

米国の算数数学教育における評価の展開

—全米数学教師協議会に焦点を当てて—

大下 卓司

1. はじめに

本稿では、全米数学教師協議会（National council of Teachers of Mathematics、以下、NCTM）の算数数学教育論における児童生徒の学習への評価を検討する。NCTM に着目する理由は次の2点である。第一に、全米の教育研究者や教師が参加する民間の教育研究団体であるNCTMは、ナショナル・カリキュラムが設定されていない米国で、全国的な算数数学教育研究を展開している点である。特に、1989年にNCTMが開発した『カリキュラムと評価のためのスタンダード(Curriculum and Evaluation Standards for School Curriculum)』（以下、1989年版スタンダード）やその後の一連のスタンダードは、米国が目指すべき算数数学教育のモデルを示している。NCTMを検討することで米国の主要な研究動向が把握できる。

第二に、日本の算数数学教育研究では、パフォーマンス評価をはじめ、算数数学教育での評価について、研究蓄積が不十分な一方で、NCTMは『評価ハンドブック (Mathematics Assessment A Practical Handbook)』（以下、ハンドブック）シリーズをはじめ、評価に焦点を当てた研究成果を明らかにしている点である。「知識を応用・活用・総合することを要求する『真正の課題』に挑戦させ、実際の完成作品を生み出させたり、実演を行わせることによって、児童生徒たちの理解の様相を把握しようとする」パフォーマンス評価は、児童生徒の思考を明らかにし、深い学習をもたらす授業を可能とする¹。NCTMは評価の役割に着目し、ハンドブックではパフォーマンス評価を導入することで、算数数学の学習を豊かなものにすることを提案している。NCTMによる算数数学教育論における評価に着目することで、評価がいかに位置づけられ、算数数学科としていかに具体化されているのかが明らかになる。

さて、日本における米国の算数数学教育に関する研究では、1990年代以降、NCTMが開発したスタンダードに焦点が当てられている。これを翻訳した筑波大学の数学教育研究室をはじめ、国立教育政策研究所や日本数学教育学会などにおいて米国の算数数学教育は精力的に研究されてきた²。これら先行研究において、NCTMが提案する算数数学教育の目標論、内容論は明らかにされてきたものの、学習者への評価については検討の余地がある。

その中で、埼玉大学の二宮裕之は、評価に着目して米国の算数数学教育を検討している³。彼は、NCTMのスタンダードにおける評価の考え方を明らかにするべく、教育学者ハート(D. Hart)の評価論を参照しながら、NCTMが依拠する評価論を整理した。ここで、二宮は、評価(assessment)が評価情報を収集すること、価値づけ(evaluation)が証拠に基づいて判断を下すこと

を意味すると整理した上で、評価と価値づけの両面を持つ事例として、第7学年の数学の授業でレポートが課された事例を検討している⁴。ここで、二宮はレポートにおける生徒による「振り返り」「まとめ」を教師がいかに評価するのかに着目し、自己評価活動を通じた学習の深まりを明らかにしている。

しかしながら、レポートの作成やそれへの自己評価はパフォーマンス評価では評価方法の一つとして包括的に検討できる。実際、NCTM はスタンダードに示した算数数学教育を実現し、学習者の思考を明らかにする新しい評価方法として、パフォーマンス評価を取り入れ、目的に応じて多様な評価方法を用いることを提唱している。パフォーマンス評価という視点から検討することで、レポートやそれに対する自己評価を含む様々な評価方法を包括的に検討できる。

そのために、2. において、NCTM が開発した一連のスタンダードとそれらが開発された背景を検討する。3. では、スタンダードに示された評価を具体化したハンドブックに着目し、NCTM がどのように算数数学科に評価を取り入れているのか明らかにする。4. では、評価の実践事例を検討し、NCTM が提唱する算数数学教育における評価の具体像に迫る。

2. 全米数学教師協議会によるスタンダード

元来、米国にはナショナル・カリキュラムはなく、学区単位で独立した教育が行われてきた。しかしながら、『危機に立つ国家 (*A Nation at Risks*)』(1983 年) で児童生徒の学力の危機が訴えられたことを契機に、『2000 年の米国教育戦略 (*America 2000: An Education Strategy*)』(1991 年) が示され、合衆国として教育問題に取り組むことになった。この「2000 年の米国教育戦略」では、公教育で身につけるべき内容や資質を、州政府レベルでスタンダードとして設定することが打ち出された⁵。

こうした中で、NCTM は、児童生徒の学習を質の高いものとするために、全米で共通した算数数学教育の指針を示すべく、1989 年版スタンダードを開発した。これは米国の「次の 10 年間の学校数学の改訂を導く大まかな枠組みの構築のために設計された報告書」⁶であり、各地域が独自に設計するカリキュラム、授業、評価の方向性を示し、教育の質を判定する基準として開発されたものである。その後も、『算数数学指導のスタンダード (*Professional Standards for Teaching Mathematics*)』(1991 年)、『評価のスタンダード (*Assessment Standards for School Mathematics*)』(1995 年、以下、1995 年版スタンダード) が相次いで開発され、スタンダードのモデルとして他の教科や州の教育施策に影響を与えた。

