

閉塞単一砂層への雨水浸透に関する研究

石原安雄・下島栄一

INFILTRATION OF WATER INTO CONFINED SAND COLUMN

By Yasuo ISHIHARA and Eiichi SHIMOJIMA

Synopsis

In order to research the effect of pore-air on infiltration phenomenon of water into the confined sand column, the experiments of pounded infiltration were carried out by the use of sand column formed in the lucite cylinder with bottom plate. The changes of the water contents at various depths, the air pressure at bottom and the infiltration rate of water at top of the sand column were continuously recorded.

After analysing the results obtained by experiments, the following was disclosed.

- (1) In the first stage of infiltration, the pore-air pressure, p_a , is approximately expressed by $p_a = \alpha \log t + \beta$ (α and β are constants), whereas the infiltration rate of water, f , and the movement of infiltrated water are experimentally given by $f = S/2\sqrt{t}$ and $\varphi(\theta) = x/\sqrt{t}$ respectively, (S is a constant and $\varphi(\theta)$ is a function of water content, θ).
- (2) In the next stage of infiltration, since the rate of infiltration and the rate of change of pore-air pressure become nearly constant, the profile of water content in the neighbourhood of wetting front is unchanged, its phase velocity being constant, and also the space distribution of pore-air pressure in such a region shows approximately uniform.

1. はじめに

地表面に雨が降ると、雨水は浸透水として土壌中の気相と交換しながら地中に染込んで行く。その際重要な問題は、交換が自由になされているかということである。E. Buckingham¹⁾に端を発したと考えられる従来の不飽和浸透理論においては交換が自由になされ、かつ空氣の密度、粘性は水のそれらに対し無視できるという立場で現象記述を行ない、その理論は J.R. Philip²⁾に到ってはほぼ完成の域に入ったと考えられる。

しかし、自然界を眺めると地中には地下水面、岩盤および透水性の悪い層などが存在し、地表面近傍の土壌水分の状態によっては気・液相の自由な交換が可能とするのは問題があろう。このような点に着目してとくにここ10年来研究が盛に行なわれており、水と間隙空氣との交換機構もかなり判ってきている。その際、空氣の閉塞を伴う浸透現象においては、間隙空氣は圧縮閉塞過程と開放過程をたどり、現象自体不連続性が顕著である。そのため、いかに統一的に理論を組立てるかが問題であるが、また必ずしもその方向の成功が保障されるとも限らない。

一方、流出問題に目を転じると、短期流出、長期流出をとわず、浸透現象は重要な境界条件となる。しかし、現在、流出解析で最大の弱点は input の情報であることを考えてみると、いかに浸透問題が重要かが明確であろう。

さて、本論文は、間隙空氣を強制的に閉塞させ、その空氣の浸透水に与える影響を実験を媒介として若干の考察を加えたものである。

2. 実験方法

2.1 実験装置および測定方法

実験に使用した円筒は透明なアクリル樹脂製で、直径 18.5 cm、長さ 25 cm、10 cm のユニットを数個用い、フランジを付けて接合し円筒長を変えることができるようにした。

円筒に充填した土壌の水分量は、円筒周囲に設置した電極板間の誘電率の変化を静電容量方式の微小変位計（岩崎通信 K.K.）を用いて計測した。**Fig. 1** は、その際の土壌水分と出力電圧との関係の一例である。この図より明らかなように、土壌水分量が増加するに従って出力の感度が低下し、とくに飽和付近では計測の精度が非常に悪くなる。一方、非常に小さな土壌水分を計測する場合、計測法は誘電率の変化を計するという方式であるため、同様に精度が悪いことが予想される。実験に際しては、13要素の微小変位計を用意し計測を行なった。その測定間隔は円筒の位置により異なるが 10 cm、15 cm、7.5 cm のいずれかが対応する。なお、測定法に関して次のことがいえる。すなわち、本実験の場合、土壌水分の測定は浸透全断面および測点の近傍の平均的な値を評価していよう。例えば、小さな注射針などを用いての計測は、浸透場における一点を評価するにすぎない。このことは、空気の閉塞が生じる場合の浸透現象は著しい不規則性が予想されるので、空気の閉塞のない場合のように、個を全に代表することは問題であろう。また、本測定法は、浸透場を乱さないという利点がある。

給水方法は、大きな貯水槽に水道水を入れ、常に水面高が一定となるようにし（越流方式）、その側壁底部に取付けた水道コックを介して円筒上面に一定強度の給水を行なった。その際、円筒の上縁より越流する水量を円筒上部周辺に設けた受水部で受け、それを圧力変換器を取付けた堰に導びき測定し、間接的に浸透強度を求める方法をとった。

一方、空気の閉塞を伴う実験では、円筒下端を密閉し、砂層内部に生ずる空気圧の変化を円筒下部側壁に取付けた圧力変換器を用いて計測した。

2.2 使用土壌

本研究では3種類（K-5、K-6、K-7）の砂を用いたが、その粒度分布は **Fig. 2** のようである。また、**Fig. 3, 4** は実験砂の毛管ポテンシャルと土壌水分との関係である。なお図中の mass wetness とは重量含水比のことである。

実験に際し砂（自然乾燥状態）を円筒に充填するわけであるが、その締固め状態（みかけの密度）は、K-5、K-6、K-7 の場合、それぞれ 1.46~1.44、1.42~1.41、1.42~1.40 gr/cm³ 程度であり、それに対応する空隙率は0.45、0.46、0.46程度である。

2.3 初期条件および境界条件

実験で使用した砂は自然乾燥状態のものであり、それゆえ、ほぼ土壌水分は零と考えてよく、これが初期条件となる。

一方、実験の境界は砂層表面（ $x=0$ ）および砂層下部（ $x=L$ ）である。 $x=0$ では、実験開始とほぼ同時に砂層表面にある一定深の湛水（ h_w ）を生じるようにしたので、これが一つの境界および初期条件となる。多くの場合、 h_w はほぼ 1 cm としたが、K-7 砂を用いての実験では、湛水深の浸透に与える効果を調べる

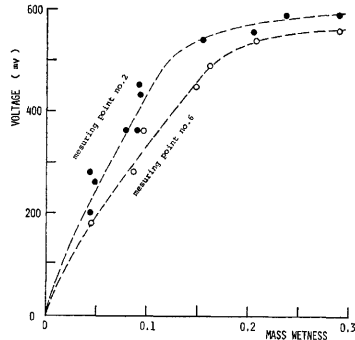


Fig. 1. Relation between voltage in recorder and soil moisture in sand K-5.

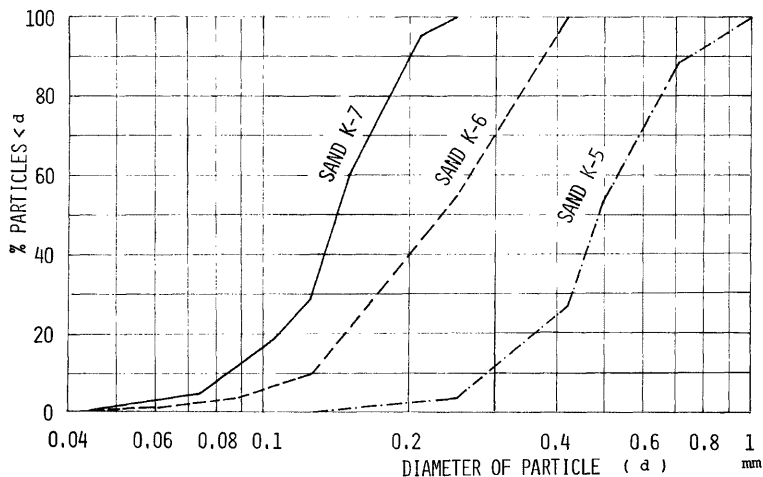


Fig. 2. Particle-size distribution.

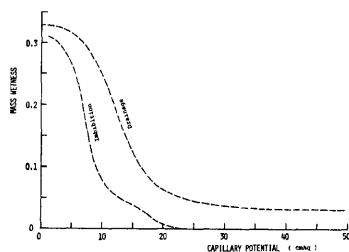


Fig. 3. Capillary potential as a function of mass wetness for sand K-5.

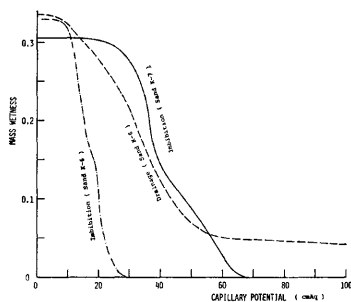


Fig. 4. As Fig. 3, but for sand K-6 and K-7.

ために $h_w=1$ cm 以外に 5, 10, 18 cm の場合も行なった。 $x=L$ の境界は、強制的に空気の閉塞状態を生じさせるため密閉されている。よって浸透水および空気の mass flux は零である。なお、円筒長の効果を調べるため、その長さを 35, 60, 85, 110, 130, 170 cm のように変化した (K-6 砂の場合は $L=170$ cm のみである)。

次に、砂層の問題である。本論文では単一砂層を主体として考えている。しかし、現象の考察に際しては、別に行なった砂種の異なる二層実験の結果を引用している。

3. 浸透初期の現象

3.1 実験結果

(1) 浸透流量および間隙空気圧

浸透初期ではいずれの砂を用いた実験においても、比較的容易に浸透水と間隙空気との交換が行なわれて

いるようであり、砂層表面の円筒周辺部より細かい気泡が激しく放出されていた。この空気の放出の様子は、後述する長時間後の非常に間歇的で大きな気泡の放出（なお、K-5 砂の場合は例外）と対照的である。

さて、Fig. 5 は K-7 砂についての比較的浸透初期における砂層への累積浸透量 (I) の時間変化を、時間 (t) を $\sqrt{t}$ に変換して測定値を示した 1 例である。なお、時間原点は、実験開始時を $t=0$ とする。実験では、円筒長 (K-5, K-7 のみ)、湛水深 (K-7 のみ) を種々変化させたが、一番粒径の大きな K-5 砂の場合を除いて、いずれの場合にも浸透初期では、 I と $\sqrt{t}$ とがほぼ直線の関係にあること、すなわち、浸透強度 (f) が $1/\sqrt{t}$ と直線関係にあることが判った。

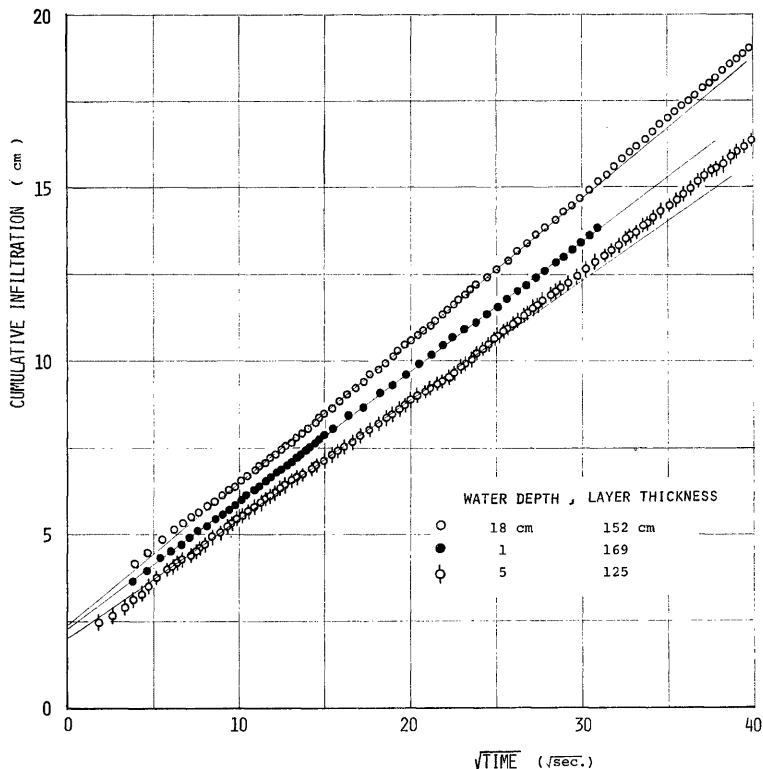


Fig. 5. Cumulative infiltration amount as a function of (time) $^{1/2}$ in column of sand K-7.

