

葉層構造に随伴されるコホモロジーについて

豊田高事 伊藤敏和

§0. Introduction

1975年に、J. Heitsch が [1] で Gelfand-Fuchs のベクトル場のリー環の cohomology [5] をまねて foliation に随伴する cohomology $H^*(\pi; \mathcal{V}^*)$ を作った。これは、basic connection (Bott connection) によって与えられる表現で normal bundle $\mathcal{V}$ -係数の foliation に接する vector field のリー環の cohomology である。

そして、J. Heitsch は K. Kodaira and D. C. Spencer の [6] をまねて foliation π の deformation π_s を与えたとき、この deformation より構成される infinitesimal な量を $H^1(\pi; \mathcal{V})$ の中に定義する。さらに、J. Heitsch は [2] において、この infinitesimal な量をもちいて secondary characteristic classes の微分を考えた。

一方、我々は secondary characteristic classes の

vanishing theorem に関する十分条件を与えるために、cohomology $H^*(\mathcal{F}; D)$ を作つた。これは J. Heitsch の記号でも、 τ 書けば $H^*(\tau; \mathcal{V}^*)$ である。

§ 1. で、我々は J. Heitsch の cohomology $H^*(\tau; \mathcal{V})$ について述べ、特に余次元 1 の normal bundle が自明な葉層構造については § 2 との比較の都合上で詳しく述べる。そして、§ 2. で、我々の得た結果 (定理 2.7) を述べる。さらに、Roussarie の例をもちいて具体例を上げ、その中で生じる問題を又々提出する。

この報告の中であつかう対象はすべて smooth (C^∞) の範囲で考えている。

§ 1. J. Heitsch の cohomology $H^*(T(\mathcal{F}); \mathcal{V}(\mathcal{F}))$

まず、J. Heitsch が [1] で作つた cohomology をおもいおこすことから始める。

$\mathcal{F}$ を n 次元多様体 M 上の余次元 q の foliation とする。 $T(\mathcal{F})$, $\mathcal{V}(\mathcal{F})$ でも、それぞれ $\mathcal{F}$ の tangent bundle と $\mathcal{F}$ の normal bundle を表わし、 $\mathcal{V}(\mathcal{F})$ 上に導入される Basic connection (Bott connection) を ∇ で表わす。

定義 1.1 $\sigma \in \Gamma(\bigwedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}(\mathcal{F}))$ に対して、 $\hat{d}\sigma \in \Gamma(\bigwedge^{p+1} T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}(\mathcal{F}))$ を次のように定義する。

$$(1) (\hat{d}\sigma)(X_0, \dots, X_p) = \sum_{0 \leq i \leq p} (-1)^i \nabla_{X_i} \sigma(X_0, \dots, \hat{X}_i, \dots, X_p) \\ + \sum_{0 \leq i < j \leq p} (-1)^{i+j} \sigma([X_i, X_j], X_0, \dots, \hat{X}_i, \dots, \hat{X}_j, \dots, X_p)$$

ここで, $X_0, \dots, X_p \in \Gamma(T(\mathcal{F}))$ とする。

すると, Basic connection ∇ の性質と形式的な丁寧な計算によ, τ 次の Lemma が成立する。あるいは(1)の局所表示をすることによ, τ も次の Lemma は証明できる。

Lemma 1.2

$$(2) \quad \hat{d} \circ \hat{d} = 0$$

よ, τ (1) と (2) から $\{\Gamma(\wedge^* T(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}(\mathcal{F})), \hat{d}\}$ は complex になるから, この complex の homology を $H^*(T(\mathcal{F}); \mathcal{V}(\mathcal{F}))$ とかく。

次に foliation $\mathcal{F}$ の deformation から $H^1(T(\mathcal{F}); \mathcal{V}(\mathcal{F}))$ の元を構成する。

n 次元多様体 M のリーマン計量を 1 つ決めておく。 s をパラメーターとして, $\mathcal{F}_s$ は M 上の余次元 ℓ foliation とし, $\mathcal{F}_0 = \mathcal{F}$ とする。 $T(M) = T(\mathcal{F}_s) \oplus \mathcal{V}(\mathcal{F}_s)$ と思ひ,