1989 年版スタンダードは、カリキュラム・スタンダードと評価スタンダードから構成された。カリキュラム・スタンダードでは、系統性を示すために、学校教育階梯が幼稚園から第4学年(以下、NCTM による学年段階は幼稚園―第4学年のように略記する)、第5―8 学年、第9―12 学年の学年段階に分けられた。各学年段階で、表1の通り、共通するスタンダード(表1では①問題解決としての数学、②コミュニケーションとしての数学、③推論としての数学、④数学的なつながり)と、指導される内容(表1では⑤以降)がスタンダードとして列挙され、達成すべき姿が説明された。

他方で評価スタンダードは算数数学の学習とともに、教育プログラムやカリキュラムに対する評価から構成される。学習に関する評価では、第一に、テスト以外にも、多様な情報源から

表 1 1989 年版スタンダード⁷

K-4 学年	5-8 学年	9-12 学年
①問題解決としての数学 ②コミュニケーションとしての数学		③推論としての数学 ④数学的つながり
⑤見積もり ⑥数のセンスと数表現 ⑦整数の演算の概念 ⑧整数の計算 ⑨幾何と空間のセンス ⑩測定 ⑪統計と確率 ⑫分数と小数 ⑬パターンと関係	⑤数と数の関係 ⑥数系と数論 ⑦計算と見積もり ⑧パターンと関数 ⑨代数 ⑩統計 ⑪確率 ⑫幾何 ⑬測定	⑤代数 ⑥関数 ⑦総合的な視点からの幾何 ⑧代数的な視点からの幾何 ⑨三角法 ⑩統計 ⑪確率 ⑫離散数学 ⑬微分積分の概念的基礎 ⑭数学的構造

児童生徒の学力を評価すること、第二に、適切な評価方法を用いることが示された。すなわち、オープン・エンド課題やレポート、日誌といった筆記だけでなく、口頭でのプレゼンテーションなどを含む多様な方法を用いて、児童生徒の学習を評価する必要性が示された。

このように 1989 年版スタンダードでは、算数数学教育において児童生徒が批判的に考えたり問題解決したりすることが目指され、そのために、プロジェクト型の授業や、ディスカッションなどを取り入れた協同的な学習を推進することが示された⁸。NCTM はこうした算数・数学教育を通じて、内容のみならず、それぞれの内容に取り組む際の思考プロセスに着目し、内容と思考プロセスの双方の育成し、その様子を多様な方法によって評価しようとした。

続く、1995 年版スタンダードでは、算数数学科における評価が着目された。ここでは、表 2 に示した通り、従来の評価との対比を通じて、算数数学教育における評価観の改革のヴィジョンが明確に示された。目指される評価観の特徴は、児童生徒一人ひとりの全体的な学習に着目し、教師が専門職として、多様な証拠に基づいて、指導や評価における判断を継続的に行うことが目指されていると整理できる。このことは、①「児童生徒が知り、できるようになるべき算数・数学を反映する」、②「算数・数学の学習を高める」、③「公正を推進する」、④「オープンな過程である」、⑤「有効な推測を促進する」、⑥「首尾一貫した過程である」という 6 つの原則として示された⁹。算数・数学の学習を促し、公平で生徒の多様な考えを認める開かれた評価であるとともに、一貫した過程として評価が構想された。

こうした NCTM のスタンダードや合衆国の教育政策を受けて、各州政府もスタンダード開発に乗り出した。その中でも、NCTM のスタンダードの先駆けとなる、革新的なスタンダードを開発した州の一つがカリフォルニア州であった。同州は、『カリフォルニア州公立学校用数学科フレームワーク 幼稚園から第 12 学年』（*Mathematics Framework for California Public Schools, Kindergarten Through Grade 12*、以下、フレームワーク）を開発し、NCTM の支部であるカリフォルニア州数学協議会（California Mathematics Council）の後押しを受けて展開された¹⁰。1994 年にはこれに沿った教材が開発され、同州の教育局（Board of Education）によって教材として承認され、その影響は他の州にも及ぶようになった¹¹。

しかしながら、スタンダードの推進側が算数数学教育において生徒が批判的思考や問題解決能力の育成を目指し、教授・学習形態の転換を促したのに対し、旧来の教育方法によって基本的な知識や技能を習得することの必要性を強調する立場から反対が表明された¹²。その結果「数

表2 評価スタンダードにおける評価改革のビジョン¹³

目指すべきところ	離れるべきところ
子どもの全体的な数学的な力を評価する。	特定の事実に関する子どもの知識やスキルについてだけ評価する
生徒のパフォーマンスを確立された規準と比較する	他の生徒と生徒のパフォーマンスを比較する
教師にサポートを与え、知らされた判断に証拠を与える	「耐教師」の評価システムをデザインする
公的で、一般参加型で、ダイナミックな評価のプロセスを作る	内密で、排他的で、固定された評価の過程を作る
全体的な数学の力を発揮するための多様な機会を与える	数学の知識を発揮する単一の道筋に限定する
何をどう評価するのかについて共有されたビジョンを展開する	個人による評価を展開する
生徒の潜在的な力を達成する機会をすべての生徒が持つことを保証するために評価結果を用いる	数学を学ぶ機会から生徒を選別するために評価を用いる
カリキュラムと指導の中に評価を位置づける	カリキュラムや指導から独立したものとして評価を扱う
多様な証拠にもとづく推論	限られたあるいは単一の証拠に基づく推論
生徒を評価プロセスへの積極的な参加者とする	生徒を評価の対象とする
評価を継続的な繰り返されるものとする	評価を散発的な、結論付けるものとする
評価結果に対して、数学の学習に関して説明できるものすべてを保持する	いくつかの評価結果を保持する

