

宇宙の大構造とフラクタル

吉岡 諭・池内 了（東京天文台）

I 序

宇宙は非常に大きなスケールでは一様・等方であると信じられているが、少なくとも数 10 Mpc のスケールでは構造を持っていることがわかっている。このようなスケールで物質の分布を調べるトレーサーとして用いられているのは銀河である。銀河の3次元的分布を知るためには、銀河の後退速度をドップラー効果による赤方偏移を用いて求めて、ハッブルの法則： $V = H_0 r$ を適用するによって距離を求めなければならない。そのような銀河の赤方偏移サーベイによって、宇宙の大構造が明らかにされつつある。それによると宇宙の大部分の領域は銀河がほとんど存在していないボイド（空洞）で占められており、銀河はその間に挟まれるように分布しているように見える（図1）。ボイドの典型的な大きさは $20 h^{-1} \text{ Mpc}$ （ハッブル定数 $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ）、最大で $50 h^{-1} \text{ Mpc}$ である（de Lapparent et al. 1986）。一方、銀河や銀河団の分布を定量的に解析する手段として最も良く使われているのが、2体相関関数である（Totuzzi and Kihara 1969, Peebles 1980）。銀河の相関関数は、 $1 \leq r \leq 10 h^{-1} \text{ Mpc}$ で（ r は2体間の距離）きれいな Power Law に従っている：

$$\xi_2(r) = 2.0 r^{-1.8} \quad (\text{Davis and Peebles 1983}).$$

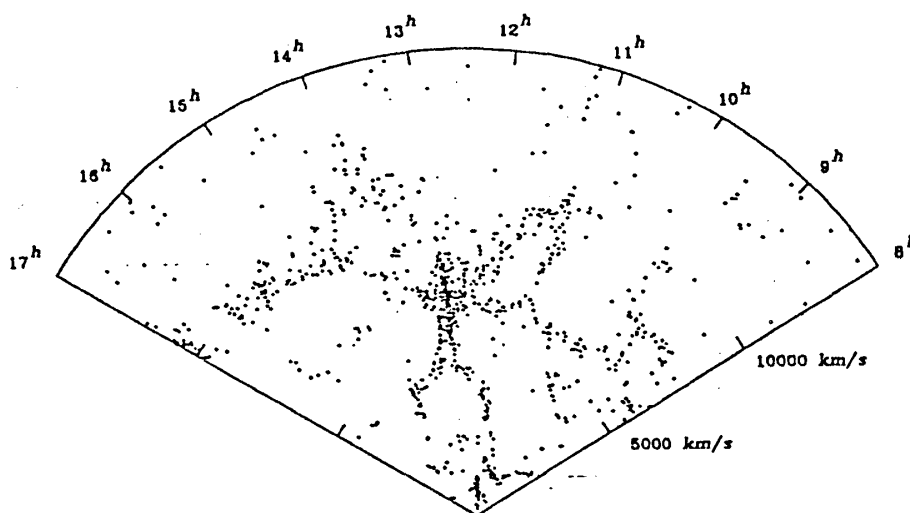


図 1

また、銀河団に対しても相関関数が、同じ指数を持った Power Law で記述できることが確かめられている ($10 \leq r \leq 100h^{-1}\text{Mpc}$) :

$$\xi_0(r) = 360 r^{-1.8} \quad (\text{Bahcall and Soneira 1983}).$$

ただし、上に記したように、両者で Correlation の Amplitude に違いがあり、銀河団の方が20倍ほど大きくなっている。さらに Bahcall and Bugget (1987) は、超銀河団についても相関関数を求め、その Amplitude がより大きいと主張している。相関関数が Power Law で記述されるとき、その分布はフラクタルであり、そのフラクタル次元は $D = 3 - \gamma = 1.2$ で与えられる。このような宇宙のフラクタル構造と泡状構造はどのように形造られ、どのように関係しているのだろうか？

