

はばたきによる推進の動的メカニズム

北大・電子研 飯間 信, 柳田達雄

1 はじめに

1.1 蝶のはばたき運動

はばたき、泳ぎ、二足歩行など生物は様々な移動形態をもつ。これらの移動形態は進化の過程で高度に発達しており、外敵の攻撃から身を守ったり、逆にエサとなる生物や花などの目標に接近するための高度な制御が実現されている。

一方これらの移動形態のうち、その本質的メカニズムすらよく分かっていない一例として蝶などに見られるはばたき飛行の機構が挙げられる。動物学的な研究として、飛行する生物のはばたき運動を観察し、そのメカニズムを理解しようとするアプローチは数多い[1, 2, 3]。しかし、蝶について考えた場合、いくつもある特徴的なはばたき機構の内、本質的な部分と、生物として生きていくための飛翔の最適化を担う部分とは区別できていない。つまりこの意味で蝶のはばたき機構についてはよく分かっていないといえる。

蝶のはばたきは、大まかに言って前翅と後翅はおおむね同時に運動し、ちょうつがいにつながれた2枚の板が開いたり閉じたりするという描像がよく当てはまる。この意味では、蝶のはばたき機構はトンボや鳥類などに比べて単純である。また、蝶の飛び方は明らかに他のはばたき生物と異なっており、その意味でユニークである。

しかしながら、蝶のはばたき機構が単純だと言っても、たとえば以下に挙げるような特徴がある。離陸時には翅を打ち合わせ、上から徐々に翅を引き剥がす peel mechanism[3]、弾性体としての翅のしなり、また翅のうち下ろし時と打ち上げ時で軸の角度を変化させることに、はばたきにより得られる力を前方への推進力に変える機構などである[4]。

これらは翅の弾性あるいは、運動の3次元性に起因する機構である。運動自体が単純なはばたき運動のように見える蝶の、このような独特の機構が本質的であるかどうかは、理学的工学的観点から見たとき非常に重要である。本研究においては、二次元非粘性流体中におかれた剛体でできた翅のはばたき運動が、剥離渦との相互作用で上方への推進力を生み出すことを示す。

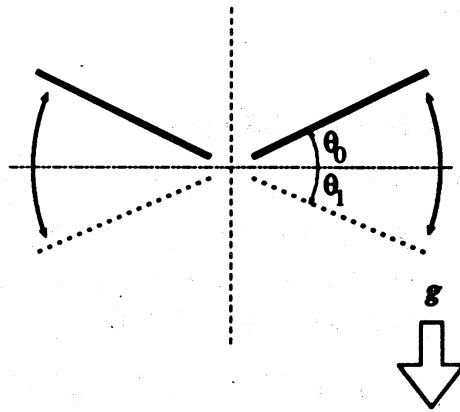


図 1: モデル化された「蝶」。二次元空間流体中に置かれ、翅は剛体でできている。

1.2 はばたき運動と動的対称性の破れ

理学的な興味ではばたき運動をとらえた場合、もう一つ重要な動機が存在する。それを仮に「動的対称性の破れ」と呼ぶことにする。

図 1 に示したような二次元の蝶を考える。図中に示された角 θ_0, θ_1 は、はばたき運動の動的な非対称性を決めるパラメータである。重力が無視できる状態で $\theta_0 = \theta_1$ のとき、運動は動的な対称性を持つ。完全流体中にこの「蝶」が置かれていたならば、揚力はゼロとなる。

この場合は、はばたき運動が動的に対称な時、結果としての重心には平均として力がかからなかった。そういう意味で「動的に対称な物体の運動が生み出す重心の移動は対称である」と言うことができる。これを「動的対称性が保たれている」状態と言うことにする。

この例はあまりに自明であるが、これを粘性が無視できる（粘性の影響は無視するが渦の剥離は認める）流体中においた場合でも、動的対称性は保たれるのだろうか。剥離渦が流体に放出されたことは、運動が外界に及ぼした影響の履歴が少なくともしばらくの間残ることを意味している。この履歴の影響によって、重心移動の対称性が破れることはあっても良さそうである。もし、動的対称性の破れが起こるのであれば、二次元はばたきモデルでも蝶の飛翔を説明できることになる。