表3 スタンダード 2000 年版の構造¹⁴

	内容スタンダード					プロセススタンダード				
	数と演算	代数	図形	測定	データ解析・確率	問題解決	推論と証明	コミュニケーション	つながり	表現
Pre-k-2 学年										
3-5 学年										
6-8 学年										
9-12 学年										

学戦争(Math War)」と呼ばれる対立が生じた。カリフォルニア州のフレームワークは 1995 年以降、意見の公募などを経て 1999 年に改訂された。同様に NCTM も 1998 年に草稿を配布・公開した上で、2000 年に『学校数学のための原則とスタンダード (Principles and Standards for School Mathematics)』(以下、2000 年版スタンダード)を明らかにした¹⁵。こうして、1990 年代初めには NCTM のスタンダードをモデルとして積極的に導入していた各州も、反対が強まるにつれ、NCTM のスタンダードを修正しながらも、参照し、設定していった¹⁶。

改訂された 2000 年版スタンダードを検討すると、1989 年版同様、児童生徒の批判的思考や問題解決が重視されている。他方で、表 4 に示した通り、学年区分が幼稚園ー第 2 学年、第 3ー5 学年、第 6ー8 学年、第 9ー12 学年に再編された点、各学年段階に共通するものとして、5 つの内容スタンダード(数と演算、代数、幾何、測定、データ解析と確率)と 5 つのプロセス・スタンダード(問題解決、推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現)に整理された点、授業場面の姿がより具体的に示されている点が変更点として指摘されている¹⁷。

こうした変更を加えた上で、NCTM はスタンダードを実現する質の高い算数数学教育が有する特徴として、「公正原則」、「カリキュラム原則」、「教授原則」、「学習原則」、そして「評価原則」と「テクノロジー原則」の 6 つの原則を示した¹⁸。ここで評価原則に着目すると、教授や学習と同様に不可欠な教育活動に位置付けられ、評価は「数学の学習を支援し、教師と児童生徒双方に有用な情報を与える」¹⁹ものとされた。授業実践を再考する契機としての評価が捉え

られることを主張している。また内容スタンダードとプロセス・スタンダードが整理された結果、各学年区分での評価の特徴も整理された。しかしながら、一連のスタンダードに共通した課題として、それぞれの内容スタンダードやプロセス・スタンダードに対応する具体的な評価方法や事例にまで踏み込んだ説明はなされていなかった点が指摘できる。

3. 評価ハンドブックにおける評価観

そこで、算数数学教育における評価の具体像を示すべく、NCTM は 1999 年から 2003 年にかけて評価の理論を示したハンドブックと、2005 年から 2006 年にかけて、所属する教師によって実践された事例を集めた事例集 (*Mathematics Assessment Sampler*) を出版した。ハンドブックは、2000 年版スタンダードに従って、幼稚園－第 2 学年、第 3－5 学年、第 6－8 学年、第 9－12 学年に分けられて組織された委員会がそれぞれ出版した²⁰。同様の区分で分冊化された事例集においては、内容スタンダードに基づいて実践事例が整理されている。

ハンドブックではスタンダードで示されたように「児童生徒に様々な方法で問題に取り組む機会」を提供し、「多様な情報源から学習の証拠を探すこと」などが目指された²¹。そのために、「評価方法の選択・開発・管理、そして評価結果の利用、また、よい評価タスクとは何かということ、ルーブリックによる採点方法、チェックリストの使用について、そして観察法のサンプル」を通じて、「例を提供し、児童生徒の作品に関する教師の考え」が具体的に示された²²。その結果、算数数学の授業において評価論・方法を転換する目的から、評価対象や方法、評価計画の設計及び運用方法に至るまで、教師が評価を改革するプロセスに沿って、評価の考え方や事例を示す形式で記述された。読者はスタンダードに対応する具体例に即して、NCTM が提唱する評価論を検討できるようになった。

1. で検討した二宮の先行研究が示す通り、NCTM は評価を「証拠を集めるプロセス」²³とし、それに基づいて「児童生徒のパフォーマンスの価値を決定し、評価し、判断を行うプロセス」²⁴を価値づけと捉えている。ここで、スタンダードは、図 1 のとおり基準を示し、指導の展望を与えるもの、すなわち「学習目標」や「学習のためのベンチマーク」を与えるものとされる²⁵。すなわちスタンダードは、児童生徒や保護者と目標を共有し、次のステップを児童生徒が自ら把握することを可能とし、一般的な用語で作品の質を決定する役割がある。このように、スタンダードに基づいて評価を計画することで、教師が見通しを持つとともに、児童生徒にも自らの学習に対する見通しを与え、学習を支援することができる。