宇宙の大構造や銀河の形成に関しては、宇宙の初期に存在した密度ゆらぎが成長して天体を形成したとする Gravitational Clustering Theory が主流である。特に最近では Weakly Interacting Massive Particles (WIMPs) を使った Dark Matter Dominated Universe における銀河形成が盛んに研究されている。

その一方で、Non-gravitational theory も提案されていて、Explosion Model (Ostriker and Cowie 1981, Ikeuchi 1981), Cosmic String Theory などが挙げられる。Explosion Model では、初代に形成された天体の爆発的エネルギー解放によって形成された衝撃波によって、まわりの物質がシェル状に掃き集められ、そのシェルが分裂することによって銀河などが形成される。銀河はシェル状に分布するから、銀河分布の泡状構造も自然に説明できる。

一方、このモデルの modified version として、パーコレーションを利用したモデルがある。すなわち、初代の少数の天体の形成・爆発が隣にある天体の種を stimulate し、新たな天体を形成する。このようなプロセスが percolative に進行し、構造を形成する。このような考えに従って、Charlton and Schramm (1986), Shulman and Seiden (1986) は percolation によって形成された構造をシミュレートし、その相関関数を計算した。さらに Vcsek and Szalay (1987) は、セル・オートマトンの的アルゴリズムを用いて構造を形成し、その相関関数が $\gamma \sim 1.8$ の Power Law になることを示した。

宇宙の初期に存在した負の密度ゆらぎがボイドとなって膨張し、オーバーラップしたとすると、その結果できる構造は、Explosion model と同様なものになる

であろう。Matsuda and Shima (1984) は、そのようなセル構造がボロノイ分割で良く記述できることを指摘した。ボロノイ分割とは、空間中に分布するボロノイ中心のうち最も近い点に領域を所属させることによって、空間を分割する方法である。さらに、Icke and Weygaert (1987) は、2次元のボロノイ分割の計算を行ない、ボイドの体積分布などの統計量を計算したが、実際の宇宙との比較は行わなかった。

ここでは、爆発や負の密度ゆらぎの成長によって形成されたシェルが膨張しオーバーラップしてできる構造を3次元のボロノイ分割を用いて計算する。そして、相関関数などを用いて実際の宇宙との比較を行う。また、構造のフラクタル性との関連についても議論する。

II モデル計算

ここでは、我々は単純なモンテカルロ法を用いて、ボロノイモデルでどのような構造ができるか計算する。以下では一応 Explosion 説を基に計算をするが、負の密度ゆらぎによるボイドのオーバーラップにも適用できる。

a) Model Setting

膨張宇宙の中で、一辺の Comoving size が l_0 の立方体を考える(図2)。その中に、 N_s 個の Seed Objects をランダムに置く。この Seed objects は、 $z = z_i$ に同時に爆発し、衝撃波がまわりに拡がって行くとする。爆発のエネルギーが同じ場合、オーバーラップの後にできる構造は、衝撃波の膨張則には依らないが、ここでは一応 'cosmological detonation wave' の膨張則： $R_s \propto t$ とする (Bertschinger 1985)。ここで、 R_s は衝撃波の半径、 t は爆発をしてからの時間である。

b) 方法

爆発の前に、質量の分布を代表する点として、立方体の中に N_p 個の粒子をランダムに或は一様にばらまいておく。始め、質量粒子 P_j は、Comoving coordinate 上で静止しているが、あるシェル(中心 S_i) に sweep up されると ($S_i P_j \leq R_s$)、その後はシェルの膨張に従ってそのシェル上に乗って移動するものとする ($S_i P_j = R_s$)。しかし、その粒子 P_j は他のシェルに sweep up されると移動を止めるとする。このようなアルゴリズムをすべての粒子について行うことによ