一方、間隙空気圧については、平均的にみて実験開始直後急激な圧力増加をきたし、その後その変化率はしだいに小さくなっていく様子がうかがえた。Fig. 6, Fig. 7 は湛水深を 1 cm として砂層長の間隙空気の変化に対する影響を調べたものである。K-7 砂の場合、砂層長が短いほどほぼ空気圧の上昇が大きな結果となっているが、同じ砂層長の実験でもかなりの差があることを考慮すれば、この傾向は概略的なものである。K-5 砂についての長さの効果は明確でないが、このことは粒径が大きくなるに従って、浸透水と間隙空気との交換が容易に行なわれることを意味しよう。Fig. 8 は、K-7 砂の場合で砂層長をほぼ一定に

湛水深による空気圧の影響を調べたものである。湛水深の効果は比較的明確に現われており、湛水深が大ほど圧力上昇が著しい。ここで示した場合の $dl/d\sqrt{t}$ の値は $h_w=1, 5, 10$ cm に対して 0.26, 0.34, 0.37 cm/sec^{1/2} である (Table 1 を参照)。空気閉塞が生じない場合、湛水深が大きいほど浸透流量が大きくなることは理論的³⁾にも証明されている。いま、空気閉塞が生じる場合にも浸透流量が湛水深の増加とともに増加するとし、間隙空気の放出がないとすれば当然湛水深が大ほど間隙空気圧の上昇は著しい。しかし、本実験のように空気の放出が同時に行なわれている場合は、a priori に湛水深と空気圧の変化の関係を述べることはできず、それは浸透強度および空気の放出強度の相互関係より決めるものである。結局、この問題はこのような巨視的立場ではいかんともしがたく、浸透の内部機構に立入って始めて解決できるものである。

さて、先述した空気圧の上昇傾向の説明は平均的なものである。例えば、Fig. 8 における $h_w=1$ cm, $L=129$ cm の場合では通常いわれる“hump”の存在がみられる。この部分ではその前後に比べ空気の放出が著しいしかつたことを意味するが、その前後でも空気の放出が生じている事実を考慮すれば、放

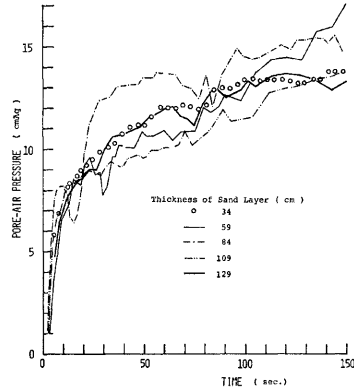


Fig. 6. Pore-air pressure for various thickness of sand K-5 layer at constant water depth 1 cm.

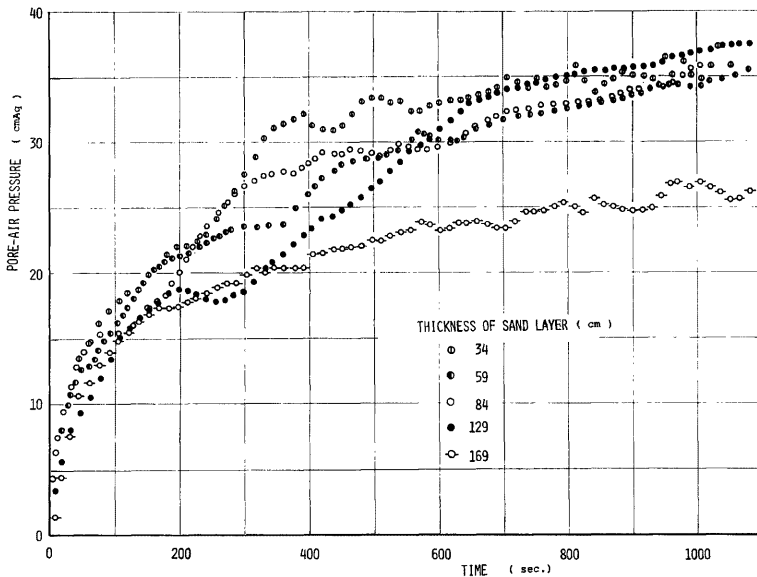


Fig. 7. As Fig. 6, but various thickness of sand K-7 layer.

出の様子は浸透全断面平均的には非常に脈動的であることが判る。しかし、かなりの場合ここで述べたような明確な大きな hump が見い出されなかった。

(2) 土壌水分

先に浸透強度は $1/\sqrt{t}$ である時間変化することを述べたが、この直線関係にある時間帯での土壌水分の運動の様子を示したのが Fig. 9 である。すなわち、砂層表面を座標原点 ($x=0$) とし、土壌水分の測定の位置を x_1, x_2 、またその点での土壌水分を $\theta(t, x_1), \theta(t, x_2)$ とする。そして、土壌水分を parameter にとり、次の諸量を求め、

$$\varphi_1 = x_1 / \sqrt{t(x_1, \theta)},$$

$$\varphi_2 = x_2 - x_1 / \sqrt{t(x_2, \theta)} - \sqrt{t(x_1, \theta)},$$

φ の値と土壌水分の関係を図示したものである。こ

の図より測定精度のよい範囲では、ほぼ φ_1, φ_2 などの値は同じであることが判る。この結果は土壌水分の運動に関して相似解の存在を示唆しているようである。なお、空気閉塞が生じない場合、本実験と同じ初期、境界条件のもとで上述と同様な相似解の存在が理論的³⁾にも証明されている。

さて、土壌水分の運動が判ったので Fig. 5 にもどる。図より判るように累積浸透量 (I) が $\sqrt{t}$ に対して直線となる部分を $t=0$ まで延長すると原点を通らない。この事実は、ここでは例示してないが空気閉塞のない場合 (K-7 砂) でも同程度の結果となっているが、土壌水分については $\varphi_1 \neq \varphi_2$ となることが判

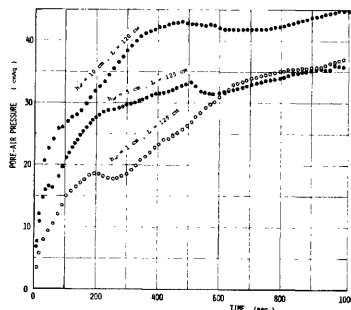


Fig. 8. Pore-air pressure for various water depth at nearly constant thickness of sand K-7 layer.

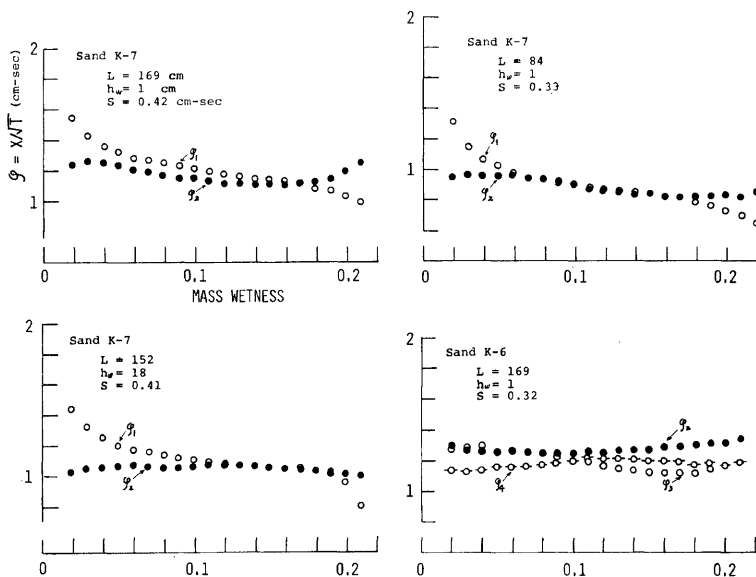


Fig. 9. Distribution of $x/\sqrt{t}$ as a function of moisture content.

っている。従来の不飽和理論によれば、浸透初期では $I \propto \sqrt{t}$, $x = \varphi(\theta) \cdot \sqrt{t}$ の関係が保障されている。それゆえ、原点を通らないことの多くの原因は次のようなものであろう。すなわち、浸透流入量の測定は 2.1 で述べたように円筒上端よりの越水を堰を介して行なっている。その際、越水は円筒上部の受水部およびそれを堰に導びく導水ホースに貯留されるので、貯留された越水がここである累積浸透量に加算されている。また、実験開始時に速かに所定の湛水条件を満すべく一定強度の給水以外にある水量を別に与えたため急激な堰への流入が生じ、この非正常性を正確に計測できなかったためによるものと考えてよからう。

以上、浸透初期の現象記述を行なった。そこで多少の問題は残ろうが、浸透強度 (f) に関して次のように定式化しておく。

$$f(t) = \frac{S}{2} \cdot \sqrt{t}, \quad S: \text{const. for } t > 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

一方、土壌水分の運動については式 (1) が成立する時間帯に wetting front が数多くの測定を通過しなかったため測定間の詳細な様子は明確ではないが、次のような相似解を仮定する。

$$\varphi(\theta) = x/\sqrt{t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

3.2 結果の考察

(1) 間隙空氣の挙動

式 (1) は式 (2) を用いて、

$$f(t) = \frac{d}{dt} \int_{\theta_0}^{\theta_b} x(\theta, t) d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_b} \varphi(\theta) d\theta / 2\sqrt{t} = \text{const.} / \sqrt{t}; \quad \theta = \theta_b \text{ at } x = 0$$

と表わされるので、式 (2) は式 (1) を含むものである。以下では式 (2) が成立するものとして、すなわち、浸透水に関する情報に基づき間隙空氣の挙動を推測し、それを実験値と比較してみる。