こうした枠組みの下で、スタンダードにおいて示された算数数学の内容とプロセスはどのように評価されるのか。ハンドブックにおいて評価対象となるものは、「概念(concept)」、「手続き(procedure)」、「過程(process)」に分類された²⁶。このうち「概念」と「手続き」は、NCTM の内容スタンダードに対応し、過程がプロセス・スタンダードに対応する。

「概念」は数学的な「名詞」すなわち、「性質や特徴 (property and characteristic) を備えた数学の対象」²⁷である。例えば、図 1 では「十進数」や「整数」、「小数」など名詞として表現される概念が含まれる。他方で、「手続き」は「動詞」、すなわち児童生徒が数学において遂行するスキルとして説明される²⁸。例えば、図 1 では「数を分解する」など動詞として表現されるスキルである。他方、「過程」は、思考過程や行為であり、「問題解決」、「推論」、「つながり」、

	数、数を表現する仕方、数の間の関係、数系を理解する	演算の意味とそれらが互いにどのように関係するかを理解する	...
pre-k-第2学年	...	学習目標	...
第3—5学年	・十進位取りの構造を理解し、整数と小数を表現でき、比較できる； ・同じ数に対する同値な表現を認識し、数を分解したり、合成したりすることによってそれらを生成する；（後略）	・乗法と除法のいろいろな意味を理解する； ・整数をかけることとわることの効果を理解する；（後略）	...
第6—8学年	・問題を解くために、分数、小数、パーセントを使って柔軟に作業する； ・分数、小数、パーセントを能率的に比較し、順序づける。そして数直線上にそれらの近似値を見つける；（後略）	・分数、小数、（正負の）整数の四則演算の意味と効果を理解する； ・加法と乗法の結合性と交換性及び加法の上の乗法の分配性の性質を、分数、小数、整数の計算を簡単にするために使う；（後略）	...
第9—12学年	ベンチマーク	...	ベンチマーク

図1 数と演算スタンダード²⁹

「表現」、「コミュニケーション」、すなわちプロセス・スタンダードに示された思考過程をさす。

これらについて、評価対象に応じて課題を設定することが提案されている。例えば、「概念」を評価する場合は、「名づけ、言語化し、定義づけることができる」、「概念の例とそれに当てはまらない例を特定し、生み出すことができる」、「概念を示すモデルや図、記号（symbol）を利用できる」、「概念をある説明から別の説明に解釈できる」、「概念が持つ多様な意味や解釈を認識する(recognize)」、「概念の性質を特定できる」、「他の概念と対比できる」といった児童生徒が思考する姿を評価することになる³⁰。このように、概念を説明する姿のみならず、反例の使用、図式化、他の概念へ応用など、概念を自在に他の内容へと応用する姿を評価する。

他方、「過程」に含まれる「推論」を特に評価したい場合、「自分の推論を説明するためのモデルや既知の事実、命題、関係性を用いること」、「数学的な場面を分析し、説明するためのパターンや関係性を用いること」、「解答と解法を正当化すること」、「数学的な一般化やパターンについて論理的な結論をかけること」といった方法が示されている³¹。こうした思考を行う場面で、児童生徒は「推論」を行うのであり、その思考過程が評価の対象となる。

以上を評価するために、次の6つの原則が示された。第一に「既習事項に適合する」、第二に「重要な数学に焦点を当てる」、第三に評価を通じて「有用な情報を得る」、第四に「明確で役立つ規準を用いる」、第五に「学習や能力に関する具体像をもたらす」、第六に「評価期間やその後も学習の継続を促す」である。評価に際して、教科の本質に迫ると同時に、評価を通じて児童生徒の学習の具体的な姿を明らかにし、学習の深化を促すことが目指されている。

では、どのような方法を用いれば、こうした評価が実現するされるのか。ハンドブックでは、「課題と日々のワーク」、「オープン・エンドな問」、「観察と質問」、「面談と協議」、「日誌、リスト」、「プロジェクトと調査」、「ポートフォリオ」、「グループテスト」、「テスト、クイズ、短答式の問」、「オンデマンド評価(on-demand Assessment)」が挙げられている³²。これらの多様な方法の中から、次の5つの点に注意して選択する³³。第一に、「評価方法がテストやクイズ、短答式に限定されていないのか」、第二に「問題解決能力、推論、筆記、理解、他との関連付けを含んでいるのか」、第三に「どのような思考や推論を明らかにしたいのか」、第四に「どのよう

な発達を観察したいのか」、第五に「児童生徒、保護者、そして第三者は評定や採点を越えた情報を欲しているのか」。この五点を念頭に置いて評価を計画することで、児童生徒の思考の一部のみを明らかにするテスト中心の評価から脱却し、思考過程を多面的に捉える評価が実現される。

先の多様な評価方法のうち、幼稚園から第12学年に至るいずれの巻でも詳細に説明されている方法がパフォーマンス評価である。ハンドブックでは、パフォーマンス課題、プロジェクト、ポートフォリオなどを通じて、「児童生徒が何を知っているか、何ができるか、どのように数学的にコミュニケーションが取れるのか」³⁴を明らかにし、評価することが目指されている。

4. 評価事例の検討

まず評価事例を検討する。「モリーは美術のプロジェクトのために、緑色の紙を必要としている。ある店で2枚を4セントで、別の店では4枚を6セントで購入することができる。どちらが得か。すべてのステップで自分の考えを説明しなさい」³⁵。これは、1枚当たりの金額を除法によって求める、あるいは、枚数を4にそろえて価格を比較し、自分の考えを説明する課題である。