以上のように、蝶の飛翔機構の本質をとらえるという問題意識にたって、二次元の蝶の飛翔シミュレーションを行った。流体の運動は離散渦法 (discrete vortex method) を用いることで剥離渦の影響を取り込み、パラメータは実際測定された蝶の諸元を用いた。その結果、このモデルは蝶の飛翔を再現した。動的対称性の破れは剥離渦と翅周りの循環との相互作用に起因する。

2 離散渦法によるシミュレーション

ここでは、第 1 章で考えた 2 次元の蝶のシミュレーションの手法について述べる。なお、ここでは重力も含めて考えることにする。まず、蝶のはばたきについて既に知られている

知見を確認しておく必要がある。

2.1 蝶のはばたきにおける流体力学的知見

まず、本研究で取り扱う蝶の諸元を、表1に示す。空気の動粘性率 ν は、 10^{-5} 程度であるので、蝶の特徴的長さ及び速度をそれぞれ l_L 、 l_L/T と見積もると、レイノルズ数は、 $Re = l_L^2/(\nu T) = 9.0 \times 10^2$ となり、 10^3 のオーダーとなるので、粘性の影響は小さいと考えられる。また、空気密度は翅の弦長をつかって見積もった。

項目	記号	単位	測定値	使用値
胴体質量	m_B	kg	6.2×10^{-5}	6.0×10^{-5}
翅一枚の質量	m_W	kg	$7.3 \times 10^{-6}/2$	3.5×10^{-6}
翅長	l_L	m	3.0×10^{-2}	3.0×10^{-2}
はばたき周期	T	s	8.8×10^{-2}	1.0×10^{-1}
翅元と胴体の間隔	l_D	m	-	1.0×10^{-3}
空気密度	ρ	kg/m ³	(1.0 kg/m^3)	7.5×10^{-2}

表1. スジグロシロチョウの諸元とシミュレーションパラメータ

本研究で扱うはばたき運動は、翅のアスペクト比が小さい翅を持つ蝶のものである。このとき、翅の端の影響が無視できず、これが重要な役割を果たすと思われる。砂田らは、三角形および長方形の板を水中で回転させることにより、翅の端から剥離渦が発生することを示し、蝶のはばたきに対する剥離渦の働きの重要性を指摘した [5]。

このとき剥離渦に伴って、翅の周りの流れには循環が生じる。循環の大きさに対する粘性の影響がほとんど無視できるとき、剥離渦を囲む経路に沿う循環 Γ_s と、翅の上を一周する経路に沿う循環 Γ_w の間には、Kelvinの定理から、

$$\Gamma_s + \Gamma_w = 0, \quad (1)$$

という関係が成立する。つまり Γ_s と Γ_w の符号は逆である。打ち下ろし時には、この剥離渦は翅の上方に位置する(シミュレーション結果参照)。剥離渦の周りには循環的流れが誘起され、それは翅の付近で外向きの流れである。この流れは、翅の周りの循環から下向きに曲げられ、下向き運動量を得ることになる。流体と物体をあわせた運動量が保存しなくてはならないことから翅には上向きの力積、つまり力が生じる。

このあたりの事情は、翼理論において、周りに循環 Γ がある物体に大きさを U の様な流れが当たったときに揚力が生じるということと本質的に同じである。その揚力の大きさは空気の密度を ρ とすると、

$$L = \rho U \Gamma \quad (\text{Joukowski の定理}), \quad (2)$$

とかける。また向きは一樣流に垂直で、流体が物体を通過するとき運動量を与えるのと逆向きである。なお、はばたきによって生じる力を論じる場合、一樣流が定義できないため、

式 (2) を直接適用することはできない。しかし、局所的な流れと循環から局所的な揚力を計算し、そのベクトル和をとることで全体としての揚力を計算することができる。

結局剥離渦との相互作用で、打ち下ろし時には、翅に上向きの力が生じることが分かった。しかし、打ち上げ時にはどうなるか。

もし打ち下ろし時の履歴が実質的な影響を及ぼさないのであれば、今度は上下が鏡像対称の流れが生じ、今度は下向きで大きさがさっきと同じ力が発生する。これは打ち下ろし時に生じた力と打ち消し合い、重力に抗して上方に推進することができなくなってしまう。これが次節以降で述べる方法でシミュレーションしたときに得られる結果の一つである。従って剥離渦の存在だけでは蝶のはばたきによる飛翔を説明できない。