って、質量粒子はシェル同士がぶつかり合った場所に集まり、自然に3次元ポロノイ分割をしたことになる。境界条件は周期的にも自由にもできるようにした。

c) 結果

典型的な計算結果を図2に示した。これは、立方体から厚さ d のスライスを取り出して、それを2次元面上に投影した図である。このモデルのパラメーターは、 $l = 100$ 、 $N_s = 50$ 、 $N_p = 10^4$ である。 z_i から完全にオーバーラップするまでの進化を示す。オーバーラップし終わった後の粒子の分布、すなわち”銀河”の分布は、まさに観測されている泡状構造と同様である。

このようなポロノイモデルで得られる統計量として、ここではまず、ポロノイセルの体積分布を考えてみる。それを図3に示す。ここで体積は $V_0 = V_{total} / N_s = l^3 / N_s$ で normalize してある。この図から体積分布は $V \sim 1$ にピークを持ち、 $V > 1$ のセルは少ないことがわかる。ポロノイセルはボイドと考えることができるから、ボイドの体積分布の統計が行われれば、我々のポロノイモデルとの比較ができるであろう。

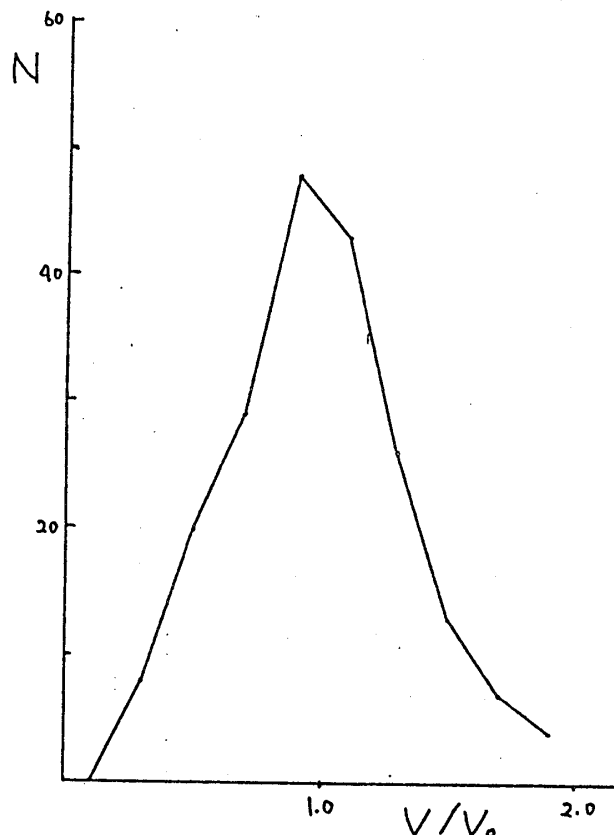


図2

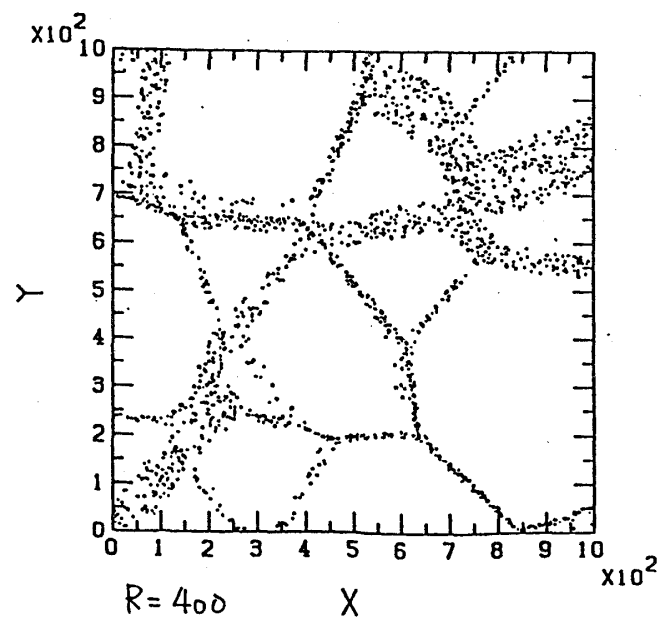
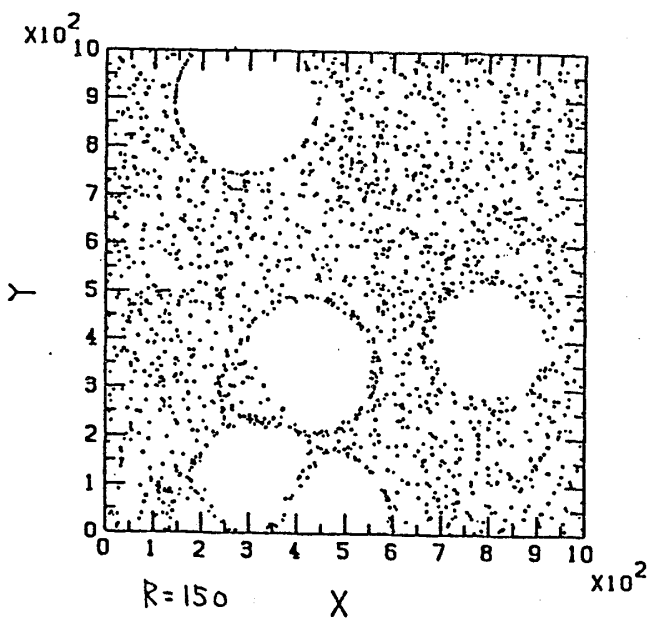
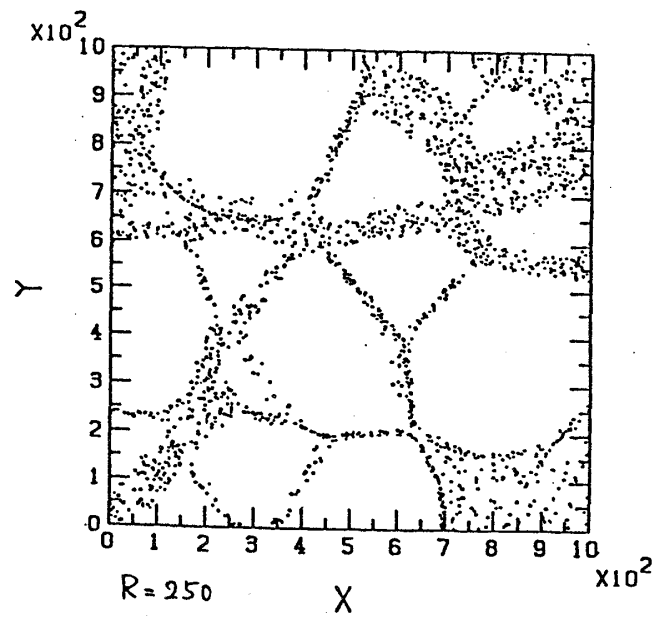
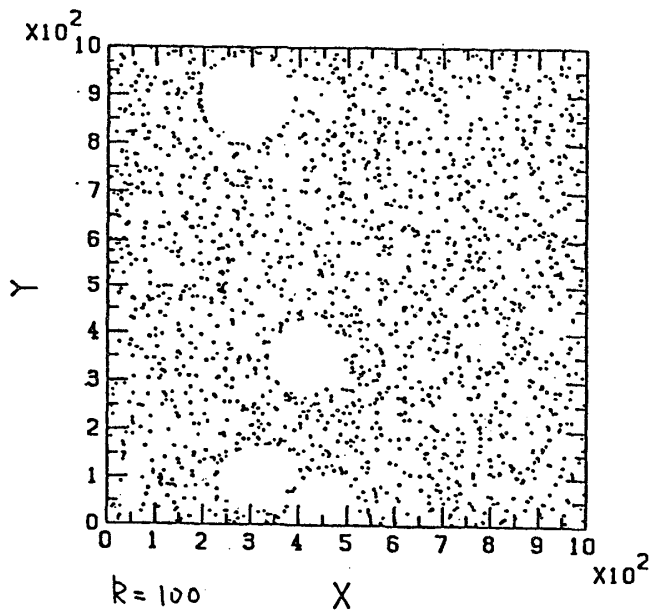
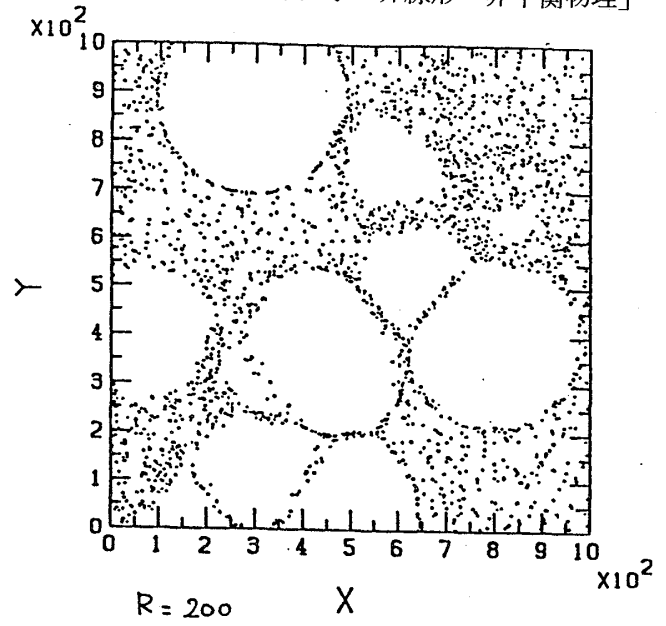
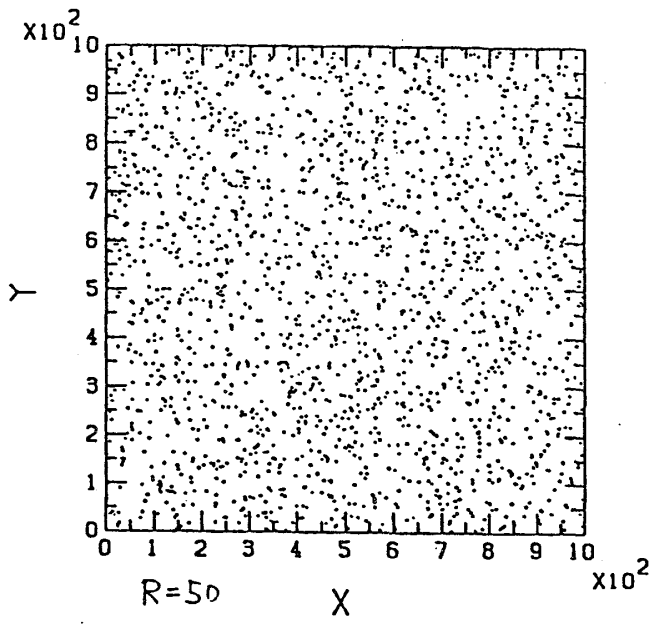