さて、土壌水の運動を支配する基礎式は、

$$\text{連続式:} \quad \partial\theta/\partial t + \partial v/\partial x = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{拡張された Darcy 則:} \quad v = -K(\theta) \cdot \partial\Phi/\partial x \quad \dots\dots\dots (4)$$

であり、ここに、 x : 重力方向を正符号、 θ : 体積含水比、 v : 流量流速、 $K(\theta)$: 不飽和透水係数、 Φ : 全水頭 ($=\psi + p_a/\phi$)、 ψ : 毛管ポテンシャル水頭、 ϕ : 重力によりポテンシャル水頭であり、また一応間隙空氣圧が v に対してポテンシャルであるとして、 p_a : 空氣圧のポテンシャル水頭とおく。

$\psi \sim \theta$ 間にヒステリシスがないものと仮定して、式 (3)、(4) より

$$\partial\theta/\partial t = \partial\{D(\theta)\partial\theta/\partial x\}/\partial x + \partial\{K(\theta) \cdot (-1 + \partial p_a/\partial x)\}/\partial x \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $D(\theta) = K(\theta) \cdot d\psi/d\theta$; 土壌水分の拡散係数。式 (2) を仮定しているので、式 (5) は

$$\partial x/\partial t = -\partial\{D(\theta)\partial\theta/\partial x + K(\theta) \cdot (-1 + \partial p_a/\partial x)\}/\partial\theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

となるが、 $\partial x/\partial t = \varphi/2\sqrt{t}$ 、 $\partial\theta/\partial x = 1/\varphi'(\theta)\sqrt{t}$ の関係を用いて、 θ に関して、 $\theta = \theta_0 \sim \theta$ まで積分する際、 $\theta = \theta_0$; $\partial\theta/\partial x = \partial p_a/\partial x = 0$

を仮定すれば、

$$\partial p_a/\partial x = H(\theta)/\sqrt{t} + y(\theta) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$$H(\theta) = -\left(\int_{\theta_0}^{\theta} \varphi(\theta) d\theta / 2 + D(\theta) \cdot \varphi'(\theta)^{-1}\right) / K(\theta), \quad y(\theta) = (K(\theta) - K(\theta_0)) / K(\theta)$$

さて、次に空氣の方に注目する。空氣の運動についても Darcy 的表現を仮定すれば、

$$v_a = -K_a(\theta') \cdot (\partial p_a/\partial x - \rho_a/\rho_w) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 v_a : 空氣の流量流速、 $\theta' (= \theta_s - \theta)$ 、 θ_s : 空隙率、 K_a : 空氣の透過係数、 ρ_a : 空氣の密度、 ρ_w : 水の密度。となるが、近似的に $|\partial p_a/\partial x| \gg \rho_a/\rho_w$ を仮定し、

$$v_a = -K_a(\theta') \cdot \partial p_a/\partial x \quad \dots\dots\dots (8)_1$$

を運動の式とする。次に連続式は、

$$\partial \rho_a / \partial t + \partial \rho_a v_a / \partial x = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式 (9) に式 (2), 式 (8)₁ および状態方程式 $\rho_a = \rho_a(P_a)$, $P_a = P_{a,0} + p_a$, $P_{a,0}$: 大気圧 を用いると,

$$(\theta_s - \theta) \cdot d\rho_a / dP_a \cdot \partial p_a / \partial t + \{\rho_a \cdot \varphi \cdot d\theta / d\varphi / 2 - \rho_a \cdot dK_a \cdot H / d\varphi \\ - \sqrt{t} \cdot \rho_a \cdot dK_a / d\varphi - K_a \cdot (H + y \cdot \sqrt{t})^2 \cdot d\rho_a / dP_a\} / t = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで, 空気を理想気体とし, 等温変化を仮定すると, 状態方程式は, $d\rho_a / dP_a = \text{const.}$ となる。また, 式 (10) の $\{\dots\}$ 中の ρ_a の変化量は $\partial p_a / \partial t$ の値に対して微小量と考えられるので, $\rho_a = \rho_{a,0}$ ($\rho_{a,0}$: 大気圧下) とおくと,

$$\partial p_a / \partial t = - \frac{1}{t} \cdot \frac{G_1(\theta, t)}{\theta_s - \theta} \left| \frac{d\rho_a}{dP_a} \right| \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに, $G_1(\theta, t) = \rho_{a,0} \cdot \varphi \cdot d\theta / d\varphi / 2 - \rho_{a,0} \cdot dK_a \cdot H / d\varphi - \sqrt{t} \cdot \rho_{a,0} \cdot dK_a / d\varphi - K_a \cdot (H + y \cdot \sqrt{t})^2 \cdot d\rho_a / dP_a$

ここで, 式 (5) で $|D\theta / \partial x| \gg K(\theta)$ の場合を考えると, 式 (7) については, $y(\theta) = 0$ となり,

$$(\partial p_a / \partial x)_t = H(\theta) / \sqrt{t} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (11) については,

$$(\partial p_a / \partial t)_s = - \frac{1}{t} \cdot \frac{G(\theta)}{\theta_s - \theta} \left| \frac{d\rho_a}{dP_a} \right| \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに, $G(\theta) = \rho_{a,0} \cdot \varphi \cdot d\theta / 2d\varphi - \rho_{a,0} \cdot dK_a \cdot H / d\varphi - H^2 \cdot K_a \cdot d\rho_a / dP_a$

さて, ここでは浸透初期を対象としているので, 毛管力が重力に比べ水の運動に対して支配的であるとす。そうすれば, 式 (12), (13) が成立することになる。

次に, 式 (12) に注目すると, $\theta = \varphi^{-1}(x / \sqrt{t})$ ゆえ, $H(\theta) = H_1(x / \sqrt{t})$ とおき, t を固定して x に関して $x=0 \sim x$ まで積分すると,

$$p_a(x, t) - p_a(0, t) = H_0(x / \sqrt{t}) - H_0(\theta); H_0(\theta) = \int_0^t H_1(\xi) d\xi + \text{const.} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{i.e. } p_a(\theta, t) - p_a(\theta_b, t) = H_0(\varphi(\theta)) - H_0(0) \quad \dots\dots\dots (15)$$

となるので,

$$(\partial p_a / \partial t)_\theta = dp_a(\theta_b, t) / dt = \text{indep. of } \theta \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\therefore (\partial p_a / \partial t)_\theta = - \frac{1}{t} \frac{G(\theta_b)}{\theta_s - \theta_b} \left| \frac{d\rho_a}{dP_a} \right| \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\therefore p_a(t, \theta) = - \left(\frac{G(\theta_b)}{\theta_s - \theta_b} \left| \frac{d\rho_a}{dP_a} \right| \right) \cdot \ln t + g(\theta) \quad \dots\dots\dots (18)$$

本実験で円筒下端 $x=L$ で計測している空気圧を $p_{a,L}$ とすると,

$$p_a(t, \theta_0) \doteq p_{a,L}(t) \quad \dots\dots\dots (19)$$

と考えてよからう。結局,

$$p_{a,L}(t) = - \left(\frac{G(\theta_b)}{\theta_s - \theta_b} \left| \frac{d\rho_a}{dP_a} \right| \right) \cdot \ln t + g(\theta_0) \quad \dots\dots\dots (20)$$

以上のようにして, 式 (2) の仮定のもとに平均的にみた内部空気の挙動特性が演繹されたわけである。しかし, 現在検証できる測定値は円筒下端での空気圧 $p_{a,L}$ のみであるので, 式 (20) の検討しかできない。さらに困難なことに, 式 (20) 中の $G(\theta_b)$, θ_b , $g(\theta_0)$ の値は未知であるため, ここではとりあえず測定値 $p_{a,L}$ が $\log t$ で変化するかという定性的な議論ですますことにする。

Fig. 10 は K-7 砂の場合の浸透初期における間隙空気圧の測定値と, この測定値によく合致するように決めた $\log t$ で変化するような関数を示したものである。**Fig. 11** は K-6 の同様の結果であるが, この場合実験開始後15秒程度所定の湛水状態が生じなかったの, 空気圧上昇開始時の時間を時間の原点として整理した。また, **Table 1** は測定された空気圧の $\log t$ 直線より外れる時間 (t'_e), 浸透強度 (f) の変化が式 (1) の関係より外れる時間 (t_e) と比例定数 S , および空気圧に関する $dp_{a,L} / d \log t$ の値をまとめたものである。この表よりすると, 多くの場合 $t_e \approx t'_e$ となっている。このことは, 式 (2) と式 (20) との相互

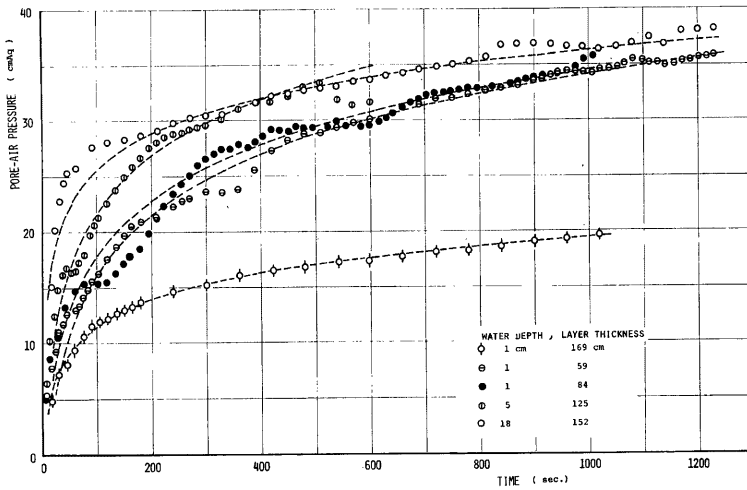


Fig. 10. Comparison of theory and experiment for pore-air pressure in sand K-7.

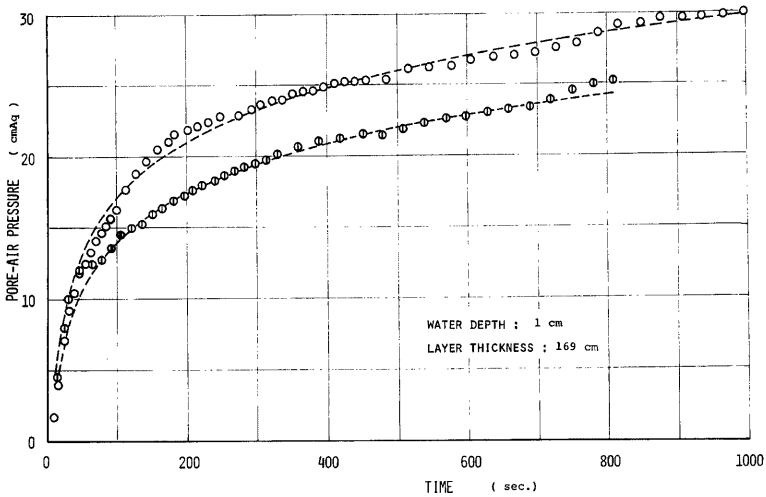


Fig. 11. As Fig. 10, but in sand K-6.