なお、ここで取り扱うモデルでは、蝶自身が前方に移動していない、すなわち一樣流は仮定されていないことに注意して欲しい。従来のはばたき飛行の解析や計算では、一樣流中を仮定したものであった [6, 7, 8]。既に述べたように、アスペクト比の小さい翼によるはばたき運動では、翼端の影響が相対的に重要であることは知られているが、ここでは従来翼理論では不可欠と思われてきた一樣流は蝶の飛翔には必要ないことを主張する。そのかわり、蝶の慣性運動に重きを置き、蝶の自由飛行を論じる。

なお、はばたき飛行の安定性に関しては、ここでは立ち入らないことにする。そのため蝶の運動および周囲の流れ場は左右が鏡像対称になっているものとする。

まとめると、ここであつかう蝶のモデルは、

1. 2次元空間中であって、翅を2本の直線で表現する。
2. 粘性は小さいものとして、無視することができる。
3. しかし、翅端から生じる剥離渦の効果は取り込まねばならない。
4. 蝶の重心の移動も取り扱えなくてはならない。
5. 系は左右対称とする。

という諸条件を満たさなければならない。

これらの条件を満たし、しかも比較的取り扱いが簡単な方法として離散渦法 (discrete vortex method) という方法 [9, 10] を採用する。次節で、その方法を説明する。

2.2 離散渦法

離散渦法は、物体の境界及び流体を離散的な点渦の集合として表現する。流体中の点渦は大きさを変えないまま、自分以外のすべての渦が誘起する速度で進む。剥離は境界上に定義された剥離点から、その点にある渦が流体中に放出することで表現される。つまり流体中の点渦は毎時間ステップ Δt ごとに増えていく。境界条件は完全流体の境界条件を用いるが、境界上で選ばれた選点でのみ境界条件が満たされることを要請する。この条件及び Kelvin の定理 (1) から、境界上の点渦の大きさを決める。このようにして時間発展を記述するのが離散渦法である。

以下、具体的なアルゴリズムを記す。

本研究では、系を左右鏡像対称にとっているため、以後右側だけを考える。ある時間において流体を表現する点渦の個数が N_F 個だったとする。第 k 番目の渦の位置を $\mathbf{r}_F(k) \equiv$

境界条件を述べる前に、蝶の翅上の各点での翅の速度を求めておく。蝶の重心の位置ベクトルを $\mathbf{r}_G(t) = (0, y_G)$, 重心から翅の軸に向かう位置ベクトルを $\Delta\mathbf{r}_G(t) = (0, \Delta y_G)$, としたとき、 s 座標で $s = s$ と表される点の速度 $\mathbf{v}_W$ は、

$$\mathbf{v}_W = \left(-\frac{d\theta}{dt}(l_D + s) \sin \theta(t), \frac{dy_G}{dt} + \frac{d\Delta y_G}{dt} + \frac{d\theta}{dt}(l_D + s) \cos \theta(t)\right) \quad (6)$$

となる。

境界条件は、 $(N_W - 1)$ 個の境界上の選点 (control point) $s = \{s(i-1) + s(i)\}/2$ ($i = 1, 2, \dots, N_W - 1$) において、 $\mathbf{v}_W = \mathbf{u}$ が満たされることを要求する。この $N_W - 1$ 個の条件式と、式(1)に対応する