これに対し、第4学年のミシェル（Michael）は「4枚で6セント。4枚は2枚多いだけなのに6セントしかかからない」（図2）と解答した。同じく、マーサ（Martha）は「4枚で6セント。もし、2枚が4セントでも4枚が6セントなら、私はモリーは4枚で6セントの店に行くべきだと思う。なぜなら最初の店なら4枚買うと、8セントかかってしまうから」（図3）と解答している³⁶。両者とも安い店は選択できているものの、記述には質的な差があり、正誤では評価ができない。

そこでハンドブックでは、児童生徒の作品に対して全体としての質を評価する全体的ルーブリックと表5のように「理解・計画・解答」の観点からなる分析的ルーブリックを用いて、この2人の解答が評価された³⁷。分析的ルーブリックに着目すると、これは一般的な記述語で書かれており、他の問題にも適用できる。このルーブリックに基づいて、「ミシェルは2より4という追加の情報が示されたものの、説明されていない」ことを理由に、ミシェルは3・3・3、マーサは6・6・3と採点された。このようにルーブリックを用いて評価を行うことで、基準に基づいて質の違いを評価することができるようになる。

Name Michael Grade 4

Molly needs some green paper for her art project.

She can get 2 sheets for 4¢ at one store or 4 sheets for 6¢ at another store.

Which is a better price? 4 sheets for 6¢

Explain your thinking at each step.

4 sheets is more than 2 plus it only cost 6¢

図2（上）、図3（右） 割合の事例

Name Martha Grade 4

Molly needs some green paper for her art project.

She can get 2 sheets for 4¢ at one store or 4 sheets for 6¢ at another store.

Which is a better price? 4 sheets for 6¢

Explain your thinking at each step.

if 2 sheets would be 4¢ but 4 sheets be 6¢ I think she should go to the store that has 4 sheets for 6¢. because at the first store 2 sheets would be 4¢. that would mean 4 sheets would be 8¢.

この課題のように児童生徒の思考過程が表現される課題を通じて、パフォーマンスを評価するのがパフォーマンス評価である。特に、教科の本質を迫りながら、児童生徒の学習を促進するオープンな課題を通じて、児童生徒の思考を評価する課題がハンドブックが提起するパフォーマンス課題であり、表6に示された要素をもつ。ここでオープンとは、解法や解答がオープンであることを意味し、オープン・エンド(open-end)の課題と分類される。これに対し、解法も解答も一つであるものはクローズ・エンド (closed task)とされる。他方で、解法が多様にあるオープン・アプローチ(open-middle task)であり、図2、3に解答を示した問題はこれに相当する。パフォーマンス課題を利用することで、第一に、記号や言葉、絵、行動といった多様な学習スタイルで児童生徒は解答を説明する点、第二に、一つの解答を見つけた後、別解を探すため、児童生徒の思考が拡張される点、第三に、数学的な観念について考え、数学の内外との関連を作ることを児童生徒に要求する点で高い学習効果効果が得られると利点が述べられている³⁸。

他にも、例えば、コネチカット州の教育局によって「予算の不思議」として第6-8学年用に開発され、ピッツバーグ市の公立学校の教師によって授業で用いられた図4の課題を見てみよう。ここでは、活動用のバス予算が全体のバス予算に占める割合の変化や、物価上昇率などから、それぞれの立場の主張で用いられた計算を、第6学年から第8学年の生徒が判断する課題である。学校のバスの予算とそれについて意見が対立するというリアルな文脈が設定され。

他方で、オープン・エンド課題としては、例えばサンフランシスコ市の合同学区における教員指導プログラムで、同じく第6-8学年用に開発された「家族」という次の問題がある³⁹。「5人家族を想像しなさい。この架空の家族は拡大家族、すなわち、祖父母やおじやおばを含んでもいいです。家族の平均年齢は23歳です。家族構成の例を挙げ、自分との関係を説明しなさい。

表5 分析的ルーブリック⁴⁰

問題への理解	0	問題を完全な誤解する
	3	問題を部分的に誤解する
	6	問題を完全に理解する
解法をプランする	0	不適切なプラン
	3	正確に解釈された問題の部分に基づく部分的に正しいプラン
	6	もし適切に実施されたら正しい解法へといった可能性があるプラン
解を得る	0	不適切なプランに基づく誤った解答、ないし無解答
	1	写し間違い、計算ミス、複数回答での部分解答
	3	正確な解答と、正確な解答の表示(label)

表6 パフォーマンス課題が持つ要素⁴¹

1	数学:重要な数学に関係する
2	適切さ:既習の数学、子どもの発達段階と適合する
3	スキル:既習のスキルを自分の理解のレベルで用いることを促す
4	プレゼンテーション:すなわち、問題について技巧的ではなく、簡明な説明によって示される
5	思考:問題に関する方法についてオープンであり、子どもが自分の思考プロセスを示し、最終解をだけを求めない
6	文脈:興味深く、容易に理解でき、数学を現実生活につなげることを認める文脈を用いる