関係を示唆するものである。なお、 S の値は J.R. Philip による Sorptivity³⁾ と同様な意味に解されるが、K-7 砂の Sorptivity ($h_w=0$) は $0.47 \text{ cm/sec}^{1/2}$ K-6 場合 $0.60 \text{ cm/sec}^{1/2}$ 程度である。本実験における S の値は 0.47 にかなり近いものもある。空気の閉塞がない場合、湛水深の増加に従って Sorptivity の値は増加するが、本実験の場合そのような理由によるのか明確でない。一方、K-5 砂の場合 (Sorptivity : 0.65

Table 1. Characteristic values at early stages of infiltration.

Sand	Water Depth	Layer Thickness	$dI/d\sqrt{t} (=S)$	$dp_{a,L}/d \log t$	t_c	t'_c
	cm	cm	cm/sec ^{1/2}	cmAq-sec	sec	sec
K-7	1	59	0.28	18.1	900	1700
	1	84	0.33	16.6	900	950
	1	129	0.26	22.9*	1020	1100
	1	169	0.20	12.8	1230	1200
	1	169	0.38	7.9	>960	>1000
	1	169	0.45	8.4	360	420
	1	169	0.46	9.7	260	720
	1	169	0.46	7.1	>400	>400
	1	169	0.42	9.8	260	230
	5	125	0.34	16.9	530	510
	10	120	0.37	12.0	320	160
	18	152	0.29	11.9	440	420
	18	152	0.41	10.8	960	>800
K-6	1	169	0.32	11.4	680	700
	1	169	0.53	12.8	960	960

I : cumulative infiltration amount, $p_{a,L}$: pore-air pressure at bottom, t_c : the time when $dI/d\sqrt{t}$ deviates from const. value, t'_c : the time when $dp_{a,L}/dt$ deviates from const./ t .

* poor conformity

cm/sec^{1/2}) 粒径が粗いため浸透初期といえども重力が毛管力とほぼ同程度の役割で現象に関与すると予想される。しかし、実験直後の間隙空気圧の挙動は他の砂の場合と同じであろうと考え、同様な整理を行なうと1~2分程度は $\log t$ で表現されることが判った。

さて、種々の実験より $dp_{a,L}/d \log t$ の値が決るが、この値を決定する特性的な物理量を1つに集約することは非常に困難であるが、ここではとりあえず S の値をもちいて整理したものが Fig. 12 である。多少のばらつきを許すなら、 S が大きいほど $dp_{a,L}/d \log t$ の値は減少することが概略的にいえる。一方、K-5 砂の場合の $dp_{a,L}/d \log t$ の値は次のようであった。すなわち、 $L=34$ cm, $dp_{a,L}/d \log t=5.7$; $L=59$ cm, 5.0, 6.0; $L=84$ cm, 4.7, 6.9; $L=109$ cm, 2.9; $L=129$ cm, 5.5, 6.1, 6.0。これより $dp_{a,L}/d \log t$ の値は3~7程度であり K-7 砂の場合ほど変化域が大きくなり、値自体も小さいことが判る。このことは、粒径による浸透水と間隙空気との交換の難易さを示すものであろう。

以上、土壤水の運動に関する情報(式(2))に基づき実験での測定空気圧の変化特性を定性的に検討した。結局、このことから、概略的にいえば間隙空気圧の変化は、ほぼ式(20)で表わすことができる。しか

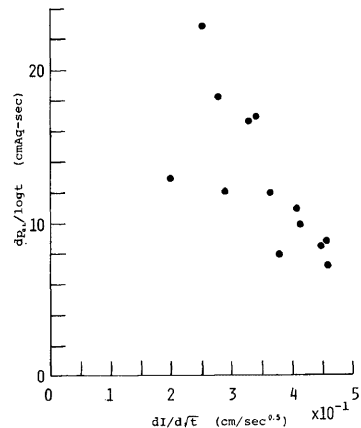


Fig. 12. Relation between $dp_{a,L}/d \log t$ and $dI/d\sqrt{t}$ in sand K-7.

し、定量的評価は残されており、さらに間隙空気挙動が数学的表現に滞り明確な物理的表現にはなっていない。これらは今後解決せねばならない問題である。

4. 長時間後の現象

4.1 実験結果

(1) 浸透流量および間隙空気圧

先述したように間隙空気は、K-7 砂の場合、浸透初期での周期の短い小さな気泡の放出が浸透が進むに従って周期の長い大きな気泡の間歇的な放出とそれに伴う小さな気泡の連続的な放出の状態に変化することが観察から判った。一方、K-5 砂の場合、K-7 砂と異なり小さな連続的な放出が wetting front が下端に達するまで続いていた。

さて、Fig. 13, 14 は、K-7 砂を用いての実験での累積浸透量 (I) と間隙空気圧 ($p_{a,n}$) の様子を示したものである。前図は湛水深 $h_w = 10$ cm, 砂層厚 $L = 120$ cm の場合であるが、 $t = 5700$ sec 程度より空気圧は平均的にみて $dp_a/dt = 1.8 \times 10^{-3}$ cm Aq/sec で変化しており、浸透強度 (f) については $dp_a/dt = \text{const.}$ となるときはほぼ同じくして $f = \text{const.}$ すなわち $f_{co} = 2.8 \times 10^{-3}$ cm/sec で変化している。後図は $h_w =$

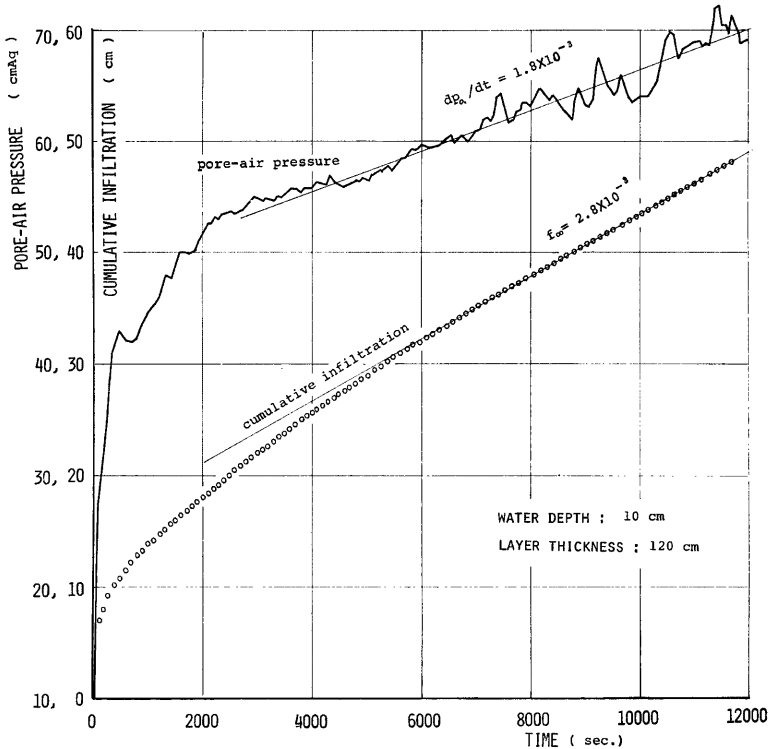


Fig. 13. Cumulative infiltration amount and pore-air pressure in sand K-7 for water depth 10 cm and layer thickness 120 cm.

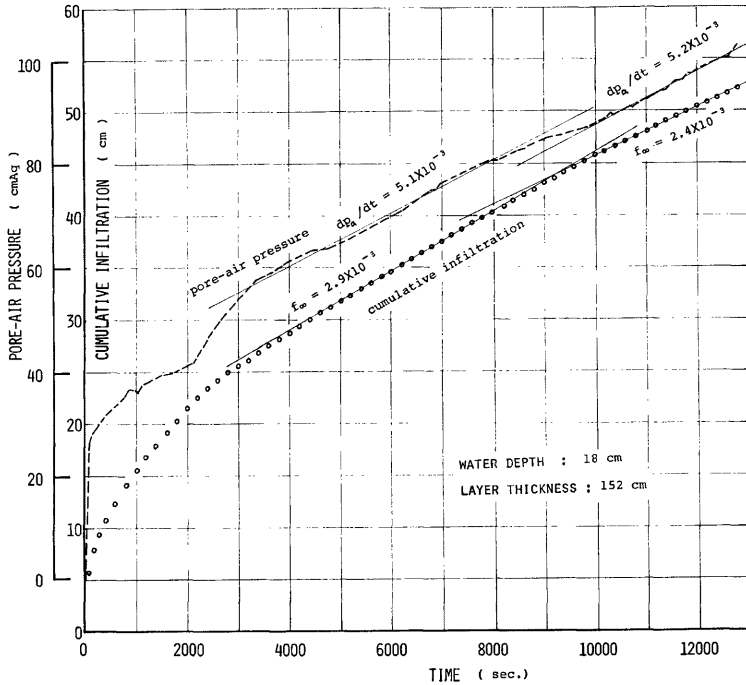


Fig. 14. As Fig. 13, but for water depth 18 cm and layer thickness 152 cm.

18 cm, $L=152$ cm のものであるが, $t=4000$ sec 程度より先の例と同様 $f_{\infty}=2.9 \times 10^{-3}$ cm/sec, $dp_{a,t}/dt=5.1 \times 10^{-3}$ cm Aq/sec で変化するが, $t=8700$ sec 程度より浸透強度および間隙空気圧は新たな状態, $f_{\infty}=2.4 \times 10^{-3}$ cm/sec, $dp_{a,t}/dt=5.2 \times 10^{-3}$ cm Aq/sec に遷移していることが判る。**Fig. 15** は K-5 砂の場合の実験例であるが, K-7 砂の場合と同様な特性がみられる。ここで例示したもの以外では, K-7 砂の場合 $h_w=1$ cm で $L=34, 59$ cm の短い砂層厚の場合を除けば同様な特性が生じた。一方, K-5 砂の場合, 湛水深はすべて 1 cm であったが, 短い砂層厚 34 cm の場合を除けば同様な事実が生じていた。

以上の結果を要約すると「本実験の範囲では砂の種類および湛水深に関係なくある程度の砂層厚では, 浸透現象が進行するに伴ない浸透強度と間隙空気圧の増加率は, ほぼ同時に一定の値になる。さらに浸透が進むにつれて浸透強度と空気圧の特性に変化が生じる場合があるが, その場合でも遷移後は再び以前と同様な現象特性を保つ。」といえよう。なお, A.J. Peck⁴⁾の実験では, slate dust の場合の間隙空気圧は一定の値になること, また, sand の場合はそのような特性を示さなかったことを述べているが, この結果と本実験の比較は興味深い。

