

分を残すように注意することにより導かれる。後者はとくに温度が T_c に近づくと従って T / DeH_{c2} の形で発散し、観測されているふるまいを定性的に説明できる。また、ゆらぎの領域で議論されたことと同じで fluctuation 項 (AL 項に対応) はノーマル状態の θ および static 項 (Maki 項に対応) とバンド構造依存性が異なるので、単純なバンド構造で、超伝導状態に入ると θ が増すだけでなく場合によっては、合金系で逆に減少するものもあり得る。

(Prog. Theor. Phys. 投稿準備中)

(4) 動的超伝導ゆらぎによる反磁性

真木和美, 高山 一

$T > T_c$ での超伝導ゆらぎによる反磁性への寄与は、巨視的 (3 次元) の試料の場合には $\eta^{-1/2}$ で発散することが知られている¹⁾ ($\eta = (T - T_c) / T_c$)。最近 SQUID を用いて、非常に広い温度、及び磁場領域にわたる磁化が測定されているが²⁾、これによると磁化は η 以外に強い磁場及び温度依存性のあることが示された。これまでの磁化へのゆらぎ効果の計算には、ゆらぎの静的成分 (時間によらない部分) しか考慮されていなかったが、我々はこの理論と上述の実験との不一致は動的成分からの寄与によるものと考えた。

一般に超伝導ゆらぎに起因する自由エネルギーは、磁場の存在する場合

$$F' = -T \cdot \frac{eB}{\pi} \sum_{k,n,m} \ln \left(\frac{\pi T}{Dk^2 + 2eDB(2n+1) + |\omega_m| + \epsilon_0} \right), \quad (1)$$

で与えられる。但し、 D は電子の拡散定数、 $\epsilon_0 = \pi (T - T_c) / 8$, $\omega_m = 4\pi T m$, $n \geq 0$ 及び m は整数、 eB/π は一つのランダウ準位に伴う位相空間での体積 Dk^2 は磁場と平行方向の運動による寄与である。(1) 式は Ginzburg-Landau 汎関数を汎関数積分することによって得られるが、BCS 理論より出発して、Feynman の関係式を用いれば直接導出することもできる (但し T_c の近傍に限って)。

従来の理論的計算では (1) 式の中で $m=0$ の成分 (静的成分) だけが考慮されていたが、以下に示すように $m \neq 0$ の寄与は、相転移点 ($B = H_{c2}(T)$) のごく近傍を除いては無視できない。これら $m \neq 0$ の成分は時間に依存するゆらぎの寄与であるから動的成分と呼ぶことにする。

ところが、(1) 式から直ちに解る事は、 $\sum_{k, n, m}$ をそのまま実行すると F' , さらに $M = -\partial F' / \partial B$ も発散してしまう。そこでこの発散項から、物理的に意味のある有限の寄与を取り出す方法を以下に示そう。(1) 式の m 和を積分表示にすると、

$$F' = -\frac{2eB}{\pi^2} \sum_{k, n} \int_0^\infty d\omega \frac{1}{e^{\beta\omega} - 1} \arctan \frac{\omega}{Dk^2 + 2DeB(2n+1) + \epsilon_0} \quad (2)$$

を得る。但し積分路を変形していく際に、半径無限大の半円からの寄与、及び $\int_{-\infty}^0 d\omega$ を折り返す時の $(e^{\beta\omega} - 1)^{-1}$ のかからない項を無視した (ボース粒子の自由エネルギーの表式 $F = T \sum_i \ln(1 - \exp(-\epsilon_i/T))$ から出発し、ゆらぎの状態密度 $\nu(\omega)$ が

$$\nu(\omega) = -\frac{2eB}{\pi^2} \sum_{n, k} \text{Im} \frac{1}{-i\omega + (Dk^2 + 2DeB(2n+1) + \epsilon_0)}$$

で与えられる事を用いても、(2) 式を導く事ができる。) k 和は積分に変換し、これを実行すると。

$$F' = -\frac{2eB}{\pi^2 \sqrt{D}} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty \frac{d\omega}{e^{\beta\omega} - 1} \text{Im} (2DeB(2n+1) + \epsilon_0 + i\omega)^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

但し、 $\text{Im}(\dots)^{\frac{1}{2}} > 0$ 。

次に n 和であるが、これは Prange の方法³⁾を用いる。のこぎり型関数 $G(y) = [y] - y$ を導入すると、

$$4eB \sum_n f(n + \frac{1}{2}) = \int_0^\infty dx \left\{ G\left(\frac{x}{4eB}\right) + 1 \right\} f(x)$$