1996年、中規模学校で活動に利用するバスの予算は、学校の全バス予算48200ドルのうち、25000ドルでした。1997年には、全バス予算49200ドルのうち25500ドルでした。1996年から1997年にかけて物価は3%上昇しました。それぞれの人々は1997年の予算について次のように反応しました。

- ・教師は活動用のバス予算が増加していると主張しました
- ・学校の活動の責任者は活動用のバス予算は減少している主張しました
- ・校長は実際のところ学校の予算には変更はない。

三者が自分達の主張を正当化するためこのような数学を利用したか文章で書きなさい。

図4 「予算の不思議」⁴²

表7 パフォーマンス課題作成のプロセス⁴³

1 評価されるべきトピックと成果を考える	6 問題に関して初稿やレポートに表現し、提出するように促す
2 タスクや問題を選ぶ	7 規準を見直す
3 評価規準(criteria)の初稿を生み出す	8 課題を子どもが終えたときに、課題を再検討し、子どもの作品を見直す
4 子どもと問題について話し合う	9 規準に沿って反応を比較する
5 問題に沿ってワークを始める	

自分を含む、皆の年齢を確実に決め、必要な数学について説明しなさい」。この問題では、平均の性質を理解したうえで、年齢の妥当な家族構成を考案することになる。生徒の年齢が10代前半と考えられ、それに伴って両親の年齢の幅も限られるため、5人の年齢を考えると組み合わせは限られる。しかしながら、細かい年齢は学習者が自由に設定でき、アプローチも解答もオープンである。

パフォーマンスを評価する課題は、第一に、既に開発された問題を発見すること、第二に、既存の課題を修正すること、第三に、教師が課題を生み出すことによって得られる⁴⁴。ここで、第三の場合に着目すると、表7に示したプロセスに従って、問題の文脈を設定する。このとき、教科書やスタンダードはもちろん、新聞や雑誌、他教科と結び付ける、あるいは、他の教師と共有する、地域や学校生活からヒントを得ることが提案されている。すなわち、新聞などに掲載されている天気予報やスポーツの統計などが素材として問題を作成することを意味する。

以上の事例から、算数数学科においては、これまで式と答というクローズ・エンドの問題が多かったため、スタンダードに示された数学的な思考を育成するために、文脈を設定し、答を説明させるオープン・エンド、ないし、オープン・アプローチの評価課題が開発されたと理解できる。こうした正誤では採点が困難な解答については、ループリックを用いて質をとらえる評価が行われていた。このことはスタンダードにおいて示された、多様な方法を通じて評価するという原則を踏まえていると考えられる。

また図2、3に解答を示した問題では、単に割合を求める問題とせず、解法を説明させることで、乗除法を用いて数をそろえて比較するという「手続き」が問われている。こうした「手続き」は学年段階が図4で意見が対立する複雑な文脈で、発展的に問われている。これらの事例から、評価対象とする目標とその姿が発揮される課題とそれを適切に評価する方法について、教師が自覚的に取り組むことを促していると理解できる。

他方で、分析的ループリックを用いた評価において、ハンドブックでは用途に応じて合計点によって評価することが提案されていた。表5に示された、6、3、0と3、1、0とされた傾斜配点は、合計点を算出するために設定されたと理解できる。しかし、もともとループリックは質的な深まりを記述語を通じて評価するために考案された方法である。この例のように、合計点に変換してしまうと、作品にみられた各観点の質の違いが見えなくなる。ループリックによる評価を成績に反映する際、確かに点数化すると管理が容易になる利点はあるものの、質の違いが見えなくなるため、合計点等を利用する点数化には慎重になる必要がある。

また、パフォーマンス課題とはそもそも、「知識・技能が実生活で活かされている場面や、その領域の専門家が知を探究する過程を追体験させるもの」⁴⁵であり、プロジェクト (project) のように長い時間をかけて取り組まれるような課題に大きな特徴がある。ハンドブックでは、教

師に評価対象に応じて課題を設定するという原則を示すために、取り入れやすいパフォーマンス課題の事例が紹介され、単元全体で取り組むようなプロジェクト型の事例はほとんど見られなかった。パフォーマンス評価の理念やパフォーマンス課題の目的を考えると、単元レベルで取り組まれるような比較的長い事例を合わせて紹介し、目的に応じた評価を提案する必要があるだろう。

5. おわりに

本稿では、NCTM が提唱する算数・数学教育において児童生徒の学習への評価がどのように具体化されているのかを検討した。このとき、第一に、NCTM を通じて、米国の全国的な動向を把握すること、第二に、NCTM の算数数学教育論の特に評価に着目することで、評価がいかに位置づけられ、教科としてどのように具体化されているのかを検討した。

2. ではNCTM の一連のスタンダードが明らかにされる過程を検討した。スタンダードでは生徒の批判的思考や問題解決能力の向上が目指され、授業や学習方法の転換が進められた。スタンダード運動の展開の中で、カリフォルニア州を始めとする州でも取り入れられたものの、基礎基本を重んじる伝統的な算数数学教育論と対立し、改訂を余儀なくされた。しかしながら、改訂のプロセスにおいて意見を広く募ることで批判に対応し、2000 年版スタンダードにおいて過去のスタンダードの総括が行われたことを明らかにした。