図 3

III 2体相関関数

前章で得られた粒子の分布（データサンプル）を物質（あるいは銀河）の分布とみなして、2体相関関数を計算する。その際、 N_r 個の点を考えている領域にランダムに分布させてランダムサンプルを作る。データサンプル中で、2点間の距離が r である pair の数を $DD(r)$ 、データとランダムサンプルの cross pair で2点間の距離が r である pair の数を $DR(r)$ とすると、相関関数は

$$1 + \xi(r) = (N_r / N_d) (DD(r) / DR(r))$$

で計算される。ここで N_d はデータサンプル中の粒子の数である。計算された相関関数の例が図4に示されている。 $r \leq r_{\text{void}}$ の r の小さな範囲では、 $\xi(r)$ は power law を示している（power の値は $\gamma \sim 0.5$ ）。また、 $r \geq r_{\text{void}}$ のスケールで、 $\xi(r) < 0$ 、すなわち負の相関を示している。power の値 $\gamma \sim 0.5$ は観測されている値 $\gamma \sim 1.8$ に比べてかなり小さい。これは点が wall 上（すなわち2次元面上）に分布していることから予想される。wall 上の点が filament 上に集まり、さらに filament 上の点が node に集まるような（たぶん重力的な）クラスタリングが重要であると考えられる。