(2) 土壌水分

Fig. 16, 17 は, 先に例示した K-7 砂の場合における $h_w=10$ cm, $L=120$ cm および $h_w=18$ cm, $L=152$ cm での実験で土壌水分を parameter にとってそれが時間とともにいかに進むかを示したものである。この図よりすれば, wetting front の進行とともに各土壌水分は直線的に変化すること, またその勾配

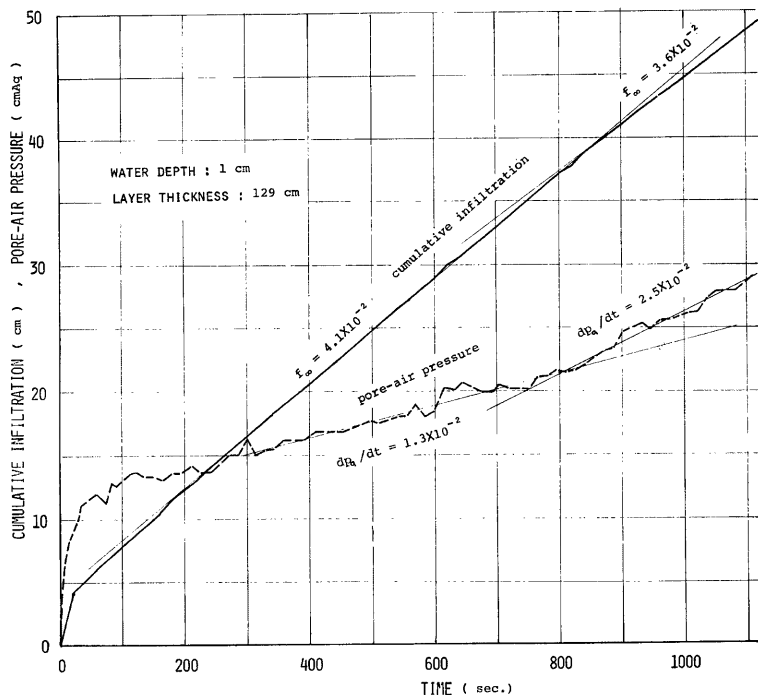


Fig. 15. As Fig. 13, but in sand K-5 for water depth 1 cm and layer thickness 129 cm.

$(\partial x / \partial t)_\theta$ の値は土壤水分に無関係に一定の値をとる，すなわち， $\frac{\partial}{\partial \theta} (\partial x / \partial t)_\theta = 0$ ，およびほぼ直線変化する時間は測定間隔が広いため明確ではないが，浸透強度と間隙空気圧の増加率が一定となる時間にはほぼ対応していることが判る。とくに **Fig. 17** では時間9000秒程度より別の $(\partial x / \partial t)_\theta = \text{const.}$ に遷移していることが判る。この遷移は **Fig. 14** での遷移に対応している。

Fig. 18, 19 は K-7 砂の先の2例の wetting front の進行を時間を parameter にとって示したものである。これらより判るように，砂層表面付近では土壤水分が大きな値になっているが，浸透が進むにつれて，wetting front はある上限の土壤水分 (θ_*) をもって移動している。なお興味深いのは **Fig. 19** であり，先述の遷移に対応して今までとは異った θ_* をもって wetting front が進行している。一方，砂層表面付近では時間とともに土壤水分の増加がみられるが，これは後述する飽和領域の発達によるものである。なお，ここでは図示しないが K-5 砂の場合においても同じ wetting front の特性が生じている。

さて，土壤水分の移動に関して θ_* で wetting front が進行していく事実は，高木・馬場の実験⁵⁾で類似の現象がみられる。彼らは，円筒上端は本実験と同じ境界条件であるが，下端を貯水槽につけて定常状態での実験を行なっている。その際，砂層の中間部に砂層表面および下端水面付近の大きな土壤水分より小さなほぼ一定の土壤水分の領域を見出ししている。これを“中間包気帯”と呼んでいるが，この領域は上述した wetting front の進行の際に形成される θ_* に対応するものであろう。

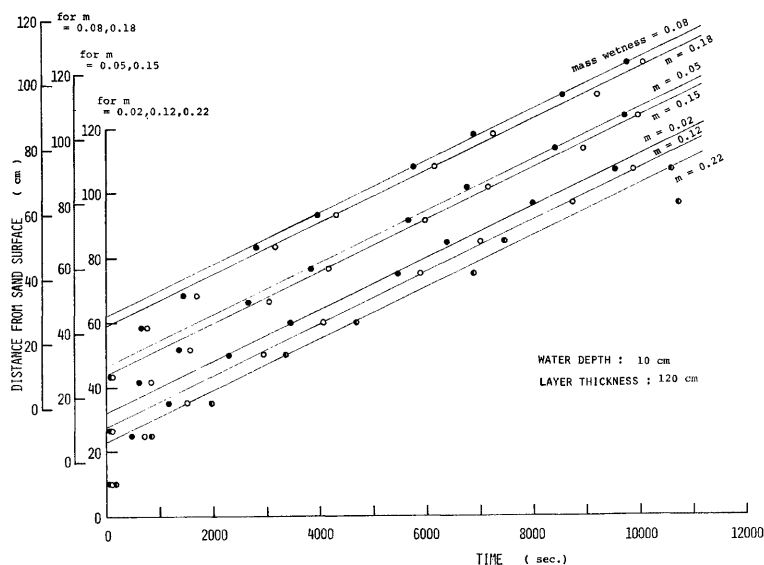


Fig. 16. Movement of soil moisture in sand K-7 for water depth 10 cm and layer thickness 120 cm.

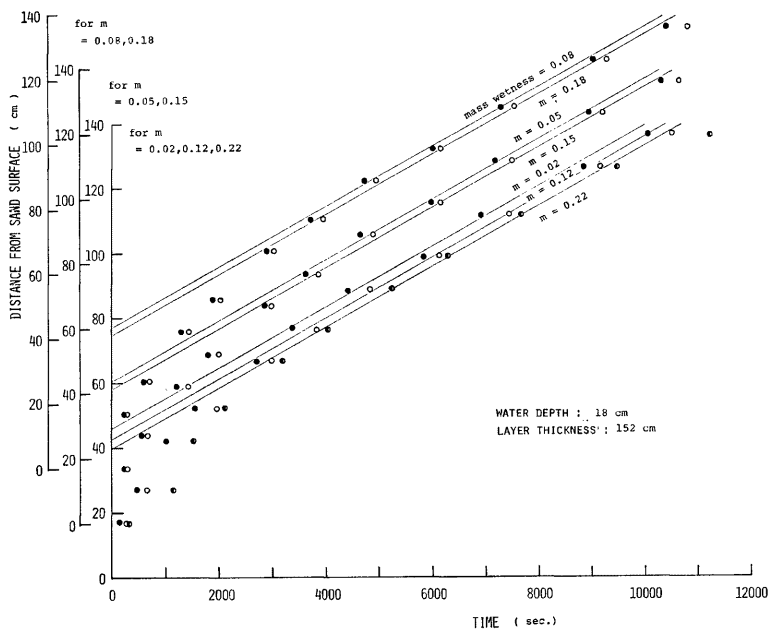


Fig. 17. As Fig. 16, but for water depth 18 cm and layer thickness 152 cm.

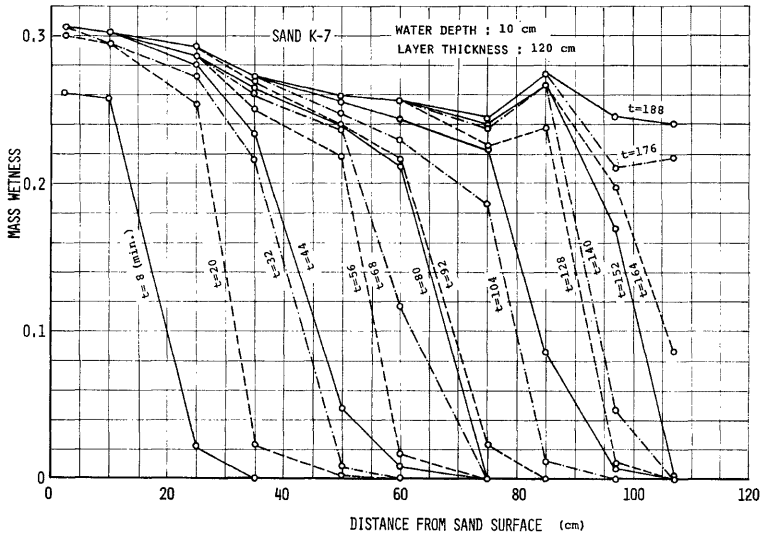


Fig. 18. Stages in the development of soil moisture in sand K-7 for water depth 10 cm and layer thickness 120 cm.

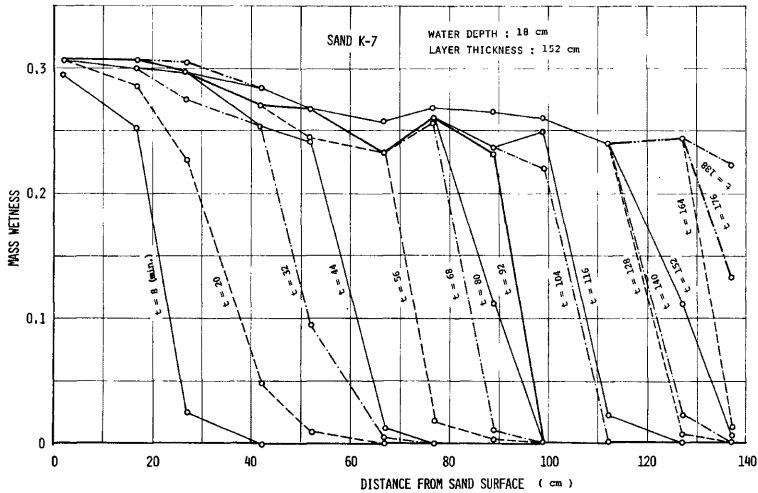


Fig. 19. As Fig. 18, but for water depth 18 cm and layer thickness 152 cm.

