

スピングラスにおける緩和現象

筑波大学物理学系 高山 一

§1. はじめに

スピングラスの研究は、Cannella と Mydosh による線形磁化率のカスプの観測から数えても既に 20 年以上経過しているが、多くの基本的な問題が未解決なまま残されている。例えば、最も簡単化された理論模型である $\pm J$ 型の最近接相互作用をもつイジングスピングラス模型に関してでさえ、三次元系では有限温度で相転移を示すことはほぼ受け入れられているものの、転移温度以下のスピングラス相の性質については未だに確立した描像は得られていない。まして、現実の種々のスピングラス物質で観測される多様な実験結果を統一的に理解するまでの道のりはかなり遠そうである。

その遠いゴールへのアプローチの一つとして、我々はスピングラスにおける緩和現象を調べてきた。緩和現象から見たスピングラスの最近のいくつかのトピックスを研究会で報告した。すなわち、

- 1) 常磁性緩和からクラスター緩和へのクロスオーバー
- 2) クラスター緩和と臨界緩和
- 3) Campbell らの μ SR の実験 (緩和時間分布)
- 4) 磁場中転移の実験的検証

である。これらがどの温度領域における現象であるかを図 1 に示した。同図で、 T_c と T_c^{pure} はスピングラス転移温度と対応する強磁性転移温度 (例えば $\pm J$ スピングラスに対応して全ての相互作用が $+J$ である強磁性体の) である。

本報告では、研究会以降に得られた成果も含めて、おもに項目 1、2 について解説する。

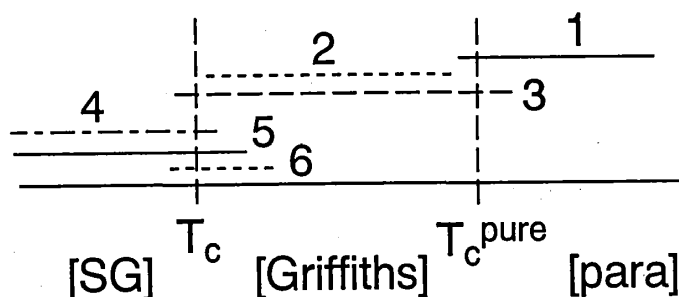


図 1: 注目する緩和現象が生じる温度領域。本文中の項目の他に、5) Ageing 現象と Hierarchical 緩和、6) Chiral 秩序と緩和現象も付記した。

§2. 常磁性緩和からクラスター緩和へのクロスオーバー —三次元±Jイジングスピングラスの場合—¹⁾

緩和過程をスピン自己相関関数 $q(t) = N^{-1} \sum_i \langle S_i(0) S_i(t) \rangle$ について見れば、常磁性領域 ($T > T_c^{\text{pure}} \simeq 4.51 J$) では $q(t)$ はほぼデバイ緩和を示す。 T_c^{pure} 以下になると、局所的にフラストレーションの少ないところにクラスターが形成され、これが起因となって $q(t)$ は指数関数型からはずれた遅い緩和を示すものと期待される (クラスター緩和)。

Ogielski²⁾ は、シミュレートした $q(t)$ を引き延ばされた指数関数型緩和

$$q(t) \sim t^{-x} \exp(-(t/\tau)^\beta) \quad (1)$$

でフィットしたとき、上記のクロスオーバーを指数 β の値が $\beta = 1$ (デバイ緩和) からずれ始める変化として捉え、それがちょうど T_c^{pure} でシャープに生じていると報告している。ところが、我々のグループで行ったシミュレーションの解析からはそのようなシャープなクロスオーバーを再現することはできなかった。

福島・根本¹⁾ は、この不一致の理由を探るための手がかりが高温極限での $q(t)$ の正しい漸近形にあると考え、まず、その評価を行った。モンテカルロ法の基礎となっている離散時間のマスター方程式を高温展開の最低次で解くと、 $q(t)$ は相互作用 (J_{ij}) 行列の固有値分布 $\rho(\lambda)$ を用いて、