$\pi_s; T(M) \longrightarrow T(\mathcal{F}_s)$, $\pi_s^\perp; T(M) \longrightarrow \mathcal{V}(\mathcal{F}_s)$ を natural projection とする。又, $\mathcal{V}(\mathcal{F}_s) = T(M) / T(\mathcal{F}_s)$ と思う。

定義 1.3 $\mathcal{F}_s$ に随伴される $\Gamma(T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}(\mathcal{F}))$ の元 σ を次のように定義する。

$$(3) \quad \sigma(X) = \pi_0^{-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial s} \pi_s(X) \right\}_{s=0} \quad \text{for } X \in T(\mathcal{F})$$

この σ を $\mathcal{F}_s$ に随伴される infinitesimal deformation といい。

Proposition 1.4

$$\hat{d}\sigma = 0 \quad \text{i.e. } [\sigma] \in H^1(T(\mathcal{F}); \mathcal{V}(\mathcal{F}))$$

Proposition 1.5

Y を M 上の complete vector field とし, $\lambda = \langle Y \rangle \in T(\mathcal{V}(\mathcal{F}))$ とおく。さらに, Y の 1-パラメータ一部分群を φ_s とする。このとき, $\mathcal{F}_s = \varphi_s^* \mathcal{F}$ でもって定義される $\mathcal{F}$ の deformation を考え, $\mathcal{F}_s$ に随伴される infinitesimal deformation σ は次の関係式を満たしている。

$$\hat{d}\lambda = \sigma$$

上の二つの命題の証明は略するが, 次に述べる余次元 1 の normal bundle が自明な foliation の場合の計算が, 命題 1.4 と 1.5 の証明のカラクリを我々に明示してくれる。

ω を M 上の non-singular な完全積分可能 1-形式とする。

$$(4) \quad d\omega = \xi \wedge \omega, \quad \text{ここで } \xi \text{ は } M \text{ 上の 1-形式である。}$$

M 上の余次元 1 の foliation $\mathcal{F}$ は $\{\omega = 0\}$ の解として定義される。さらに, M 上の vector field X は $\omega(X) = 1$ となるものとする。このとき, $\mathcal{V}(\mathcal{F})$ 上の basic connection ∇ は

$$\nabla_Y X = \pi^{-1}([Y, X]) = \omega([Y, X]) \cdot X \quad \text{for } Y \in T(\mathcal{F})$$

なる性質をもっている。だから, (4) より

$$(5) \quad \nabla_Y X = -\xi(Y)X \quad \text{for } Y \in T(\mathcal{F})$$

となる。そこで, (1) の $\hat{d}$ をもう一度書きなおしてみる。

$$\begin{aligned} \sigma = \sigma \otimes X \in T(\wedge^1 T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}(\mathcal{F})), \quad Y_1, Y_2 \in T(\mathcal{F}) \text{ に対して,} \\ \hat{d}(\sigma \otimes X)(Y_1, Y_2) = \nabla_{Y_1}(\sigma(Y_2)X) - \nabla_{Y_2}(\sigma(Y_1)X) \\ - \sigma([Y_1, Y_2])X = (d\sigma - \xi \wedge \sigma) \otimes X(Y_1, Y_2) \end{aligned}$$

このことから, 一般に $\sigma = \sigma \otimes X \in T(\wedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}(\mathcal{F}))$ についても同様のことが成立することが容易にわかる。

$$(6) \quad \hat{d}(\sigma \otimes X) = (d\sigma - \xi \wedge \sigma) \otimes X$$

一方, $s \in \mathbb{R}$ に対して, ω_s を M 上の non-singular な完全積分可能な 1-形式とし, $\omega_0 = \omega$, X_s は M 上の vector field で $\omega_s(X_s) = 1$ を満たし, $X_0 = X$ とする。この ω_s により定義される infinitesimal deformation σ は (3) より

$$\begin{aligned} Y \in T(\mathcal{F}) \text{ に対して, } \sigma(Y) &= -\omega\left(\frac{\partial}{\partial s}(\omega_s(Y)X_s)\Big|_{s=0}\right) \\ &= -\left(\frac{\partial \omega_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right)(Y) \quad \text{とかけろ。 故に,} \end{aligned}$$

$$(7) \quad \sigma = -\left\langle \frac{\partial \omega_s}{\partial s}\Big|_{s=0} \right\rangle \otimes X$$