$$\sum_{i=1}^{N_F} \Gamma_F(i) + \sum_{j=1}^{N_W} \Gamma_W(j) = 0 \quad (7)$$

を合わせた N_W 個の連立方程式を各時間で解いて、 $\Gamma_W(i)$ を定める。

次に剥離の表現であるが、剥離点をこちらから、翅の端 ($s = s(i = N_W)$) と与える。そして、ある時間ステップ $t = t_i$ における剥離点上の点渦が速度 $\mathbf{u}(\mathbf{r}_W(N_W))$ で次の時間ステップ $t = t_i + \Delta t$ には流体中に放出されるものとする。これにより、流体を表現する点渦は一つ増えて $N_F + 1$ 個となり、 $\Gamma_W(N_W)|_{t=t_i} = \Gamma_F(N_F + 1)|_{t=t_i + \Delta t}$ という関係が成立する。以上の様にして、翅の運動に伴う流体の振る舞いを記述する。流体が翅の運動に及ぼす影響を計算するには、剥離渦が羽に及ぼす揚力を計算すればよい。このモデルでは、揚力は翅の上面と下面の圧力差によって生じる。これは、局所的に Kutta-Joukowski の定理が成立する形に書き直すことができる。従って、全体の揚力 L は、

$$L = 2 \sum_{i=0}^{N_W-1} \Gamma_F(i) u(\mathbf{r}_W(i)), \quad (8)$$

と書ける。対称性より、揚力の x 成分は落ち、 y 成分は一枚の翅に働く揚力の2倍となっている。この揚力が蝶の重心の加速度を生み出し、その加速度が重心の運動を規定している。つまり方程式、

$$\frac{d^2}{dt^2} y_G = L / (2m_G + m_B) - g \quad (g (= 9.8 [\text{m/s}^2]) \text{ は重力加速度}), \quad (9)$$

をとり、 y_G の運動が決められることになる。

シミュレーションのパラメータは、表2に示されている。

Run	Δt	N_W	number of time steps
Run1	5.0×10^{-4}	10	800
Run2	2.5×10^{-4}	10	1600
Run3	2.5×10^{-4}	20	1600
Run4	2.0×10^{-4}	20	2000

表2. シミュレーションに用いたパラメータ

離散渦法を用いるとき、 Δt の大きさを変えても結果が変わらないことを確認することは重要である。ある時間において流体を表現する渦の数が Δt に依存して違うからである。

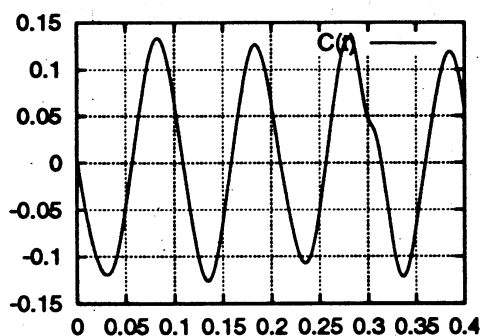


図 3: “tethered case” における翅回りの循環のグラフ。

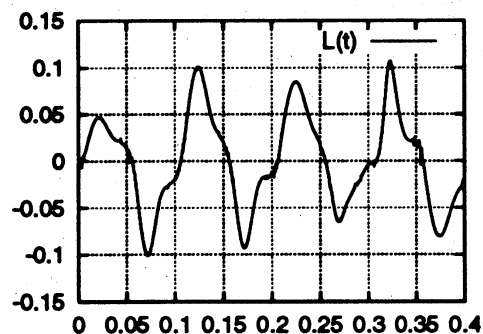


図 4: “tethered case” における翅回りの揚力のグラフ。

以下述べる結果は、特に断らない限り上の Run1 ~ Run4 のいずれにおいても同様に得られた結果である。これは、少なくとも以下に述べた結果に関する限り、この方法が有効であることを示唆している。特に但し書きがないときには、結果のグラフ等は Run4 のデータを用いている。

なお、比較のために、蝶の軸を固定して運動させた時に出来る剥離渦と翅との位置関係を調べた (“tethered case”)。このとき用いたパラメータも Run4 に準じている。

3 結果:蝶の運動と剥離渦の相互作用

まず、“tethered case” の場合についての結果を見る。

図 3 には、翅回りの循環 $C(t)$ のグラフが書かれている。グラフはおおむね周期的に振動しており、極大値と極小値の大きさもほぼ同じである。振動の周期はおおむね 0.1 程度で、はばたき運動の周期とほぼ同じである。