4.2 結果の考察

(1) 間隙空氣の放出

4.1で述べたように間隙空氣の放出はかなり間歇的である(K-5砂では異なる)ので空氣圧の測定結果を時間スケールを小さくして調べてみると方向性を保持してはいるがかなりの変動がみられ、また浸透強度についても同様であった。しかし、ここではその変動を無視して平均的に空氣の放出の様子を調べてみる。

さて、空氣放出の間歇性を考慮して、放出空氣の密度を、円筒下端で計測している空氣圧を用いて状態方程式から決めるもので代表させてよからう。ここで、砂層の長さ; L , 空隙率; ϕ , 間隙空氣圧 (大氣圧からの変化分); $p_a(t)$, 時間 t までの累積浸透量; $I(t)$, 浸透強度; $f(t)$, また空氣の放出速度 (Darcy 速度); $v_a(t)$ とおき、空氣を理想気体とみなし、また等温変化していると仮定して Boyle の法則を適用すると、

$$v_a(t) + f(t) = \frac{L \cdot \phi - I}{P_{a,0} + p_a} \cdot \frac{dp_a}{dt}, \quad P_{a,0}: \text{大氣圧} \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここでは、 $f(t) \rightarrow f_\infty$, $dp_a/dt \rightarrow (dp_a/dt)_\infty = \text{const.}$ の場合を考えているので、式 (21) は

$$v_a(t) = -f_\infty + \frac{L \cdot \phi - I(t)}{P_{a,0} + p_a} \cdot \left(\frac{dp_a}{dt} \right)_\infty \quad \dots\dots\dots(22)$$

となる。ここで、 $I(t)$, $p_a(t)$ として今対象としている時間帯で最小のものを用いることとして、式 (22) の右辺第2項を計算してみると、例えば K-7 砂で $h_w = 10 \text{ cm}$, $L = 120 \text{ cm}$ の場合 $4.0 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$, K-5 砂で $h_w = 1 \text{ cm}$, $L = 129 \text{ cm}$ の場合 $5.6 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$ となるが、それぞれの f_∞ の値は 2.8×10^{-3} , $4.1 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ であるので、結局

$$f_\infty \gg \frac{L \cdot \phi - I(t)}{P_{a,0} + p_a(t)} \cdot \left(\frac{dp_a}{dt} \right)_\infty$$

となる。他のすべての実験においても式 (22) の右辺第1項は第2項に比べ 1~2 order 程度大きいことが判った。以上のことより、式 (22) は近似的に

$$v_a(t) + f_\infty \approx 0 \quad \dots\dots\dots(23)$$

と考えてよからう。もし厳密に式 (23) が成立するなら、空氣圧の時間的增加の変化は生じないことになるので、間隙空氣の圧力増加は空氣の放出速度に対して二次的な影響しか与えないと考えられる。なお石油工学で扱われる石油と水というような非圧縮性で混らない二相流れ (simultaneous flow of immiscible fluids) では式 (23) の結果、すなわち total flow rate は常に零になる。

(2) 砂層表面付近の飽和領域の形成

ここでは Fig. 18, 19 でもみられたように、砂層表面付近の大きな土壤水分を示す領域に注目し、この部分が 4.1 (1) で述べた間隙空氣圧の時間的增加といかなる関係にあるのかを検討する。

問題になるのは圧縮された空氣が放出される際、いかなる境界条件を満たしているかということである。すなわち、放出の直前の状態では、(イ) 間隙空氣が表面近傍 ($x \approx 0$) まで延びているのか、それとも (ロ) ある長さの飽和域の下部で滞っているのか。

さて、飽和領域で Darcy 則を考えると、

$$v = -K_s \cdot \left(1 - \frac{p_c + p_a - h_w}{x_s} \right) \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 p_c : 気相が imbibition 過程にて不連続となる際の capillary potential (air entry value), h_w : 湛水深, p_a : 間隙空氣圧, x_s : 飽和領域の長さ, K_s : 飽和透水係数。もし放出状態が (イ) の場合なら、 $p_c + p_a - h_w < 0$ であるから $|v| > K_s$ のはずである。(ロ) の場合なら、 $|v| < K_s$ の状態も存在する。そこで実験結果を、 $f_\infty = K_s(1-A)$ として A の値を調べてみると、例えば K-7 砂 ($K_s \approx 6.5 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$) で $h_w = 10 \text{ cm}$, $L = 120 \text{ cm}$ および $h_w = 5 \text{ cm}$, $L = 125 \text{ cm}$ の場合、 $A = 0.57, 0.48$ となるが、すべての実験において、 $A = 0.45 \sim 0.60$ となった。一方、K-5 砂 ($K_s \approx 1.0 \times 10^{-1} \text{ cm/sec}$) の場合、 $A = 0.60 \sim 0.65$ である (この場合、ここでの議論が適用できないことが後述で判明する)。いずれの場合にも $A < 1$ となっている。

ここでは平均的な浸透強度 (f_{00}) を用いて A の値を求めたが、仮に浸透強度の平均値からの変動を考慮しても平均値が $A < 1$ を示すということは、少なくとも $|v| < K$ を満たす範囲があることになるので、(ロ)の可能性、すなわち間隙空気放出状態は飽和領域と関連していることを、また、間隙空気の時間的増加特性は、飽和領域の発達と結びつけられる可能性を示唆している。

Fig. 20 は、K-7 砂の場合の浸透強度と間隙空気圧の増加率が一定の値をとり始める時点 (t_{∞}) の間隙空気圧 ($p_{a,\infty}$) から湛水深 (h_w) を差し引いた値を p_a^* として、 h_w との対応を調べたものである。なお図中の $h_w=65$ cm の値は、二層実験、すなわち上層が粗砂 (K-5 砂) 64 cm、下層が細砂 (K-7 砂) 105 cm、 $h_w=1$ cm の実験値であるが、K-5 砂は K-7 砂に比べて十分に粒径が粗く上層の下層に対する役割は湛水深と同等に解せる (付録を参照)。この図よりすれば、湛水深が大きいかほど p_a^* の値は小さいことが判るが、その際、本実験の範囲では砂層の厚さの影響がないと考えてよからう。このことでは、近似的に $p_a^* = x_s - p_c$ ($p_c < 0$) と考えると、定常状態に達する時点 (t_{∞}) では h_w が大ほど飽和域の発達は小さいことが予想される。しかし、湛水深が零近傍の実験例がないが、この付近まで $dp_a^*/dh_w < 0$ の特性を拡張するのは現段階では早計である。**Fig. 21** は K-5 砂の場合であるが、全ての実験条件として $h_w=1$ cm をとっているので横軸に砂層の長さをとっている。 $L=109$ cm の値だけ他のものと異り p_a^* は $10\text{ cm} \cdot \text{Aq}$ ほど大きな値になっており、ここでは L と p_a^* との関係は明確なことがいえない。

次に、上の議論を土壌水分の状態と比較検討を行なう。土壌水分の測定は、飽和状態近くになると精度が悪くなることおよび測定間隔が大きいことは **2.1** ですでに述べたが、ここでは問題となるのは飽和状態近くの状況記述である。そのため、土壌水分量の値を無視して土壌水分測定器の電圧変化に基づき考察してみる。

さて、K-7 砂で実験条件 $h_w=10\text{ cm}$, $L=120\text{ cm}$ の場合を例にとると (Fig. 13 を参照), $f=f_{\infty}$, $dp_a/dt=(dp_a/dt)_{\infty}$ となる間隙空気圧 $p_{a,\infty}$ は 58 cmAq であり, wetting front が円筒下端にほぼ達する時間 (t'_{∞}) の圧力の $p_{a,\infty}$ からの増加分 ($\Delta p_{a,\infty}$) は 10 cmAq 程度である。一方, 土壌水分測定器の出力は, 砂層表面より 2.5 cm のものについては t_{∞} での出力と wetting front が下端に達し下端より順次湛水し終わった後も出力には変化がなかったが, 次の測定 ($x=10\text{ cm}$) については, t_{∞} では飽和状態にないが t'_{∞} ではほぼ飽和状態になっていること, また, 第3番目の測点 ($x=25\text{ cm}$) では, t_{∞} , t'_{∞} でいずれも飽和状態になかったところ判った。このことより, 時間 t_{∞} では, 飽和領域が砂層表面より $2.5\sim 10\text{ cm}$ の間にあり, t'_{∞} では $10\sim 25\text{ cm}$ の間にあるだろうと予想されるが, この飽和領域の発達には先の $\Delta p_{a,\infty}$ とほぼ応がつく。このような状態変化を示したものが Fig. 22 である。この図より t_{∞} での飽和領域の長さ (x_s) は

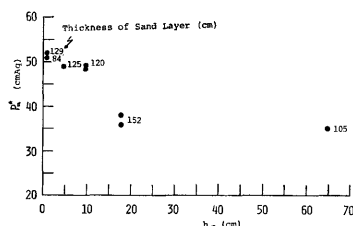


Fig. 20. Relation between $p_a^*(=p_{a,\infty}-h_w)$ and water depth h_w for sand K-7; $p_{a,\infty}$ is pore-air pressure at the time when infiltration rate becomes constant.

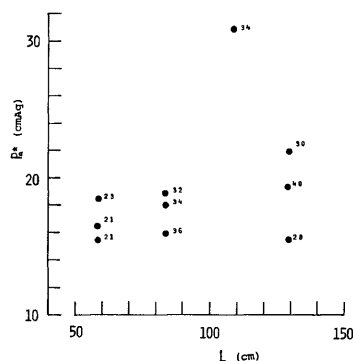


Fig. 21. Relation between p_a^* and layer thickness L for sand K-5; numbers represent $p_a - h_w$ at t'_∞ .

h_w が大ほど小さな値となっていることが判る。また、 $dp_{a,co}$ の値は $h_w=1, 5, 18, 65$ cm の場合、それぞれ 8, 20, 50, 16 cmAq であり、先の例と同様に飽和領域の発達とはほぼ関連がつくことが判る。

K-7 砂の air entry potential は、Fig. 4 よりほぼ -25 cmAq 程度であり、また表面張力 (r)、間隙の大きさ (d) および水と大気との圧力差 (p') の関係、すなわち $p'=4r/d$ を用い、 $d=0.1\sim0.15$ mm とすると、 $p'=20\sim30$ cmAq となる。ここでは一応 $p_c=-25$ cmAq と考え、Fig. 22 より $p_c=x_{s,co}+h_w-p_{a,co}$ なる関係を近似的に適用し、 $x_{s,co}$ の値を概略的に推定し、 $x_{s,co}+h_w-p_{a,co}$ の値を求めると、ほぼ -35 cmAq 程度となるが、 $|p_c|=25$ cm より 10 cmAq 程度大きい目になっている。

一方、K-5 砂についてはいずれの実験においても砂層表面下 11.5 cm の点で測定された土壌水分の値は、時間 $t_{\infty}\sim t'_{\infty}$ で飽和状態になっていないことが判った。この場合の p_c の値は Fig. 3 より -5 cmAq 以上であり、一方 $p'=4r/d$ の関係で $d=0.4\sim0.5$ mm とすると、 $p_c=6\sim7$ cmAq となる。これらの値を考慮し Fig. 21 を調べると、K-7 砂の場合と同様には空気圧の上昇を飽和領域の発達で説明できないことになる。むしろ粗砂の場合、浸透初期での大きな浸透強度により間隙空気圧は急激に上昇し、それ以降空気の放出は湛水深、飽和領域の長さ、表面張力および空気圧との力の釣合で間歇的に放出されるのではなく、連続的な counter two phase flow として現象が進展すると考えられる。このことは、先述のように実験に際して終始連続的な小さな気泡の放出があったという事実からも推定されよう。

なお、空気の閉塞がなく、湛水深を有する場合、飽和領域は時間とともに際限なく発達することが理論的に J.R. Philip³⁾により導びかれており、これらの結果との対比は興味深い。