と表現される。

又, $d\omega_s = \xi_s \wedge \omega_s$ を S で微分して $s=0$ を代入すると

$$d\left(\frac{\partial \omega_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right) = \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right) \wedge \omega + \xi \wedge \left(\frac{\partial \omega_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right)$$

故に

$$(8) \quad d\left(\frac{\partial \omega_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right) - \xi \wedge \left(\frac{\partial \omega_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right) = \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial s}\Big|_{s=0}\right) \wedge \omega$$

だから, (6), (7), (8) より

$$\hat{d}(\sigma) = \hat{d}\left(\left\langle -\frac{\partial \omega_s}{\partial s} \Big|_{s=0} \right\rangle \otimes X\right) = 0$$

故に

$$(9) \quad \left[\left\langle -\frac{\partial \omega_s}{\partial s} \Big|_{s=0} \right\rangle \otimes X \right] \in H^1(T(\mathcal{F}); \mathcal{Y}(\mathcal{F}))$$

§ 2. Cohomology $H^*(\mathcal{F}; D)$

$\omega_1, \dots, \omega_g$ を M 上の 1 次独立な 1-形式であつて積分可能条件 (10) をみたすものとする。

$$(10) \quad d\omega_i = \sum_{j=1}^g \xi_{ij} \wedge \omega_j \quad (1 \leq i \leq g)$$

ここで, ξ_{ij} は M 上の 1-形式である。

又, $T^*(\mathcal{F}) = T^*(M) / \mathcal{Y}^*(\mathcal{F})$ と思ひ, $\mathcal{Y}^*(\mathcal{F})$ は $\omega_1, \dots, \omega_g$ が trivial な basis になっているとみなす。

定義 2.1 $\varphi = \sum_{i=1}^g \varphi_i \otimes \omega_i \in \Gamma(\wedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F}))$ に対して, 微分 D を次のように定義する。

$$\begin{aligned} (11) \quad D(\varphi) &= D\left(\sum_{i=1}^g \varphi_i \otimes \omega_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^g (d\varphi_i + \sum_{j=1}^g \xi_{ji} \wedge \varphi_j) \otimes \omega_i \end{aligned}$$

Lemma 2.2

$$(12) \quad D \cdot D = 0$$

定義 2.3 (11) と (12) によつて $\{\Gamma(\wedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F})), D\}$ は complex になる。この complex の homology を

$H^*(\mathcal{F}; D)$ とかく。

注意 J. Heitsch の記号では $H^*(\mathcal{F}; D) = H^*(T(\mathcal{F}); \mathcal{Y}^*(\mathcal{F}))$ である。

以下では余次元 1 の場合について述べる。

ω を M 上の 1 次独立な 1-形式で積分可能条件をみたすとする。

(10)' $d\omega = \xi \wedge \omega$, ここで ξ は M 上の 1-形式である。

M 上の余次元 1 foliation $\mathcal{F}$ は $\{\omega = 0\}$ の解によって定義される。まず $H^*(\mathcal{F}; D)$ と de Rham cohomology $H^*(M; \mathbb{R})$ との関係を求める。そのために $\Gamma(\bigwedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F}))$ から $\Gamma(\bigwedge^{p+1} T^*(M))$ への写像 Φ を次のように定義する。

$$\Phi(\langle \varphi \rangle \otimes \omega) = \varphi \wedge \omega \quad \text{for } \langle \varphi \rangle \otimes \omega \in \Gamma(\bigwedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F}))$$

定理 2.4 次の図式は可換である。

$$\begin{array}{ccc} \Gamma(\bigwedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F})) & \xrightarrow{\Phi} & \Gamma(\bigwedge^{p+1} T^*(M)) \\ \downarrow D & \circlearrowleft & \downarrow d \\ \Gamma(\bigwedge^{p+1} T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F})) & \xrightarrow{\Phi} & \Gamma(\bigwedge^{p+2} T^*(M)) \end{array}$$