大まかにいって、打ち下ろし時には負、打ち上げ時には正の循環が生成されていることが分かる。Kelvin の定理により、翅回りの循環の時間的変化は、剥離渦の強さを定める。つまり $C(t)$ の傾きが正の時は、循環が増えているので、この間に放出される剥離渦の符号は負である。また傾きが負の時、剥離渦の符号は正である。図 3 より、大まかにいって打ち下ろし時に剥離する渦が正、打ち上げ時に剥離する渦が負であることがわかる。この結果は物理的にいうと、打ち下ろし時の翅の内側の流体の速度はおおむね翅の速度と等しく下向きで、翅の内側の速度はゼロに近いと考えると理解できる。振動の位相がはばたき運動とずれているのは、慣性により流体の速度変化が、はばたき運動から少し遅れるからだと思われる。

ここでは図に示していないが、剥離した渦は半周期毎に放出されたもの(同符号のもの同士)がまとまって一つの秩序渦を形成する。つまり半周期毎に符号の違う秩序渦が発生する。各秩序渦は、翅の上方と下方に位置する。新しい秩序渦が発生すると、それまでに生成した古い秩序渦は遠方に移動する。循環の極値がピーク毎に少し異なるのは、古い秩序渦の影響だと思われる。

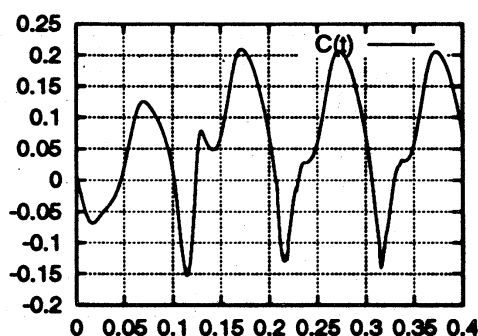


図 5: “freeflight case” における翅回りの循環のグラフ。

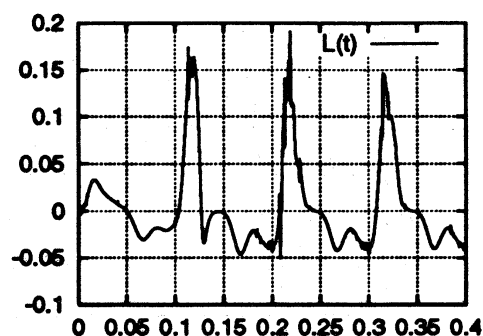


図 6: “freeflight case” における揚力のグラフ。

翅回りの循環の時間的変化は、ほとんど対称、つまり打ちおろし時と打ち上げ時で本質的な変化はない。これは対称的な翅の運動(動的対称性)からひき起こされる物理量の振舞が対称であるという自明な結果である。

次に翅にかかる揚力 $L(t)$ のグラフ(図 4)を見ると、最初の半周期を除いて周期的である。やはり周期はほぼ 0.1 で、はばたき運動の周期と同じである。

揚力の振舞を理解するには、秩序渦に着目すると良い。秩序渦は周囲に流れ場を誘起するが、その向きは翅のあたりでは秩序渦によらず外向きである。これは、翅の上方には正の、下方には負の秩序渦が配置されるためである。

このことから、図 4 に見られる傾向を説明する事ができる。一つは、最初の半周期に生み出される揚力がなぜ小さいのか、ということである。このとき古い秩序渦は存在せず、打ち下ろし運動に伴って生成されつつある秩序渦が誘起する翅付近の流れと、翅のまわりの循環の符号から揚力が上向きに発生する。その大きさは、荒く言うと秩序渦が翅付近に誘起する流れの速さに比例する。その速さは、二周期目以降の速さに比べて小さい。なぜなら二周期目以降においては古い秩序渦が存在しており、その古い秩序渦も流れを誘起し、翅付近の速度を強めているからである。

最初の半周期を除くと、動的対称性は保たれている。これもまた、自明な結果である。

では、蝶自身の重心移動を考えた場合はどうなるか。図 5 は、“freeflight case” における翅回りの循環 $C(t)$ のグラフを示したものである。変動は周期的で、その周期ははばたきの周期とはほぼ同じであるが、打ちおろし時と打ち上げ時の $C(t)$ の変化の振舞はかなり異なっていることが分かる。この傾向は特に 2 周期目以降で顕著である。また、一周期ごとに平均 $C(t)$ の平均をとってみると、やはり 2 周期目以降で、正の方にずれていることがわかる。極大値と極小値の差は、その期間に放出した剥離渦の循環の合計、つまりそれら剥離渦が作る秩序渦の循環を表す。その値は、2 周期目以降ほぼ同じで、特に極大→極小と変化する場合の差と極小→極大と変化する場合の差はほぼ同じであることから、形成される秩序渦の循環の大きさは、その符号にかかわらずほぼ等しいと言える。