さて、以上の結果から次のようなことがいえよう。すなわち、ある程度の粒径の大ききになると空気の圧縮を伴いつつ浸透現象が生起する場合でも、ほぼ Darcy scale で浸透問題を連続体として扱える可能性がある。しかし、time scale の問題かも知れぬが、粒径が小さくなると間隙空気の圧縮閉塞過程および放出過程が明確となり不安定問題の色彩が前面に押し出されてくるため、浸透現象を単純に連続的な counter two phase flow の従来の理論を analogy 的に適用するのは多くの問題が残ろう。概念の単純な拡張の失敗の教訓は物理学の歴史が示すところである⁶⁾。

(3) wetting front について

4.1(2) で浸透強度および間隙空気圧の増加率が一定となった状態では、(i) wetting front はある上限の土壌水分 θ_* をもつ、(ii) wetting front の進行速度 $(\partial x/\partial t)_\theta$ は土壌水分 θ に関係なく一定となることを述べた。ここでは、この結果に基づき若干の考察を行なう。

さて、土壌水の運動を支配する基礎式は、式 (3)、(4) である。結果 (i)、(ii) より土壌水分は一定の wetting front の相速度 ω で動く移動座標系よりみれば定まった分布形をもつが、 p_a は 4.1(1) の結果より時間的に変化する。そこで、式 (6) を基本式として、

$$\zeta = x - \omega \cdot (t - t_0), \quad \tau = t - t_0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

によって変数変換を行なうと、式 (6) は次のようである。ただし、 t_0 は一定の相速度となる時間であり、

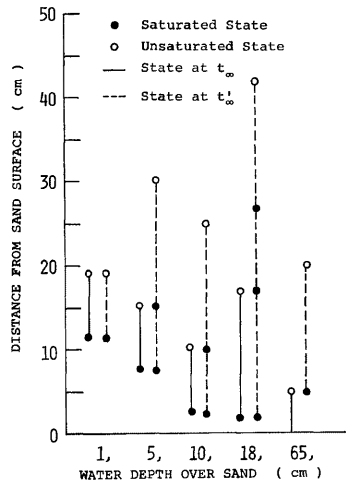


Fig. 22. Diagram illustrating the development of saturated zone.

Table 2. Characteristic values at stages of infiltration after a sufficiently great lapse of time.

(1) Single-Layered Sand System

Sand	h_w	L	ω	θ_*	$K(\theta_*)/\theta_*$	θ'_*	f_∞	f_∞/ω
	cm	cm	cm/sec		cm/sec		cm/sec	
K-7	1	129	7.8×10^{-3}	0.34	9.9×10^{-3}	0.29	3.2×10^{-3}	0.41
	5	125	9.3×10^{-3}	0.36	1.05×10^{-3}	0.32	3.2×10^{-3}	0.34
	10	120	8.1×10^{-3}	0.35	1.03×10^{-3}	0.30	2.8×10^{-3}	0.35
	18	152	9.3×10^{-3}	0.36	1.05×10^{-3}	0.32	2.9×10^{-3}	0.32
K-5	1	129	1.0×10^{-1}	0.38	1.3×10^{-1}	0.33	4.1×10^{-2}	0.41
	1	129	8.9×10^{-2}	0.36	1.2×10^{-1}	0.32	3.4×10^{-2}	0.36
	1	84	9.5×10^{-2}	0.36	1.2×10^{-1}	0.33	3.9×10^{-2}	0.41

h_w : water depth
 L : layer thickness
 ω : phase velocity of wetting front
 θ_* : max. moisture content of wetting front
 f_∞ : const. infiltration rate
 K : hydraulic conductivity
 θ'_* : $K(\theta'_*)/\theta'_* = \omega$

(2) Two-Layered Sand System

Layered System	Sand	h_w	L	L_I	ω	θ_*	$K(\theta_*)/\theta_*$	θ'_*	f_∞	f_∞/ω
		cm	cm	cm	cm/sec		cm/sec		cm/sec	
upper layer: sand K-7 lower layer: sand K-6	K-6	1	169	24	1.7×10^{-2}	0.33	1.9×10^{-2}	0.32	5.4×10^{-3}	0.32
		1	169	38	1.6×10^{-2}	0.34	2.0×10^{-2}	0.31	4.9×10^{-3}	0.33
		1	169	64	8.7×10^{-3}	0.30	1.4×10^{-2}	0.27	2.5×10^{-3}	0.35
		1	169	88	1.1×10^{-2}	0.31	1.6×10^{-2}	0.28	3.3×10^{-3}	0.33
upper layer: sand K-7 lower layer: sand K-5	K-5	1	169	38	1.1×10^{-2}	0.19	1.5×10^{-2}	0.17	2.3×10^{-3}	0.20
upper layer: sand K-5 lower layer: sand K-7	K-7	1	169	105	1.1×10^{-2}	0.37	1.1×10^{-2}	0.37	4.2×10^{-2}	0.38

L_I : thickness of fine sand layer (cm)

θ は ζ のみ, p_a は ζ , τ の関数と考えられる。

$$-\omega \cdot d\theta/d\zeta = d(D \cdot d\theta/d\zeta)/d\zeta - dK/d\theta \cdot d\theta/d\zeta + \partial(K \cdot \partial p_a / \partial \zeta) / \partial \zeta \quad (26)$$

$$\text{境界条件: } d\theta/d\zeta = 0 \text{ at } \zeta = \infty, \quad \partial p_a / \partial \zeta = 0 \text{ at } \theta = \theta_0 \quad (27)$$

として τ を固定し式 (26) を $\zeta = \zeta \sim \infty$ まで積分すると,

$$\omega \cdot (\theta - \theta_0) = -D(\theta) \cdot d\theta/d\zeta + (K(\theta) - K(\theta_0)) - K(\theta) \cdot dp_a/d\zeta \quad (28)$$

結果 (i) より $\zeta = \zeta_*$ で $\theta = \theta_*$ とすると, $(d\theta/d\zeta)_{\zeta=\zeta_*} = 0$ と考えてよいから, 式 (28) より

$$\omega = \frac{K(\theta_*) - K(\theta_0)}{\theta_* - \theta_0} - \frac{[K(\theta) \cdot \partial p_a / \partial \zeta]_{\zeta=\zeta_*}}{\theta_* - \theta_0} \quad (29)$$

ω が一定に保たれているので, $[K(\theta) \cdot \partial p_a / \partial \zeta]_{\zeta=\zeta_*} = \text{const.}$ となる。

次に, 実験結果の ω と, $K(\theta) \sim \theta$ の関係から求まる式 (29) の第 1 項とを比較してみる。Table 2 はその結果を示したものであるが, 二層実験のものについては付録を参照されたい。ここに, θ'_* は $\omega = K(\theta'_*)/\theta_*$ とおき実験値 ω を満す土壌水分を意味する。さらに, 表の最後の欄の意味について述べておく。定常な浸透限度 f_{∞} と wetting front の相速度 ω との関係は

$$f_{\infty} = \omega \cdot (\theta_* - \theta_0) \quad (30)$$

となる。しかし, 一般には 4.2(2) で述べた飽和領域の発達およびそれに伴う飽和領域付近の土壌水分の増加があるため近似式とみなせるが, その影響は二次的であろう。それゆえ, f_{∞}/ω と $(\theta_* - \theta_0)$ との比較は実験の精度の評価となる。また, $K(\theta) \sim \theta$ の関係については, K-5, K-6 砂の場合直接の測定により, K-7 砂の場合, imbibition 過程における $\psi \sim \theta$ の関係と (水平の) absorption 実験より決る拡散係数 $D(\theta)$ とを用い $K(\theta) = D(\theta) \cdot d\theta/d\psi$ より間接的に求めている。さて, 表での ω と $K(\theta_*)/\theta_*$ あるいは θ_* と θ'_* とを比較するとほぼ等しいが, すべての場合 $\omega < K(\theta_*)/\theta_*$, $\theta_* > \theta'_*$ となっている。このことは, 式 (29) の第 2 項の影響かも知れないが, $K(\theta) \sim \theta$ の関係は θ が少し変化しても $K(\theta)$ が大きく変る特性 (一般に $d^2K(\theta)/d\theta^2 > 0$) があるため, 評価に際してはかなりの誤差を覚悟せねばならない。また土壌水分の測

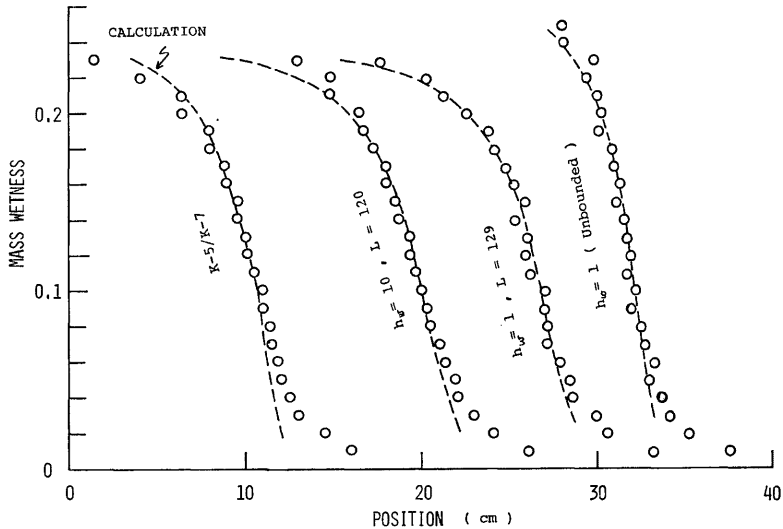


Fig. 23. Comparison of theory and experiment for ultimate moisture profile in sand K-7.