だから, $\Phi_*; H^p(\mathcal{F}; D) \longrightarrow H^{p+1}(M; \mathbb{R})$ が導かれる。

証明 $\langle \varphi \rangle \otimes \omega \in \Gamma(\bigwedge^p T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{Y}^*(\mathcal{F}))$ に対して,

$$\begin{aligned} \Phi \circ D(\langle \varphi \rangle \otimes \omega) &= \Phi(\langle d\varphi + \xi \wedge \varphi \rangle \otimes \omega) \\ &= (d\varphi + \xi \wedge \varphi) \wedge \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d \circ \Phi(\langle \varphi \rangle \otimes \omega) &= d(\varphi \wedge \omega) = d\varphi \wedge \omega + (-1)^p \varphi \wedge \xi \wedge \omega \\ &= (d\varphi + \xi \wedge \varphi) \wedge \omega \end{aligned}$$

故に, $\pi \circ D = d \circ \pi$

注意 $k \geq 2$ 以上のときは定理 2.4 に対応する可換性は成立しない。

次に $\{\Gamma(\wedge^p T^*(F) \otimes \mathcal{Y}^*(F)), D\}$ の local exactness をいう。そのために, $(U, (x_1, \dots, x_n))$ を M の distinguished coordinate system とする。i.e. $\omega_U = \omega|_U = h(x) dx_n$ 。このとき, $\xi_U = \xi|_U = \frac{1}{h(x)} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial h}{\partial x_i} dx_i = d_F(\log h)$ on U , ここで, d_F は変数 $x_1, \dots, x_{n-1}$ の微分 (leaf 方向の微分) を表わす。

定理 2.5 (local exactness)

$\langle \varphi \rangle \otimes \omega \in \Gamma(\wedge^p T^*(F) \otimes \mathcal{Y}^*(F))$ が $D(\langle \varphi \rangle \otimes \omega) = 0$ をみたすならば, 次の性質をみたす $\langle \varphi_U \rangle \otimes \omega_U \in \Gamma(\wedge^{p-1} T_U^*(F) \otimes \mathcal{Y}_U^*(F))$ が存在する。

$$D(\langle \varphi_U \rangle \otimes \omega_U) = \langle \varphi_U \rangle \otimes \omega_U \quad \text{on } U$$

証明 条件 $D(\langle \varphi \rangle \otimes \omega) = 0$ より $d_F \langle \varphi_U \rangle + d_F(\log h) \wedge \langle \varphi_U \rangle = 0$ on U 。そこで, $h \cdot \langle \varphi_U \rangle$ を考えこの微分をとると, $d_F(h \cdot \langle \varphi_U \rangle) = h(d_F \langle \varphi_U \rangle + d_F(\log h) \wedge \langle \varphi_U \rangle) = 0$ 。故に, $d_F(h \cdot \langle \varphi_U \rangle) = 0$ 。だから, Poincaré の Lemma から, U 上で係数 $C(U)$ をもつ $dx_1, \dots, dx_{n-1}$ によつて generate された $(p-1)$ -形式 $\tilde{\Psi}_U$ が存在して $d_F \tilde{\Psi}_U = h \cdot \langle \varphi_U \rangle$ が成立する。すると, 簡単な計算から

$D(\langle \frac{1}{R} \tilde{\psi}_U \rangle \otimes \omega_U) = \langle \varphi_U \rangle \otimes \omega_U \quad \text{on } U$
 が成立する。よって $\psi_U = \frac{1}{R} \tilde{\psi}_U$ とおけば定理が証明される。

注意 定理 2.5 は $g \geq 2$ の場合でも成立する [3].

以下において、我々は $H^*(\mathcal{F}; D)$ と $\mathcal{F} = \{\omega = 0\}$ のホッジ特性類 Godbillon-Vey class $G_V(\mathcal{F})$ との関係について述べる。まず、 $\mathcal{F} = \{\omega = 0\}$ の $G_V(\mathcal{F})$ は [4] によって、 $G_V(\mathcal{F}) = [\xi \wedge d\xi] \in H^3(M; \mathbb{R})$ とかけていることを思いおこしておく。次に (10)' を微分することにより

$$(13) \quad d\xi = \eta \wedge \omega \quad \text{ここで、}\eta\text{は}M\text{上の1-形式}$$