となる事から、磁化 M は、

$$M = -\frac{\partial F'}{\partial B} = -\frac{2e}{\pi^2 \sqrt{D}} \int_0^\infty \frac{d\omega}{e^{\beta\omega}-1} \int_0^\infty dx G''\left(\frac{x}{4eB}\right) \frac{x}{(4eB)^2} \times \\ \times \operatorname{Im}(Dx + \varepsilon_0 + i\omega) \quad (4)$$

となる。部分積分した後、 $G(y)$ の表式をそのまま積分し、変形していくと

$$M = \frac{4e\sqrt{eB}}{\pi^2} \operatorname{Im} \int_0^\infty \frac{d\omega}{e^{\beta\omega}-1} \left\{ \frac{1}{8\sqrt{\Gamma+\frac{1}{2}}} - \right. \\ \left. \frac{1}{8\sqrt{2}} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{\left\{ \sqrt{(n+\Gamma)^2 - \frac{1}{4}} + n + \Gamma \right\}^{3/2}} \left[1 + \frac{\Gamma}{\sqrt{(n+\Gamma)^2 - \frac{1}{4}}} \right] \right\} \quad (5)$$

$$\Gamma \equiv r + iQ = \frac{\varepsilon_0}{4eDB} + i \frac{\omega}{4eDB}$$

を得る。(5)式は有限な磁化（但し転移点 $r = -\frac{1}{2}$ では発散）を与え、 $e^{\beta\omega}-1 \simeq \beta\omega$ ($\eta \ll 1$ の近似に対応)とおくと、それはPrangeの結果に他ならない事が解る。

Prangeの結果では、 r を決めると $m = M/\sqrt{B}$ は B によらない定数になるが、(5)式からは $\omega/4eDB$ の項を通して m に B 依存性が出てくる。実際 $h \equiv 4eDB/T$ が大きい極限で $m \propto h^{-1}$ となり、特に $r=0$ では、

$$-\frac{M}{\sqrt{B}} \simeq \frac{(4e)^{3/2} T}{4\pi} \times 0.16 \frac{1}{h} \quad (6)$$

となる。 h が小さい時の漸近形を(5)式から導く途中にも発散項の相殺に注意しなければならないが、その結果($r=0$ で)

$$-\frac{M}{\sqrt{B}} \simeq -\frac{M}{\sqrt{B}} \Big|_{\text{Prange}} - \frac{(4e)^{3/2} T}{4\pi} \cdot \frac{\zeta(\frac{1}{2})}{12\sqrt{2}\pi} \sqrt{h} \quad (7)$$

を与える。これらはGollubらの実験²⁾と定性的に一致しており、任意の h の大きさに対して(5)式の数値解析によって得られる結果は実験と良い一致を示す(図1)。

以上のように磁化については、動的効果($\eta \ll 1$ の近似からのズレ)による $M/\sqrt{B}$ の磁場依存性を結論したが、この動的効果はゆらぎ効果の中で次の

ような場合に効いてくると考えられる。電気伝導度等の物理量の $\eta \simeq 1$ の領域での振舞い、振動数 ω が T_c 程度の時の AC レスポンス、外場のエネルギーが T_c 程度になった時のレスポンス等々。

これら動的効果を詳しく調べる事は、ゆらぎの動的振舞いを研究する上で重要である。実際、(5)式と実験結果との良い一致は既に述べたが、定量的な比較 ($M/\sqrt{B}$ が Prange の値の半分になる磁場として導入した実験パラメタ H_s を理論値と比較すること) をしてみると、 $\ell \ll \xi$ の dirty 極限では良い一致が得られる (従って我々の理論と実験の比較には任意パラメタは含まれない) が、 $\ell \gg \xi$ の pure 極限では良くない。この理由として、pure 極限ではゆらぎを決定するこれまでの式 ((1)式) が不適当である事が考えられ、現在、この方向での研究を進めている。

文 献

- 1) H. Schmidt, Z. Physik 216 (1968), 336, A. Schmid, Phys. Rev. 180 (1969), 527, K. Yamaji, Phys. Letters, 29A (1969), 123; J. P. Gollub, M. R. Beasley, R. S. Newbower & M. Tinkham, Phys. Rev. Letters 22 (1969), 288.
- 2) J. P. Gollub, M. R. Beasley & M. Tinkham, Phys. Rev. Letters 25 (1970), 1646.
- 3) R. E. Prange, Phys. Rev. B1 (1970), 2349.