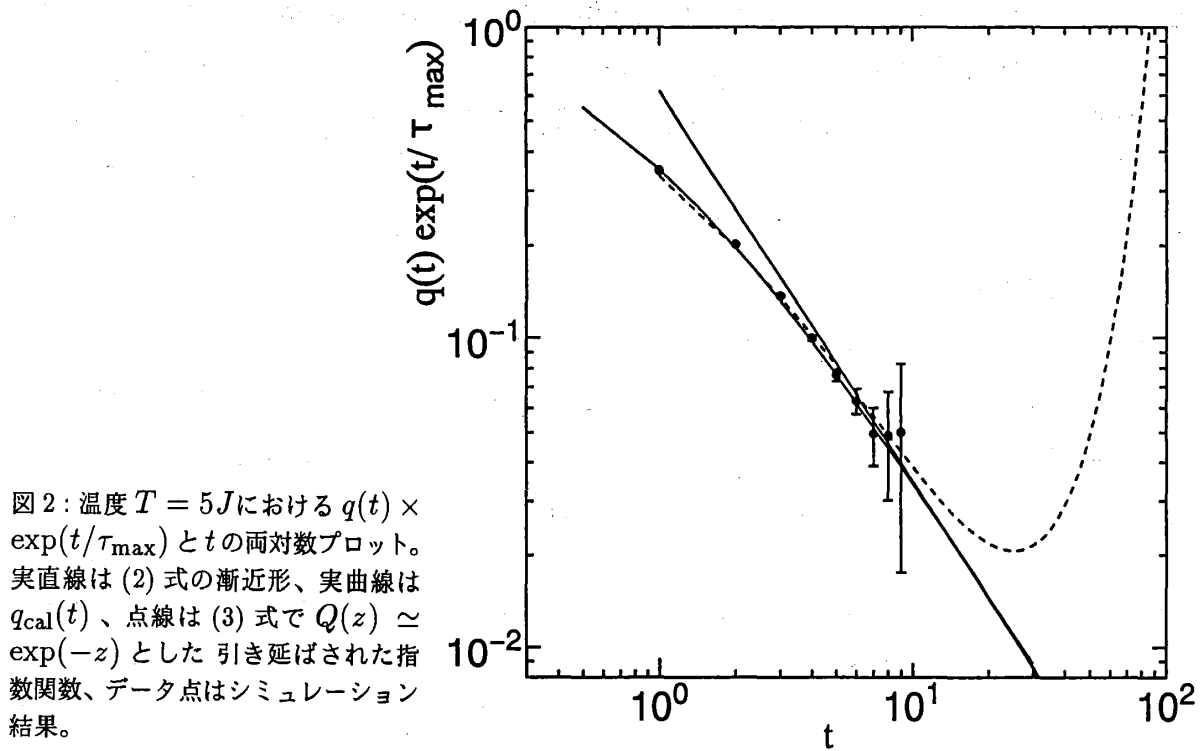
$$q(t) \sim \int d\lambda \rho(\lambda) (\lambda/T)^{2t} \sim t^{-(\alpha+1)} \exp(-t/\tau_{\max}) \quad (2)$$

で評価される。ここで α は、 J_{ij} 行列の最大固有値 λ_m におけるスペクトルの立ち上がりの指数、 $\rho(\lambda) \sim (\lambda_m - \lambda)^\alpha$ 、また、 $\tau_{\max} = 1/|\ln(\lambda_m/T)|$ である。このスペクトル・エッジの振舞いを強制振動子法で数値的に求めた結果、 $\alpha = 0.25 \pm 0.01$ 、 $\lambda_m/J = 4.47 \pm 0.02$ の結果を得た。これは、高温極限での $q(t)$ の正しい漸近形は $x = 1.25$ 、 $\beta = 1$ とした (1) 式で与えられることを意味する (Ogielski の結果は $\beta = 1$ のとき $x = 1/2$ となっており、これと一致していない)。

次に、数値的に求めた $\rho(\lambda)$ を (2) 式に代入して $q(t)$ を評価したものを $q_{\text{cal}}(t)$ とする。 $q_{\text{cal}}(t)$ はモンテカルロ法で得られた $q(t)$ とよく一致する (図 2)。但し、その $q(t)$ は上述の漸近形にはなっていない。これらの状況は、上記の高温展開、すなわち、 $q(t)$ の振舞いは J_{ij} 行列の固有値モードの重ね合わせとして記述できるという描像は $T \gtrsim T_c^{\text{pure}}$ でよい近似であることを示すと同時に、その重ね合わせを鞍点評価で近似できるような時間領域はシミュレーションの時間領域をはるかに越えていることを示している。