が得られ、さらに、(13) を微分することにより

$$(14) \quad (d\eta + \xi \wedge \eta) \wedge \omega = 0$$

Lemma 2.6 (i) $[\langle \eta \rangle \otimes \omega] \in H^1(\mathcal{F}; D)$

(ii) $[\langle \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega] \in H^2(\mathcal{F}; D)$

証明 (i) $D(\langle \eta \rangle \otimes \omega) = \langle d\eta + \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega = 0$
 ($\because$ (14) より)

(ii) $D(\langle \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega) = \langle d(\xi \wedge \eta) + \xi \wedge \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega$
 $= \langle d\xi \wedge \eta - \xi \wedge d\eta \rangle \otimes \omega = 0 \quad (\because (13) \text{ と } (14) \text{ より})$

注意 (9) と Lemma 2.6 の (i) とは全く別のものである。

定理 2.7

(i) もし $[\langle \eta \rangle \otimes \omega] = 0$ ならば, $G_V(\mathcal{F}) = [\xi \wedge d\xi] = 0$

(ii) もし $[\langle \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega] = 0$ ならば, $G_V(\mathcal{F}) = [\xi \wedge d\xi] = 0$

証明 (i) $[\langle \eta \rangle \otimes \omega] = 0$ より 次の性質をもつ

$f \otimes \omega \in \Gamma(\wedge^1 T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}^*(\mathcal{F}))$ がある。 $D(f \otimes \omega) = \langle df + \xi \wedge f \rangle \otimes \omega = \langle \eta \rangle \otimes \omega$ i.e. $df + f\xi \equiv \eta \pmod{\omega}$. よって $\xi \wedge d\xi = \xi \wedge \eta \wedge \omega = \xi \wedge (df + f\xi) \wedge \omega = \xi \wedge df \wedge \omega = -df \wedge \xi \wedge \omega = -d(f \cdot \xi \wedge \omega)$.

故に $[\xi \wedge d\xi] = 0$

(ii) $[\langle \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega] = 0$ より, 次の性質をもつ $\langle \varphi \rangle \otimes \omega \in \Gamma(\wedge^1 T^*(\mathcal{F}) \otimes \mathcal{V}^*(\mathcal{F}))$ が存在する。 $D(\langle \varphi \rangle \otimes \omega) = \langle d\varphi + \xi \wedge \varphi \rangle \otimes \omega = \langle \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega$ i.e. $d\varphi + \xi \wedge \varphi \equiv \xi \wedge \eta \pmod{\omega}$. よって $\xi \wedge d\xi = \xi \wedge \eta \wedge \omega = (d\varphi + \xi \wedge \varphi) \wedge \omega = d\varphi \wedge \omega - \varphi \wedge \xi \wedge \omega = d(\varphi \wedge \omega)$. 故に $[\xi \wedge d\xi] = 0$.

注意 定理 2.7 の (i) の仮定の $[\langle \eta \rangle \otimes \omega] = 0$ が成立している場合の幾何学的意味は少しわかっていすが, (ii) の仮定 $[\langle \xi \wedge \eta \rangle \otimes \omega] = 0$ が成立した場合に *foliation* がどのような状態になっているかは何もわかっていない。

注意 $k \geq 2$ 以上のときは, 定理 2.7 の (i) に対応する主張はなく, (ii) に対応する主張のみが成立する [3]。

Example 2.8 Godbillon-Vey の論文 [4] の中にある Roussarie の作, た $Gv(\mathcal{F}) \in H^3(M; \mathbb{R})$ が non-zero の例 を J. Heitsch が [2] で扱っているのて, 我々もここで取り扱う。 $\omega, \omega_1, \omega_2$ は $SL(2, \mathbb{R})$ の left invariant one forms として $d\omega = \omega \wedge \omega_1$, $d\omega_1 = \omega \wedge \omega_2$, $d\omega_2 = \omega_1 \wedge \omega_2$ をみたすものとする。そして, X, Y, Z を $\omega, \omega_1, \omega_2$ の dual な vector field とすると, $[X, Y] = -X$, $[X, Z] = -Y$, $[Y, Z] = -Z$ をみたす。さらに, $\Gamma \subset SL(2, \mathbb{R})$ は discrete subgroup として $\Gamma \backslash SL(2, \mathbb{R})$ がコンパクト多様体になるものとする。今 $M = \Gamma \backslash SL(2, \mathbb{R})$ とおき, $\omega, \omega_1, \omega_2, X, Y, Z$ をそれぞれ M 上の one forms と vector field と思い同じ記号を使うことにする。このとき, M 上の foliation $\mathcal{F}$ は $\{\omega = 0\}$ の解によつて定義されるものとする。すると $T(\mathcal{F})$ は Y と Z で張られる bundle である。