そこで我々は、wall 上の点を filament 上に集めることによって、重力的クラスタリングの効果を近似的に取り入れた計算を行った。wall 上の点を P 、その wall を定義している2つの expansion center の中点を M とし、 P を直線 MP が filament と交わる点 P' に移動させることによって filament 上に点を集める。その結果得られた粒子の分布は図5のようになり、さらに相関関数を計算すると図6のようになる。 $\xi(r)$ の傾きは以前より大きくはなっているが、 $\gamma \sim 1.5$ で、観測の ~ 1.8 に比べてまだ小さい。さらに高い程度のクラスタリング、すなわち node に粒子が集まるような過程が重要であると考えられる。

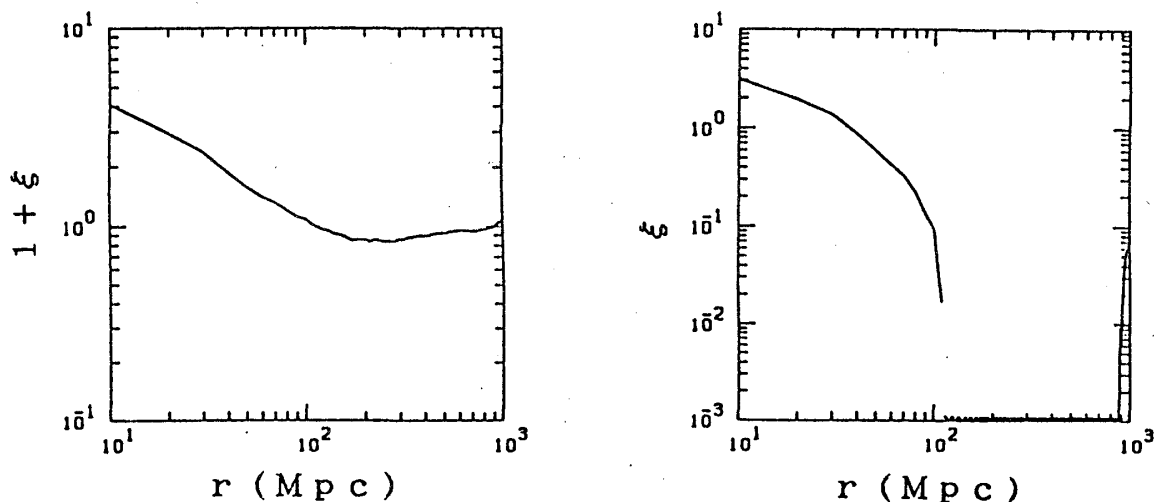


図4

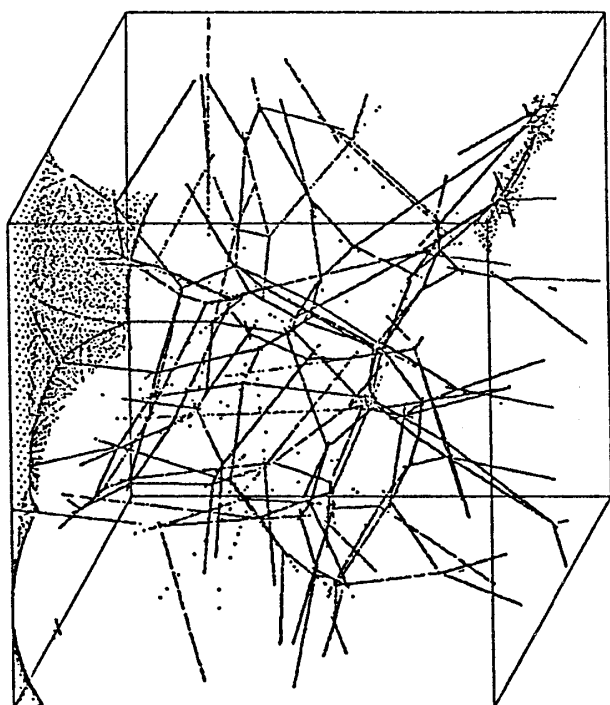


図 5

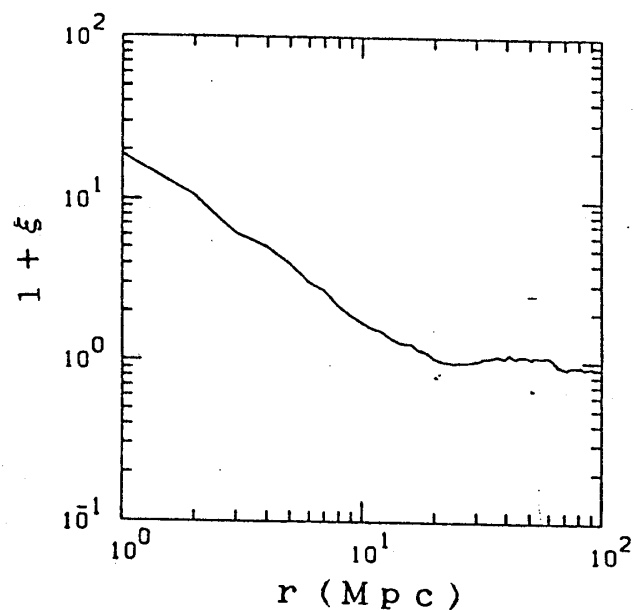


図 6

IV フラクタル構造

銀河や銀河団の2体相関関数は、ある範囲で power law で記述できる： $\xi_{00}(r) = A_g r^{-1.8}$ 、 $\xi_{00}(r) = A_* r^{-1.8}$ 。power index は両者で同じだが、 $A_g \ll A_*$ と amplitude に違いがある。この違いを説明することは、宇宙の大構造及び銀河の形成の理論にとって重要な課題であるが、Calzetti et al. (1987) は非常に興味深いアイデアを提出している。まず、銀河や銀河団が同一の分布をしているものとし、その分布がフラクタルであると仮定する。フラクタル次元が D であるとする、ある天体 O から半径 r の球内にある点の数 $N(r)$ は、

$$N(r) = B r^D$$