定精度も同様である。これらの点を考慮すれば、式 (29) の右辺第 2 項は第 1 項に比べ近似的に無視できるとしてもよからう。

さて、すべての ζ について $\partial p_a / \partial \zeta$ が常に零であると仮定して式 (28), (29) より移動座標系からみた wetting front の θ の分布形状は、

$$\int_{\zeta_a}^{\zeta} d\zeta = \int_{\theta_a}^{\theta} \frac{D(\theta) \cdot (\theta - \theta_0)}{(\theta - \theta_0) \cdot (K(\theta) - K(\theta_0)) - (\theta - \theta_0) \cdot (K(\theta^*) - K(\theta_0))} d\theta \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここに、 $\theta_a = \theta_* - \Delta\theta$, $\Delta\theta \ll 1$

Fig. 23 は K-7 砂の場合、例えば、**Fig. 16** での $x \sim t$ 関係より求めた最終の wetting front の形状と式 (31) よりの計算値との比較を示したものであり、同図には 空気 の閉塞のない場合の実験値と計算値をも同時に示しておいた。なお、図中で K-5/K-7 と書かれてよいものは、上層が K-5 砂 64 cm, 下層が K-7 砂 105 cm, $h_w = 1$ cm の場合である。**Fig. 24** は前図と同様で二層実験の結果、すなわち上層 K-7 砂 38 cm, 下層 K-5 砂 131 cm, $h_w = 1$ cm の場合と、上層 K-7 砂 24.5 cm, 下層 K-6 砂 144.5 cm, $h_w = 1$ cm の場合である。これらの図よりすれば、実験値と計算値とはほぼ一致しているといえよう。なお、wetting front の形状は、一般に $d^2K(\theta)/d\theta^2 > 0$ なる特性を示すから、単層の場合、式 (28) より 空気 の閉塞がない場合はある場合に比べ急激に変化することが判る。

以上の考察に基づけば、水分移動に対して、式 (28),

(29) 中の間隙空気圧の空間微分を近似的に

$$\partial p_a / \partial \zeta = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

と仮定した妥当性が立証されたことになる。よって、

wetting front 付近の間隙空気圧は空間的に一様であり、単に時間の関数 $p_a = p_a(t)$ と考えてよく、円筒下部で計測した空気圧がそれに対応するわけである。

さて、浸透現象における間隙空気は細砂 (K-6, K-7) の場合、圧縮・放出過程の繰返しを経るため現象自体不連続である。圧縮過程においては、間隙空気圧の空間的一様性は妥当な仮定であるが、放出過程では空気圧の空間分布がなければ放出は生じない。ここでは連続的な圧縮過程中に離散的に生起する pulse 的な放出過程をある大きさの時空間での平均化操作によって、 $\partial p_a / \partial x$ なる量に集約化を試みたわけである。このような立場に立てば、 $\partial p_a / \partial x$ の役割が顕著に現われるのは、飽和領域と wetting front との間の遷移領域であろう。

5. お わ り に

本論文は、浸透現象における間隙空気的作用に関して研究を行なった報告であるが、得られた結果を要約しておく。

浸透初期について

- (i) 土壌水の運動は $\phi(\theta) = x/\sqrt{t}$ なる相似解でほぼ表わせ、また浸透強度は $f = \frac{S}{2} / \sqrt{t}$ である。
- (ii) 円筒下部で計測された空気圧は、 $\partial p_a / dt \propto 1/t$ でほぼ表わすことができる。

浸透後期について

- (iii) 浸透が進行するに従って、浸透強度および測定間隙空気圧の増加率はほぼ同時に一定の値になる。
- (iv) その際、砂層表面より放出される 空気 の平均流速 (Darcy 流速) と浸透強度との和はほぼ零に等しい。
- (v) 粒径の小さな K-7 砂の場合、空気圧の増加は砂層表面付近に生ずる飽和領域の発達によって説明さ

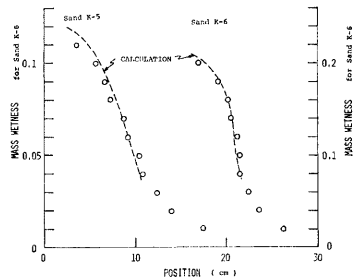


Fig. 24. As Fig. 23, but in sand K-6 and K-5 (in two-layered experiment).

れる。一方、粗砂 K-5 の場合は、細砂のように説明できず、むしろ連続的な counter two phase flow としての結果である。

- (vi) wetting front はある上限の土壌水分 θ_* を有して一定の相速度で進み、その分布形状は保持される。その際、wetting front 付近の間隙空気の間隙分布はほぼ一様となる。

なお、今後の研究課題として次のようなものが上げられる。浸透初期については、(i) 土壌水分の運動の情報から間隙空気の挙動が数学的表現として提示されたが、その物理的表現の解明。(ii) 根本問題として、なぜ土壌水分の運動が相似解の表現となるかを間隙空気との相互作用に立脚して解明すること。長時間後の浸透現象としては、(iii) 間歇的空気放出に起因する不連続現象をいかに連続体として表現するか。(iv) 本実験で見い出された θ_* の浸透現象全体からみた解釈。等々が上げられよう。今後このような方向に沿って研究を続けていくつもりである。最後に実験およびその整理に協力していただいた杉村寿子嬢に感謝します。

参 考 文 献

- 1) Buckingham, E.: Studies on the Movement of Soil Moisture, U.S. Department of Agricultural Bureau, Soil Buttetin, No. 38, 1907.
- 2) Philip, J.R.: 例えば Theory of Infiltration, Advances in Hydrosience 5, 1st Edition, Academic Press, 1969, pp. 215-296.
- 3) Philip, J.R.: The Theory of Infiltration: 6. Effect of Water Depth over Soil, Soil Science, Vol. 85, 1958, pp. 278-286.
- 4) Peck, A.J.: Moisture Profile Development and Air Compression during Water Uptake by Bounded Porous Bodies, 3: Vertical Columns, Soil Science, vol. 100, 1965, pp. 44-51.
- 5) 高木不折, 馬場洋二: 砂柱における鉛直浸透の機構に関する研究, 土木学会論文集, 第144号, 1967, pp. 11-19.
- 6) 例えば, 田中加夫他訳, Planck, M.: 現代物理学の思想, 法術文化社。
- 7) 古谷博司: 砂層への雨水浸透に関する実験的研究, 京都大学工学部土木工学科卒業論文, 1976.

付 録

空気の閉塞を伴う二層の実験⁷⁾において、本論文に関連した結果を簡単に述べておく。

上層が K-5 砂の粗砂で下層が K-7 砂の細砂の場合については、K-5 砂が K-7 砂に比べ十分粒径が大きい上層が下層に対して湛水深と同様な効果として働く。Fig. 25 は上層の厚さ $L_c=64$ cm, 下層の厚さ $L_f=105$ cm, 湛水深 $h_w=1$ cm の実験例である。この図より、 $t=5200$ sec. 程度より 4.1(1) で述べた結果と同様に、浸透強度、空気圧の増加率は一定となっていることが判る。一方、wetting front の進行については下層部だけをとり出して書いておいた。 $\theta_*=0.37$ ($m_*=0.26$) を上限値として、一定形状を有した wetting front は一定の相速度で進むことが判った (Table 2 を参照)。その際の wetting front の形状は、Fig. 23 を参照されたい。

一方、上層が細砂で下層が粗砂の場合について。Fig. 26 は上層が K-7 砂で 24.5 cm, 下層が K-6 砂で 144.5 cm, 湛水深 1 cm の実験結果である。 $t=3000$ sec 程度より間隙空気圧および浸透強度に同様な特性が生じている。Fig. 27 は、wetting front の進行を示したものである。 $\theta_*=0.33$ ($m_*=0.23$) を上限値として wetting front は一定形状、一定の相速度で進むことが判った (Fig. 24, Table 2 を参照)。なお、ここでの例以外の砂層厚においても同様な結果を示すが、詳しくは参考文献 7) を参照されたい。

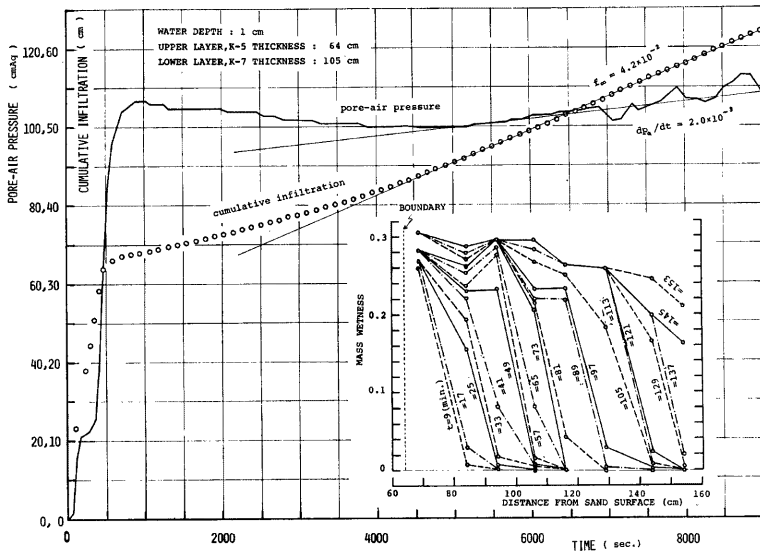


Fig. 25. Cumulative infiltration amount, pore-air pressure and distribution of moisture in two layered sand system (upper layer: sand K-5, lower layer: sand K-7).

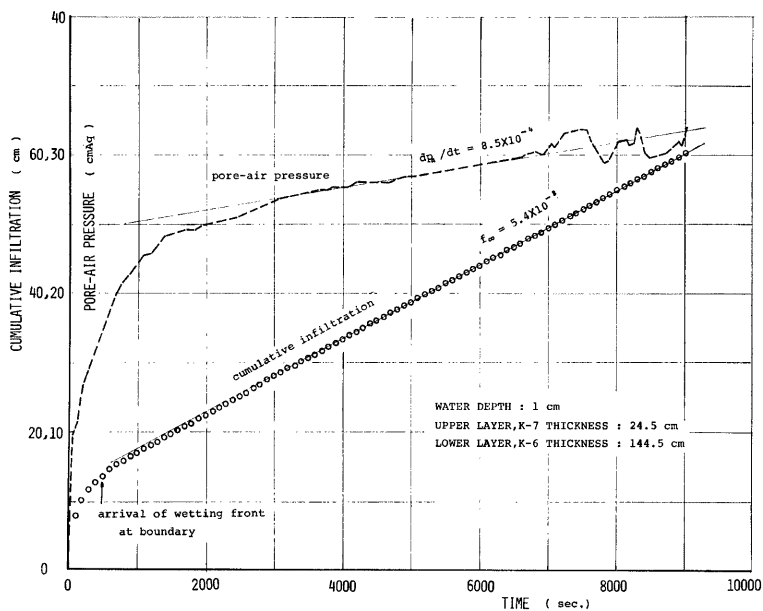


Fig. 26. Cumulative infiltration amount and pore-air pressure in two layered sand system (upper layer: sand K-7, lower layer: sand K-6).

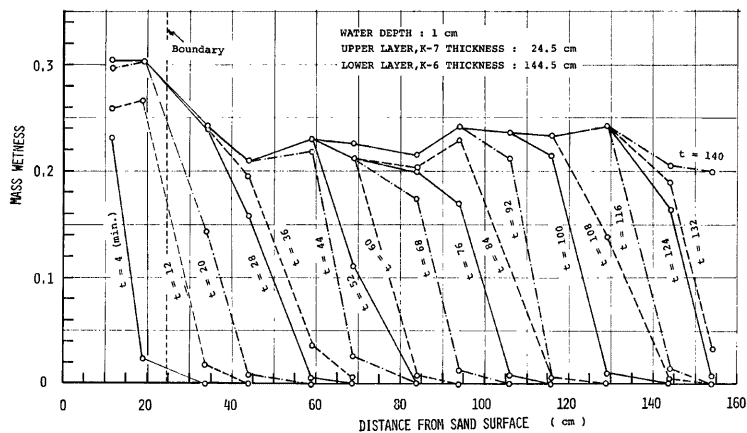


Fig. 27. Stages in the development of soil moisture, as Fig. 26.