シミュレーションは 'transient' 領域を見ていたことになるが、その領域でのシミュレーション結果および $q_{\text{cal}}(t)$ はともに、2D イジング模型について見いだされたスケール則³⁾、

$$q(t) \simeq Q((t/\tau)^A), \quad (3)$$



でよく記述され、そのときの指数 A は $T \gtrsim T_c^{\text{pure}}$ すでに 1 よりも小さく、 T の減少に伴って単調に減少している。

以上の解析から、常磁性・クラスター緩和のクロスオーバーについては、これまでのシミュレーションでは漸近形のクロスオーバーとしては観測されておらず、‘transient’ 領域で見る限り T_c^{pure} 前後でシャープなクロスオーバーはないと結論される。

§3. 臨界緩和とクラスター緩和

—三次元 $\pm J$ ハイゼンベルグ模型に対する緩和時間分布によるアプローチ—⁴⁾

温度領域 $T_c < T < T_c^{\text{pure}}$ においては、 T_c に向かって発達するスピングラス短距離秩序（コヒーレンス長 ξ_{EA} ）に伴われる臨界緩和と上述のクラスター緩和が存在するものと考えられる。ここで、クラスター緩和の基本的な考え方を、希釈強磁性体について簡単に述べておこう。あるスピンの体積 V のクラスターに属する確率を $P(V)$ 、そのクラスターの緩和時間を $\tau(V)$ とすれば、自己相関関数 $q(t)$ は

$$q(t) \simeq \int dV P(V) \exp[-(t/\tau(V))] \simeq \int d\tau P(\tau) \exp[-(t/\tau)], \quad (4)$$

と表される（但し、二番目の表式は変数を V から τ に変換したもので、 $P(\tau)$ は τ の分布関数である）。ハイゼンベルグ強磁性クラスターに対しては、簡単な議論から $P(V) \sim \exp(-cV)$ 、および、 $\tau(V) \sim \tau_0 V$ 、が導かれる。ただし、 c は強磁性ボンドの濃度 p を用いて $c = -\ln p$ 、また、 τ_0 は特性緩和時間である。これらを (4) 式に代入し、積分を鞍点評

価すれば、 $q(t) \sim \exp[-2(ct/\tau_0)^{1/2}]$ 、の引き延ばされた指数関数型緩和が得られる。漸近極限でも緩和が指数関数型にならないのは、大きなクラスターの出現確率が V に対して指数関数的に小さいものの、その緩和時間が指数関数的に大きいためであり、Griffiths 特異性⁵⁾が緩和現象に直接反映されていると言える。スピングラスに対しては、クラスターを‘フラストレーション濃度が相対的に小さい局所的な領域’と読み直せば、同様のクラスター緩和機構が生じているものと予想される。

以上のようなクラスター緩和機構を検証する数値解析の戦略として、(4) 式左辺の $q(t)$ を解析の対象とすると、シミュレーションで漸近領域へ到達できるか否かの問題があることは前節で述べた通りである（ハイゼンベルグ系では困難は幾分軽減されるが）。一方、空間的なクラスターを直接検出し、その統計を調べることはもっと難しそうである。そこで、(4) 式の最終式の $P(\tau)$ を調べようというのがここでの方法である。すなわち、これまでのスピングラスの数値解析的研究ではもっぱら $q(t)$ のような巨視的で、かつ多数のサンプルに関する平均を施した物理量の解析に基づいていたが、各サンプルの個々のスピンに関する情報を最大限シミュレートし、それから $P(\tau)$ を構成し、スピングラス現象の本質に迫ろうというアプローチである。

具体的には、各サンプル内の個々のスピンの自己相関関数 $q_i(t) \equiv \langle \vec{S}_i(0) \cdot \vec{S}_i(t) \rangle$ をモンテカルロ法でシミュレートし、結果を数個の指数関数の和にフィットさせる ($q_i(t) \simeq \sum_{k=1}^{K_i^{max}} a_i^{(k)} \exp(-\omega_i^{(k)} t)$)。フィットの詳細は省略するが、その結果を用いて分布 $P(\tau)$ を $P(\tau) = N^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_k^{K_i^{max}} a_i^{(k)} \delta(\tau - (1/\omega_i^{(k)}))$ で算出する。