で表せるはずである。さて、この分布をある一定の体積で観測し、そのサンプルから2体相関関数を計算する。 O を中心とする半径 r の球内の平均密度は、

$$n_v(r) = N(r) / V(r) = (3B / 4\pi) r^{D-3},$$

D から距離 r にあるシェル中の密度は、

$$\begin{aligned} n_s(r) &= (1 / 4\pi r^2) dN(r) / dr \\ &= (DB / 4\pi) r^{D-3} \end{aligned}$$

であるから、観測する領域が O から半径 R_s の球内であるとする、

$$\xi(r) = (D/3) (R_s/r)^{3-D} - 1.$$

$\xi \gg 1$ であるとする、

$$\xi(r) = A r^{D-3}$$

$$A = (D/3) R_s^{3-D}$$

となり、相関の amplitude A は sample size R_s に依存することになる。銀河団では、sample size は銀河の場合よりも大きいので、 $A_0 < A$ となる。

ここで、彼らのアイデアを我々のモデルに適用することを試みる。まず、一辺 l_0 の立方体の中で Π で行ったようにして、ポロノイモデルを生成する。その中から、一辺 l_c の立方体を pick up し、その中で $\xi(r)$ を計算する。いろいろな l_c に対する $\xi(r)$ を図7に示す。 $l_c = l_0$ のとき、 $r > r_1$ では power law ではないので、 $l_c \geq r_1$ では A は一定である。一方 $l_c \leq r_1$ では、 l_c が小さくなると、 A も小さくなっていることがわかる。ただし、我々のモデルでは D が大きいので A の変化はあまり顕著ではない。また、 $\xi = 0$ になる r も小さくなっている。すなわち、sample volume を変えると、 A が変わるだけでなく、負の相関が現れる距離も変わることに注意しなければならない。