3. では、NCTM によるハンドブックを検討することで、評価の具体像に迫った。これらは、スタンダードに沿って書かれ、評価の基本的な考え方から、評価課題をはじめとする具体的な方法、実践事例、児童生徒の実際の作品に至るまで、豊富な参考文献や具体例を参照しながら、算数数学科における評価への理解が深まる内容であったことを明らかにした。

4. では具体的な事例から NCTM が提案するパフォーマンス評価の具体像に迫った。この検討により、ハンドブックにおいてスタンダードに依拠しながら、発達段階に即して児童生徒の学習を様々な方法を通じて多面的に分析し、内容に関する理解と、思考過程の深まりや広がりを経験していることを明らかにした。

以上の検討から、NCTM の算数数学教育論では批判的思考や問題解決能力の向上が目指されていた。これを実現するために、評価を学習の契機を位置づけ、パフォーマンスを多面的に評価し、その評価情報を学習へと活かす方法が提案されたことが明らかになった。唯一解が定まりやすい算数・数学科としては、解法や解答がよりオープンな課題を出題することでパフォーマンスが発揮されるように意図されていた。他方で、ルーブリックの使用法やパフォーマンス課題の定義について慎重に検討を重ねる必要がある点が明らかになった。

今後、次の点を課題としたい。第一に、米国における算数数学教育について更なる検討が必要である。本稿ではNCTM のスタンダードおよび、ハンドブックと事例集を主な資料としたものの、それらの理論的な背景までは検討できていない。NCTM の評価の動向が、どのような背景によって生じ、一連のスタンダードとして具体化されたのかを検討したい。こうした検討を経ることで、例えば、日本では学習課題として展開されたオープン・エンド課題について、NCTM の評価論を再検討することで、評価課題として再評価することも可能になるだろう。

また、米国における算数数学教育に関する研究の一つの注目すべき動向として、2014 年の実

施に向けて準備が進められている Common Core State Standards を検討することが第二の課題となろう。NCTM のスタンダードでは、学年段階に分けてスタンダードが設計されたものの、各学年のカリキュラムは州や学区、学校や教師に決定を委ねられた。しかしながら、カリキュラム設計を行うことは容易ではなく、3 年間の学年段階別にスタンダードとして示された内容を 1 年間で網羅するというカリキュラムも現場では見られた⁴⁶。こうした中で、スタンダードは新たな展開を迎えつつある。その一つの大きな動きとして、現在各学年で指導内容を定める Common Core State Standards が設定され、賛同した州で実施に向けて準備が進められている。これについては、NCTM がリーダーシップを発揮するのではなく、NGA (National Governors Association) Center と CCSSO (Council of Chief State School Officers) といった団体が設計し、実施に向けて準備を進めている。全米レベルで進められている新たな教育改革として今後も注視する必要がある。

¹ 田中耕治『教育方法』岩波書店、2006 年、p.149。尚、パフォーマンス評価は次の経緯から生まれた。1980 年代後半にスタンダードが展開され、中央集権的に標準テストが課されるようになった。「スタンダードには、知識・技能のみならず、思考力も明示されている。だが、標準テスト（客観テスト）が測っている内容は、断片的な知識・技能の有無という評価しやすい部分に限定されがちであった。そこで、生きて働く学力を捉えるべく、『パフォーマンス課題』（現実で直面するような真正の文脈を設定し、知識・技能の総合的な活用を要求する課題）」などの新しい評価方法の開発がすすめられた（石井英真『現代アメリカにおける学力形成論の展開 スタンダードに基づくカリキュラムの設計』東信堂、2011 年、p.66）。

² 長崎栄三『世界の高等学校の数学教育』国立教育政策研究所、2003 年。瀬沼花子『算数・数学教育における創造性の育成に関する内容や指導法の国際比較研究』国立教育政策研究所、2006 年など。

³ 二宮裕之「算数・数学学習における評価とその成果に関する一考察：レポート形式の評価の事例を手がかりとして」日本数学教育学会誌、88(10)、2006 年、pp.12-21。

⁴ なお、先に二宮が整理した NCTM における評価のとらえ方は、本稿で検討するハンドブックにおいても共通しており、本稿では、特に価値づけと区別する場合を除き、評価はアセスメントを含む一般的な用語として使用する。

⁵ 石井英真「アメリカ合衆国のカリキュラム」田中耕治編『よくわかる教育課程』ミネルヴァ書房、2009 年、p.204。

⁶ National council of Teachers of Mathematics(以下 NCTM), *Curriculum and Evaluation Standards for School Curriculum*, 1989, p.iii. 翻訳では、能田伸彦、清水静海、吉川成夫（監修）『21 世紀への学校数学の創造 米国 NCTM による「学校数学におけるカリキュラムと評価のスタンダード」』1997 年、p.vi。

⁷ 石井、前掲書、p.195、「表 7-1 NCTM のカリキュラム・スタンダードの内容項目」をもとに一部修正。

⁸ 松尾七重「世界の中学校数学教育の動向」『日本数学教育学会誌』82、2000 年、p.13。

⁹ NCTM, *Assessment Standards for School Mathematics*, 1995, p.83.

¹⁰ Alan H. Shohenfled, "The Math Wars," *Educational Policy*, 2004, p.271.