図 6 は、“freeflight case” における揚力 $L(t)$ の時系列を示したものである。最初の 1 周期に関しては、それほど対称性は崩れていないものの、2 周期目以降については、周期の前

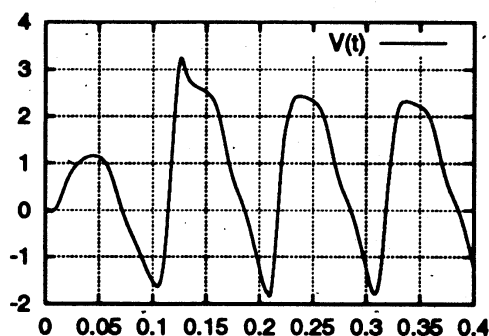


図 7: “freeflight case” における蝶の重心速度のグラフ。

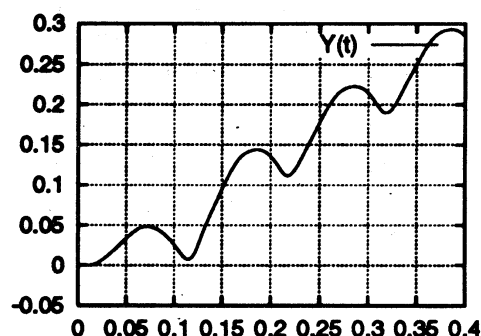


図 8: “freeflight case” における蝶の重心位置のグラフ。

半、つまり打ち下ろし時に大きな揚力のピークが生じ、完全に対称性が崩れている事がわかる。このことから、蝶の重心速度は平均で正となり、蝶の重心は時間とともに上がって行く(図 7, 図 8)。つまりこの場合、蝶のまわりには一様流がなく、さらにはばたき運動は対称なのにもかかわらず蝶は上方に飛んでいくことがわかる。

2 周期目以降で物理量の振舞が定性的にも変化していると言う意味で、これは図 5 の傾向と同じである。先に述べたように、生成される秩序渦の強さ自体には変化は生じていないようなのに蝶の運動にかかわるこれらの量の対称性が崩れてしまうのはなぜだろうか。その理由を詳しく調べるためには、翅のまわりでの渦と流れ場の相互作用を調べなくてはならない。

図 9 (a)(b) は、最初の周期の中で打ち下ろし時および打ち上げ時のある時間(それぞれ $t = 1/8T, 5/8T$) における翅、渦、流線を示したものである。図 9 (a) では、最初の打ち下ろし運動に伴う剥離渦が巻き上がって、秩序渦が生成されつつある事が見てとれる。この期間においては“tethered case”において述べたのと同じ理由により上向きの揚力が生成される。図 9 (b) においては、打ち下ろし運動によりできた秩序渦の他に、打ち上げ運動に伴って秩序渦が形成されつつある。この場合、蝶の重心が揚力によって上方に移動している事から古い秩序渦(打ち下ろし運動に伴ってできた秩序渦)は翅の上方ではなく、横の方に位置している。このような事情により、この期間に生成される下向きの揚力の大きさは、打ち下ろし運動時に生成される上向きの揚力の大きさとさほど変わらない。これは“tethered case”の場合と異なる点である。

ただ最初の 1 周期での対称性は、それほど良いわけではなく、打ち上げ時に生成される揚力の積分(=この期間での速度変化)は、打ち下ろし時の積分より大きい(図 6)。このため一周期後の速度は負になる。(図 7) 結局、最初の一周期の間に蝶が得る高度はわずかである(図 8)。

