密度, a_0 : 同じく音速, γ : 定圧定積比熱の比) をも併せて考えなければならず、両者の和である力学的エネルギー $\mathcal{E}_{\text{mech}} = \mathcal{E}_{\text{kin}} + \mathcal{E}_{\text{int}}$ が本質的な意味をもつ。乱れの場においては、 $\mathcal{E}_{\text{kin}}$ および $\mathcal{E}_{\text{int}}$ はそれぞれ時間的に激しく変動するが、両者は共通の平均値 $\frac{1}{2} \mathcal{E}_{\text{mech}} t$ をもち、また両者の和である $\mathcal{E}_{\text{mech}}$ は時間的に極めて緩やかにしか変動しないことが示される。すなわち、運動および内部エネルギーの間にはエネルギーのやりとりが行なわれるが、平均としては両者の間には等分配則が成立っている。

本論文においては以上の解析に加えて、還元摂動法を施す前の基礎方程式を Lax-Wendroff の差分法を用いて直接数値計算によって種々の統計量を導き出している。まず、乱れのエネルギーに関しては、上に導いた $\mathcal{E}_{\text{kin}}$, $\mathcal{E}_{\text{int}}$, $\mathcal{E}_{\text{mech}}$ の振舞いは、数値計算の結果によっても裏づけられ、さらに、力学的エネルギー

は $\mathcal{E}_{\text{mech}} \propto t^{-0.9}$ の形で時間的に単調に減衰することが示された。これは、別の漸近理論による減衰則 $\mathcal{E}_{\text{mech}} \propto t^{-1}$ と極めて良く合致している。

力学的エネルギーのスペクトル $\mathcal{E}_{\text{mech}}(k)$ (k : 乱れの波数) は、低波数帯では $\mathcal{E}_{\text{mech}}(k) \propto k^{-2}$ 、高波数帯では $\mathcal{E}_{\text{mech}}(k) \propto e^{-\alpha k}$ (α : 定数) となることが示された。前者は衝撃波の不連続性を、そして後者は衝撃波の内部構造を表しており、いずれも解析の結果を見事に裏づける結果である。

エネルギー・スペクトルの Fourier 変換として定義される相関関数 $R(r)$ (r : 二点間の距離) は、この場合、 r の大きな値に対して負の値をとることが示される。これは渦乱流の縦相関が一般にすべての r に対して正の値をとるものとされているのに対比して、衝撃波乱流の一つの特徴を示すものと思われる。

参考論文二編はいずれも圧縮性流体における一次元および二次元の衝撃波乱流を取扱っており、それらに還元摂動法を適用した場合、いずれも本質的には二つの Burgers 乱流の重ね合わせに帰着できることを示し、衝撃波乱流の統計的性質を定性的に論じている。

論文審査の結果の要旨

通常の乱流現象においては乱れの速度は一般に音速に比べて極めて小さく、流れは非圧縮と考えることができる。非圧縮性流体の運動は横運動で、その代表的なものは渦である。従って、乱流は常識的な意味では不規則な渦運動と見なされる。一方、これに対して、流体の圧縮性を考慮した場合、縦運動の自由度が存在し、それは音波の形で現われる。音波が不規則的に起こるとき、いわゆる雑音または騒音となるが、これもまた一種の乱流と考えなければならない。音波はその強さが微小である間は音波のままに止まるが、有限の大きさをもつ場合には、衝撃波、膨張波、接触不連続面などの非線形波に移行する。従って、圧縮性流体における不規則な縦運動は、あらゆる方向に伝播する各種の非線形波、とくにその代表的なものとして衝撃波の集まりと考えることができる。

本論文はこのような圧縮性流体における衝撃波乱流の統計的性質を解析的および数値的方法を用いて論じたものである。一般に、流体の縦運動と横運動とは独立ではないから、衝撃波乱流と通常の渦乱流との間には相互作用が働く。しかし、この相互作用の大きさは、流れの速度の音速との比に対して極めて高次の無限小であるから、比較的弱い衝撃波乱流においては無視することができる。本論文では、この相互作用のない純粹の衝撃波乱流だけに着目し、一次元の乱れの場合を取扱っている。

圧縮性流体の一次元運動は一般に、速度 u 密度 ρ 、圧力 p 温度 T などの場の変数を支配する方程式を解くことによって決定されるが、これらの非線形方程式系を一般的かつ厳密に解くことは困難である。しかし、乱れが比較的弱い場合には、Taniuti(1968) その他による還元摂動法を用いれば、これらの方程式系は Burgers 方程式と呼ばれる単一の非線形方程式に帰着することが示される。本論文ではまずこの方法を用いて乱れの統計的性質を解析的に論じている。

圧縮性流体においては、乱れのエネルギーとしては通常の運動エネルギーのほかに乱れの内部エネルギーをも併せて考える必要があり、両者の和である力学的エネルギー $\mathcal{E}_{\text{mech}}$ が本質的な意味をもつ。乱れの場合においては、運動および内部エネルギーは共通の平均値 $\frac{1}{2}\mathcal{E}_{\text{mech}}$ のまわりに時間的に激しく変動するが、力学エネルギー $\mathcal{E}_{\text{mech}}$ は極めて緩やかにしか変化しないことが示される。すなわち、平均的な意味で

は運動および内部エネルギーの間に等分配則が成立っている。

本論文においては以上の解析に加えて、基礎方程式を直接数値積分することによって、乱れの種々の統計量を求めている。まず、乱れのエネルギーに関しては、上の各種エネルギーの振舞いは数値的な結果によっても裏づけられ、さらに、力学的エネルギーは $\mathcal{E}_{\text{mech}} \propto t^{-0.9}$ の形で減衰することが示されるが、これは別の漸近理論の結果 $\mathcal{E}_{\text{mech}} \propto t^{-1}$ と極めて良く合致している。

最も重要な統計量の一つである力学的エネルギーのスペクトル $\mathcal{E}_{\text{mech}}(k)$ (k : 乱れの波数) は、低波数帯では $\mathcal{E}_{\text{mech}}(k) \propto k^{-2}$ 、高波数帯では $\propto e^{-\alpha k}$ (α : 定数) となることが示された。前者は衝撃波の不連続構造を、そして後者はさらにその連続な内部構造を表しており、いずれも解析的結果を見事に裏づけている。

参考論文二編は、それぞれ圧縮性流体における一次元および二次元の衝撃波乱流を取扱っており、本論文の先駆をなすものである。

以上を総合して、本論文は乱流理論の中で比較的未開拓の領域である圧縮性乱流について、その統計的性質をはじめて統一かつ定量的に解明したものであり、その成果は乱流理論のみならず流体物理学全般に対しても寄与するところが大きい。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。