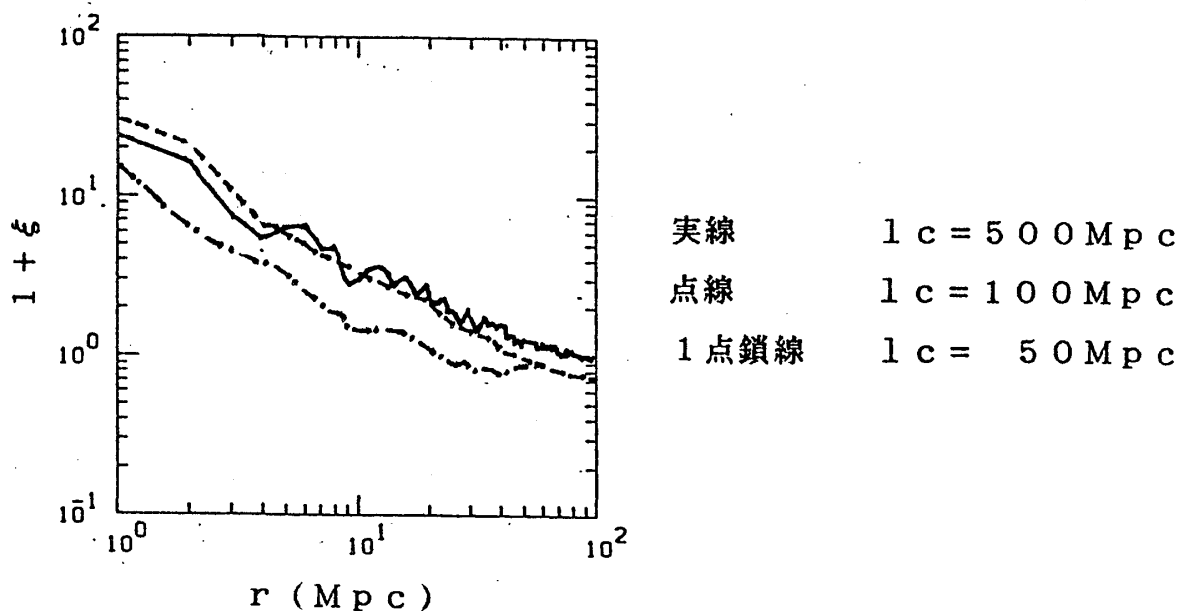


図7

References

- N.A.Bahcall and W.S.Bugget 1986, *Astrophys.J.* 300, L35
N.A.Bahcall and R.A.Soneira 1983, *Astrophys.J.* 270, 20
E.Bertschinger 1985, *Astrophys.J.* 295, 1
D.Calzetti, M.Giavalisco, L.Pietronero and R.Ruffini 1987, preprint
J.Charlton and D.N.Schramm 1986, *Astrophys.J.* 310, 20
M.Davis and P.J.E.Peebles 1983, *Astrophys.J.* 267, 465
V.de Lapparent, M.J.Geller and J.P.Huchra 1986 *Astrophys.J.* 302, L1
V.Icke and R.van de Weygaert 1987, *Astron.Astrophys.* 184, 16
S.Ikeuchi 1981 *Pub.Astron.Soc.Japan* 33, 211
T.Matsuda and E.Shima 1984 *Prog.Theor.Phys.* 71, 855
J.P.Ostriker and L.L.Cowie 1981 *Astrophys.J.* 243, L127
P.J.E.Peebles 1980 "The Large-Scale Structure of the Universe" (Princeton University Press)
L.Shulman and P.E.Seiden 1986 *Astrophys.J.* 311, 1
H.Totsuzi and T.Kihara 1969 *Publ.Astron.Soc.Japan* 21, 221
T.Vcsek and A.S.Szalay 1987 *Phys.REv.Lett.* 58, 2818