続いて、2 周期目に蝶が大きな揚力を得ている期間に起こっていることを図 9 (c)(d) を用いて考察する。第 2 周期目において、打ち下ろし時に生成される秩序渦の配置は第 1 周期目と同様である。しかし、このときは古い秩序渦が重要な役割を果たす。図 9 (c) において、翅の下方に秩序渦が位置し、これが翅付近での流れを強める働きをしている。結果として、一周期前より大きい揚力が発生し、蝶は大きな上向き速度を得る事になる。これに

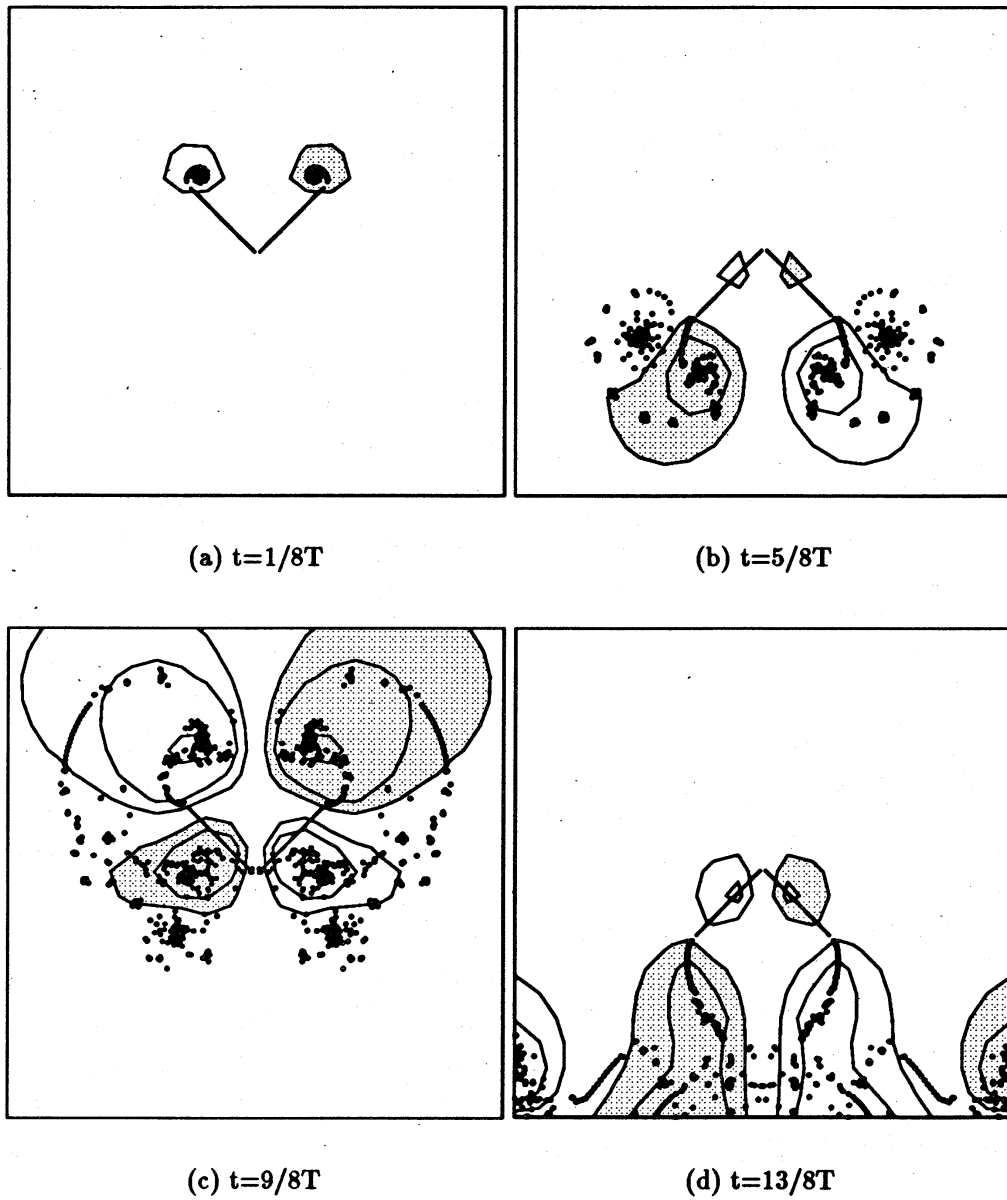


図 9: “freeflight case” における流れ場。線分は翅を、黒丸は離散渦を、等高線は流れ関数の等値面を表す。等高線を引いた高さは不等間隔であるが、その間隔は各図で同じである。