¹¹ Ibid.

¹² 松尾、前掲論文、p.13。

¹³ NCTM, *Assessment Standards for School Mathematics*, 1995, p.83

¹⁴ 石井、前掲書、p.197、「表 7-3 NCTM のカリキュラム・スタンダードの内容項目」。

¹⁵ Shohenfled, op. cit, pp.273-278.

¹⁶ 他の州の事例としては、次の研究がある。渡辺忠信「アメリカの数学カリキュラムの近況：課題と展望」日本数学教育学会誌、89(11)、2006 年、pp.12-21。この研究では、ジョージア州のスタンダードにおいて、日本の学習指導要領の影響が強く見られることを指摘している。

- 17 筑波大学数学教育学研究室『新世紀をひらく学校数学 ―学校数学のための原則とスタンダード―』筑波大学数学教育学研究室、2001 年、pp.viii-x
- 18 同上書、p.11。
- 19 同上書、p.22。
- 20 事例集では、各学年区分の発達段階とそれぞれの内容スタンダードとの関係が説明されたうえで、豊富な問題例とそれに対する児童生徒の解答例、そしてそれを評価するためのループリックが掲載されている。
- 21 F. Glanfield eds., "Dear Readers," *Mathematics Assessment A Practical Handbook For Grades k-2*, NCTM, 2003, p.vii. (以下、Handbook k-2)。尚、この点について、すべての学年段階の編集グループは、共通して目指している。
- 22 Ibid.
- 23 Ibid., p.4.このことは、「Assess」という言葉はラテン語に由来し、『そばに座ること』を意味する」(p.4)と述べられているように、学習者が幼いほど重要視されている。
- 24 Ibid.
- 25 Ibid., p.9.
- 26 この分類は Handbook k-2 に基づく。第 3-5 学年のハンドブック、J. K. Stenmark(eds.), *Mathematics Assessment A Practical Handbook For Grades 3-5*, National Council of Teachers of Mathematics, 2001(以下、Handbook 3-5) では「数学的なトピック」「数学的なスキル」「学習過程」と、シリーズを通じて類似した分類が行われている。
- 27 Handbook k-2, p.14.
- 28 Ibid., p.21.
- 29 筑波大学数学教育学研究室、前掲書、pp.392-393 をもとに一部修正。
- 30 Handbook k-2, pp.14-15.
- 31 Ibid., p.29.
- 32 Ibid., pp.24-27. 尚、オンデマンド評価とは、学校管理職や州などの要求から実施される外部団体による特定の日に課されるテストを指す (Handbook 3-5, p.27)。
- 33 Handbook 3-5, p.12.
- 34 Handbook k-2, p.69.
- 35 Handbook 3-5, pp.126-128。
- 36 Ibid., p.127
- 37 全体的ループリックもほぼ類似した要素によって示された。
- 38 Handbook k-2, p.70.
- 39 Ibid., p.131。
- 40 Handbook 3-5, p.129
- 41 Ibid., p.51.
- 42 W. S. Bush(eds.) *Mathematics Assessment: A Practical Handbook for Grades 6-8*, National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p.123.
- 43 Handbook K-2, pp.76-77 の表の一部より作成。なお、Handbook 3-5 では、7 規準を明らかにし、説明する、8 正しい流れに課題が位置づくように児童生徒の作品を見直す、9 規準に対して反応を比較する (ループリックやディスカッション、自己評価、レポート、面談などを用いる) という手順になっている。
- 44 すなわち、評価したい知識やスキル、プロセスを含むクローズ・エンドの問題をよりオープンな問題へと修正することを意味する。例えば、クローズ・エンドとして出題できる問題を「学級や自分より年下の人に自分の作品について紹介する」という聴き手を意識した活動に修正することで、オープン・アプローチになり、説明を行う必然性が生まれる。Ibid., p.73.
- 45 石井、前掲書、p.70。
- 46 『日本数学教育学会誌』94(1)、2012 年において特集が組まれている。

(日本学術振興会特別研究員 教育方法学講座 博士後期課程 3 年生)
(受稿 2012 年 9 月 3 日、改稿 2012 年 10 月 31 日、受理 2012 年 12 月 27 日)

Development of School Mathematics Assessment in the United States: Focusing on National Council of Teachers of Mathematics

OSHITA Takuji

This paper examines the development of school mathematics assessment in the United States. The National Council of Teachers of Mathematics designed the standards, “Curriculum and Evaluation Standards for School Curriculum” (1989), “Professional Standards for Teaching Mathematics” (1991), and “Assessment Standards for School Mathematics” (1995). NCTM later revised these to “Principles and Standards for School Mathematics” (2000). In these standards, NCTM set out to change assessment in school mathematics. In the United States, testing, especially standardized testing, was one of the main assessment tools. However, these tests only show superficial understanding of mathematics and do not promote learning. Therefore, NCTM made a point of changing assessment to “assessment for learning” in the standards. In addition, NCTM published many books for school mathematics. This paper discusses Mathematics Assessment A Practical Handbook, in which NCTM writes why and how to change classroom assessment and focus on performance assessment to change the idea of classroom assessment in school mathematics. In this books, there are many examples to help readers to rethink assessment with showing of teachers' thinking and their students' work.