Proposition 2.9 Example 2.8 の $(M, \mathcal{F})$ に対して, $H^0(\mathcal{F}; D) = 0$

証明 定義より $H^0(\mathcal{F}; D) = \{f \otimes \omega \mid f \in C^\infty(M), Y(f) - f = 0, Z(f) = 0\}$ となる。一方 vector field Y の各 orbit が回帰的であることに注意すれば $Y(f) - f = 0$ より $f = 0$ となる。よつて, $H^0(\mathcal{F}; D) = 0$ である。

Proposition 2.10 Example 2.8 の $(M, \mathcal{F})$ において, $[\langle \omega_2 \rangle \otimes \omega] \in H^1(\mathcal{F}; D)$ は non-zero class である。

証明 もし, $[\langle \omega_2 \rangle \otimes \omega] = 0$ と仮定すると, 次の式をみたす $f \in C^\infty(M)$ が存在する。 $D(f \otimes \omega) = \langle \omega_2 \rangle \otimes \omega$.
 i.e. $Y(f) - f = 0$ か $Z(f) = 1$ と書きかえられる。よって命題 2.9 と同様に $Y(f) - f = 0$ より $f = 0$ となる。これは $Z(f) = 1$ に反するから矛盾。 故に $[\langle \omega_2 \rangle \otimes \omega] \neq 0$ 。

問題 I Example 2.8 の $(M, \mathcal{F})$ において, $G_V(\mathcal{F}) \neq 0$ なる事実と定理 2.7 の (ii) をあわせると, $[\langle \omega_1 \wedge \omega_2 \rangle \otimes \omega] \in H^2(\mathcal{F}; D)$ は non-zero class であることがわかる。そこで, $[\langle \omega_1 \wedge \omega_2 \rangle \otimes \omega] \neq 0$ を直接的に証明しようとするには $Y(\rho) - Z(\eta) = 1$ をみたす関数 $\rho, \eta \in C^\infty(M)$ が存在しないことを証明することになる。

この $\rho, \eta \in C^\infty(M)$ が存在しないことを証明せよ。

問題 II Example 2.8 の $(M, \mathcal{F})$ において, $Y(\rho) - Z(\eta) = 0$ をみたす関数 ρ, η を決定せよ。

References

- [1] J. Heitsch ; A cohomology for foliated manifolds,
 — 12 —

Comment. Math. Helv. 50 (1975) 197—218.

- [2] J. Heitsch ; Derivatives of secondary characteristic classes, J. Differential Geometry 13 (1978) 311 — 339
- [3] T. Ito ; On the cohomology derived from foliations with trivial normal bundle (to appear)
- [4] C. Godbillon et J. Vey ; Un invariant des feuilletages de codimension un, C.R. Acad. Sci. Paris 273 (1971) 92—95
- [5] I.M. Gel'fand and D.B. Fuchs ; Cohomologies of the Lie algebra of tangent vector fields on a smooth manifold, Functional Analysis 3 (1969) 32—52
- [6] K. Kodaira and D.C. Spencer ; Multifoliate structures, Annals of Math. Vol 74 (1961) 52 — 100
- [7] R. Bott ; Lectures on characteristic classes and foliations, Lecture Notes in Math. Vol. 279, Springer, Berlin.
- [8] B.L. Reinhart ; Algebraic invariants of foliations, "Proc. of the Symp. on Diff. Equations and Dynamical Systems, Warwick 1969",

Lecture notes in Math., 206 (1971), 119-120, Springer, Berlin.

- [9] B.L. Reinhart ; Indices for foliations of the two-dimensional torus, Proc. Int. Conf., Salvador, Brazil, 1971, Dynamical Systems, 421-424, Academic Press, 1973.