より蝶の重心運動の対称性を有意に崩すことになる。図 9 (d) には、蝶は上向きの速度を持っているため打ち上げ時に剥離した渦が秩序渦にまとまらない様子が示されている。実際、この期間に生成される下向きの揚力の大きさは小さく、この周期が終っても蝶の重心はもはや最初の位置にはもどらない。

第 3 周期目以降は、第 2 周期目に起こっている事と本質的に同じ事が起こっている。つまり打ち下ろし時には蝶の速度は下向きだがあまり大きくないため、剥離渦が秩序渦を形成でき、これが大きな上向きの揚力を生成する。一方、打ち上げ時には蝶は加速されて大きな上向き速度を持っている。このため剥離渦は秩序渦を形成できない、もしくは形成したとしてもその渦と翅との距離は大きく、このとき生成される下向きの揚力は小さい。

このようにして、2 次元で単純にはばたく系であっても、蝶は上方に飛ぶ事ができるという非自明な事実が示された。

4 まとめ

本研究においては、蝶のはばたきにおける揚力生成の流体メカニズムを、とくにその本質的要素を抽出しようという思想のもとに解析した。結果として、2 次元における単純なばたき運動が、上方推進力を生成することが示された。

第一に、これは剥離と重心運動を考えれば一樣流が存在しなくても上方推進力を生成できる一例を示したことになり、翼理論とは異なる上方推進力生成メカニズムであるという意味で興味深い。

第二に、このモデルは蝶のパラメータを代入して飛ぶと言う意味で、生物流体の問題として意義深い。とくに、蝶の飛行の本質を与えるモデルとして、このモデルは適切であるという重要な示唆を与える。

第三に、はばたき運動が対称であっても、ひき起こされる運動は非対称になるという点で、ある意味で対称性の破れが観測されている点も興味を引く。蝶の重心運動が意味を持つ時点で、厳密には運動の対称性はすでに破れているので、この結果は当然であるといえるかも知れない。しかし、対称が破れて蝶が平均的に上方に運動する過程を検証してわかるように、この遷移は境界の運動、放出された渦のダイナミクス、蝶の重心運動が繊細なバランスを保った結果の産物であり、非自明なものであると思う。

本研究では、蝶のはばたきを示す系のごく一部しか調べていない。たとえば、得られる「揚力」を定量的に説明することはできるか、蝶のパラメータが選択は何らかの意味で最適な物なのか、左右の対称性を崩した時の飛行の安定性はどうか、など、興味は尽きないが、これらは今後の研究課題としたい。

謝辞

栗林自然科学写真研究所においては、蝶飛行の高速度撮影のビデオを快く提供してくださいました。このビデオは本研究のアイデアを得るために大変役立ちました。ここにお礼を申し上げます。

参考文献

- [1] T. Weis-Fogh, J. Exp. Biol. **59**, 169 (1973).
- [2] A. P. Willmott and C. P. Ellington, J. Exp. Biol. **200**, 2705 (1997).
- [3] J. H. Brackenbury, J. Zool. Lond. **224**, 251 (1991).
- [4] S. Sunada, K. Kawachi, I. Watanabe, and A. Azuma, J. Exp. Biol. **183**, 249 (1993).
- [5] S. Sunada, K. Kawachi, I. Watanabe, and A. Azuma, J. Exp. Biol. **183**, 217 (1993).
- [6] C. P. Ellington, C. Berg, A. P. Willmott, and A. L. R. Thomas, Nature **384**, 626 (1996).
- [7] H. Liu and K. Kawachi, J. Comp. Phys. **146**, 124 (1998).
- [8] R. M. Alexander, Nature **384**, 609 (1996).
- [9] R. R. Clements, J. Fluid Mech. **57-2**, 321 (1973).
- [10] T. Iwamuro, T. Adachi, and H. Sakata, in *Finite Element Flow Analysis* (University of Tokyo Press, Tokyo, 1984), pp. 931–938.