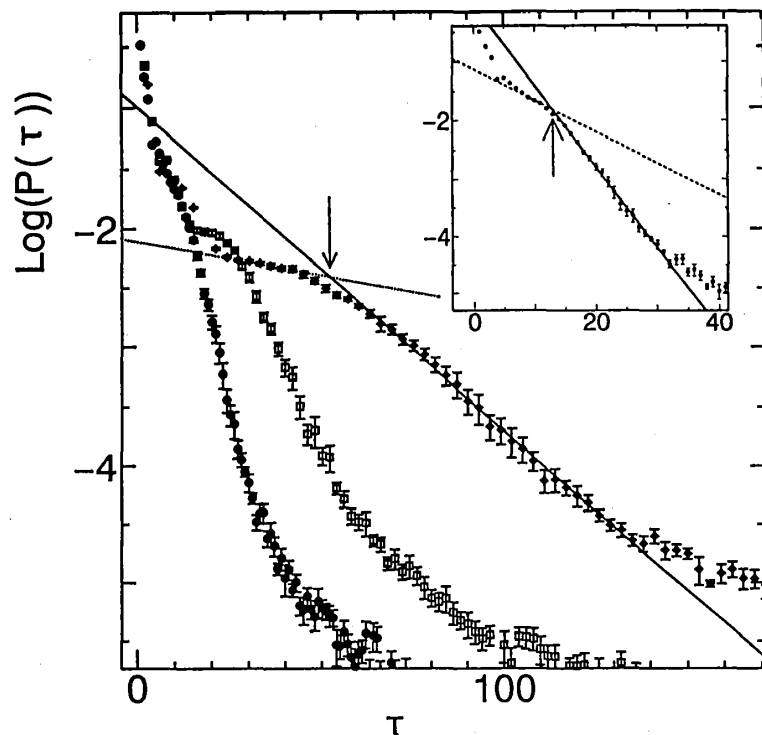


図3: τ の分布 $P(\tau)$ 。左から温度 $T = 0.8, 0.7, 0.6J$ の結果。矢印は $T = 0.6J$ における τ_c 。挿入図は $T = 0.8J$ の $P(\tau)$ の拡大。

大きさ $N = 16^3$ の系の 10 サンプルに関して平均して得られた $P(\tau)$ を図 3 に示す。なお、このスピングラス模型については $T_c=0$, $T_c^{\text{pure}} \simeq 1.45J$ である。 $P(\tau)$ の大きな特徴は、図 3 を一見しても明らかなように、ある特性緩和時間 τ_c を境にして二つのブランチからなる点である。この特徴は $\ln(\tau)$ の分布でみるとさらに顕著になる。この分岐値 τ_c は、図 4 に示したように、通常の臨界緩和時間と同様に $T_c(=0)$ に向けて臨界発散を示す： $\tau_c \sim T^{-z\nu}$, ($z\nu \simeq 6.2$)。さらに、 $\tau < \tau_c$ のブランチから (4) 式によって $q(t)$ を計算すると、 $t \ll \tau_c$ での $q(t)$ として既に知られている対数関数型の臨界緩和⁶⁾ が再現される。以上の結果から、 $P(\tau)$ の $\tau < \tau_c$ のブランチは、スピングラス短距離秩序 (ξ_{EA}) の成長に伴う臨界緩和の寄与と理解される。

$P(\tau)$ のもう一方のブランチ ($\tau > \tau_c$) がクラスター緩和の寄与と考えられるが、実際、ここでの $P(\tau)$ は上述したクラスター緩和の簡単な描像から期待される通りの指数関数型になっている。すなわち、

$$P(\tau) \sim \exp(-B\tau), \quad (\tau > \tau_c) \quad (5)$$

であり、これと (4) 式から得られる $q(t)$ の漸近形は $q(t) \sim \exp[-2(Bt)^{1/2}]$ となる。[なお図 3 において、十分大きな τ でのデータ点はこの指数関数型 (実線) からずれ始めているが、この領域の τ は $q_i(t)$ -フィットの統計精度を越えたもので、無視するのが妥当である。]

傾きの逆数 B^{-1} の温度依存性を図 4 に示した。 $T \lesssim 0.8J$ において $B^{-1} \sim \tau_c$ である。この結果は Bray⁷⁾ の議論を適用して次のように解釈できる。 T_c に向けての短距離秩序 ξ_{EA} がすでに成長している温度領域では、個々のスピンではなく、空間的領域 ξ_{EA}^3 にあるスピン