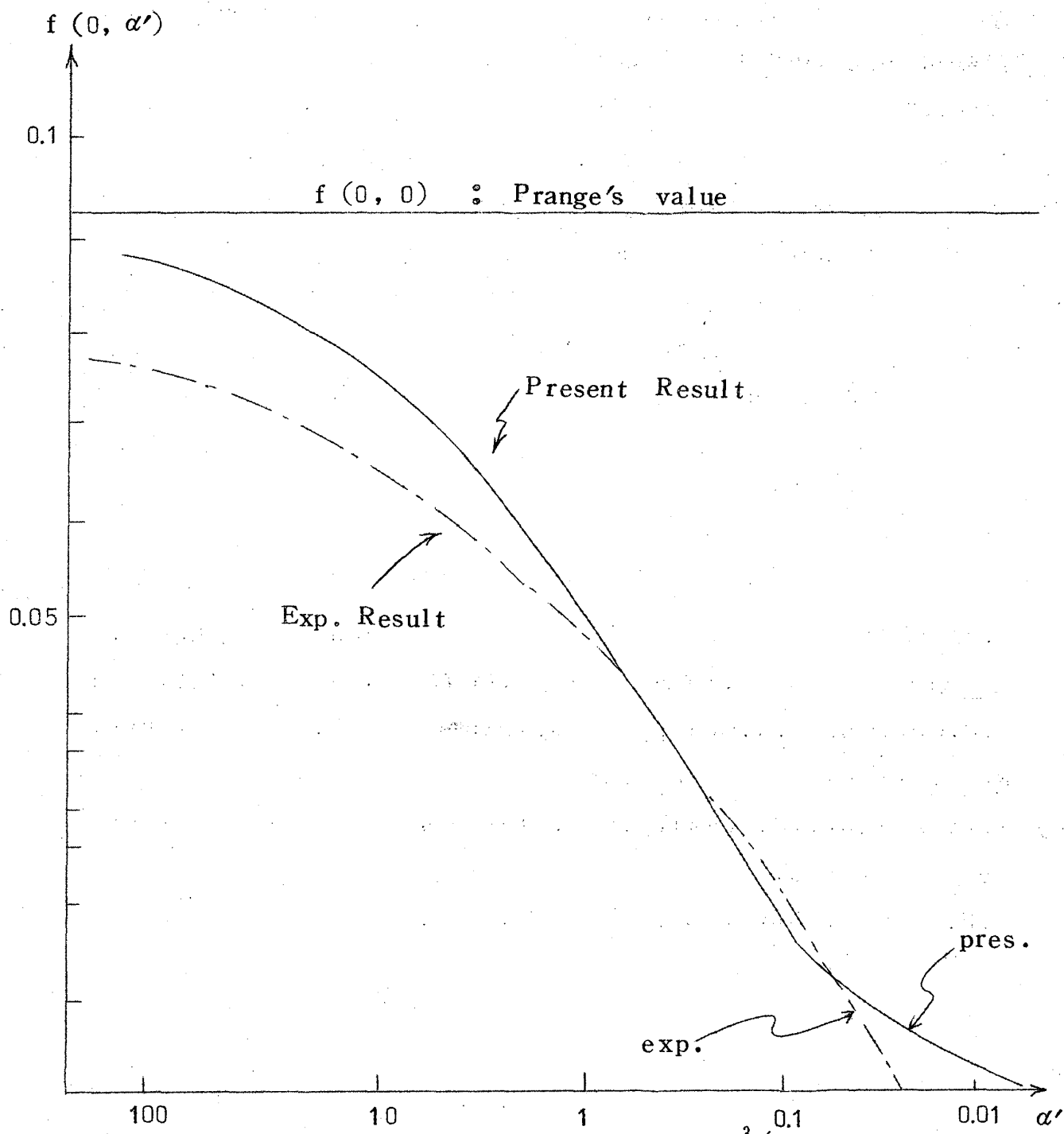


図 1 , $T=T_c$ ($r=0$) で $f = -4\pi M / \sqrt{B} (4e)^{3/2} T$ の磁場依存性。
 但し横軸は $\alpha' = T / 4eDB = 1/h$, 実線が理論値, 破線が実験値 (文献 2)。
 $H/H_s = 1$ は $\alpha = .74$ に対応しており, これから $H_{c2}(0)/H_s$ を出すと,
 dirty 極限の場合の実験値と良く合う。