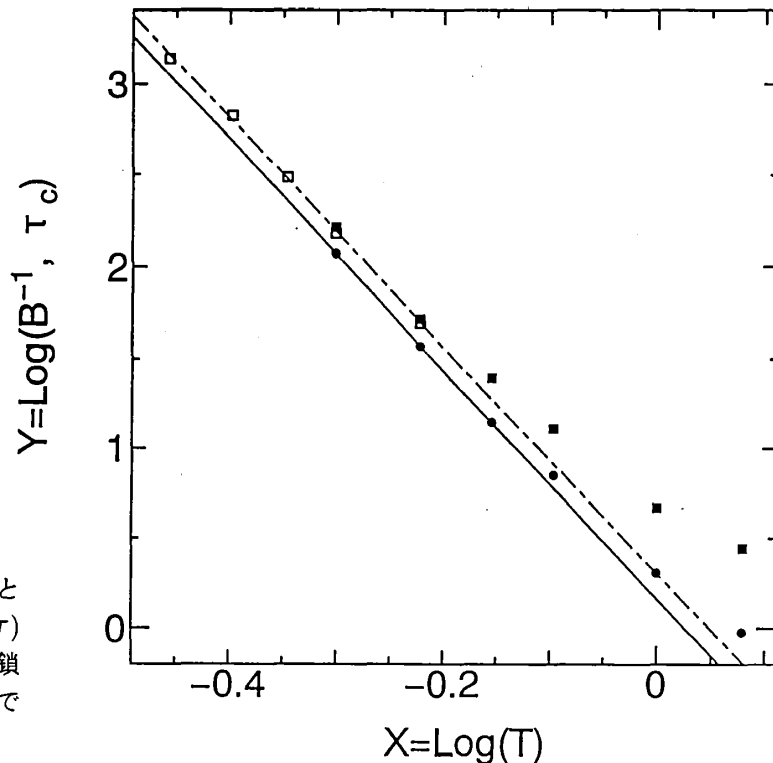


図 4: B^{-1} の温度依存性 (●)。■ と □ はそれぞれ分布 $P(\tau)$ および $\ln(\tau)$ の分布から決められた τ_c 。実線と鎖線の傾きはそれぞれ -6.3 , -6.2 である。

が一塊となって時間スケール τ_c でその状態を変えている。この ξ_{EA} はフラストレーションの平均的な濃度で決まるが、空間スケール ξ_{EA} でみてもフラストレーションの分布にはゆらぎがあり、相対的に濃度の薄い領域が連結してクラスターを構成し、これが τ_c 以上の緩和機構の起因になっている。このように考えると、上述の希釈強磁性体におけるクラスター緩和機構の議論の中の τ_0 を τ_c に読み直すのでよく、 $B^{-1} \sim \tau_c$ を得る。

以上のように、 τ の分布 $P(\tau)$ を解析することにより、Griffiths 領域 ($T_c < T \lesssim T_c^{\text{pure}}$) における、時間 t の増加に伴う臨界緩和からクラスター緩和へのクロスオーバー、および、クラスター緩和機構そのものが数値的に検証された。

§4. おわりに

研究会で報告した項目 3、4 について簡単に触れておく。 T_c 以上での緩和時間分布を解析した実験研究はまだ少ない。Campbell ら⁸⁾の μ SR 実験はそのうちの一つで、緩和時間分布の解釈の仕方 (fractal hypercube 上での拡散) も興味深い。

磁場中相転移の有無の問題はスピングラス研究の焦点の一つである。磁場がないときのスピングラス転移を検証する有力な実験法の一つは特性緩和時間 τ_c を測定し、その臨界発散の有無を確かめることである。同様な方法を磁場中で行った例があまりなかったが、緩和時間の解析から磁場中転移を有り⁹⁾、および、無し¹⁰⁾とする最近の実験例を紹介した。

参考文献

- 1) K. Hukushima and K. Nemoto: preprints.
- 2) A.T. Ogielski: Phys. Rev. B **32** (1985) 7384.
- 3) H. Hukushima and K. Nemoto: J. Phys.: Condens. Matter **5** (1993) 1389.
- 4) H. Takayama and H. Yoshino: Physica A **204** (1994) 650, and preprint.
- 5) R.B. Griffiths: Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 17.
- 6) J.A. Olive, A.P. Young and D. Sherrington: Phys. Rev. B **34** (1986) 6341.
H. Yoshino and H. Takayama: Europhys. Lett. **22** (1993) 631.
- 7) A.J. Bray: Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 586, **60** (1988) 720.
- 8) I.A. Campbell et al: Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1291.
- 9) F. Matsukura and Y. Tazuke: J. Phys. Soc. Jpn. **63** (1994) 1474.
- 10) J. Mattsson et al: preprint.