

情報微分幾何学の展望

東大工学部 甘利俊一

まず始めに、確率分布の族のなす滑らかな多様体を考える。たとえば、1次元正規分布の全体は平均 μ と分散 σ^2 とを一つの許容座標系とする2次元の多様体である。これはある種の確率過程の全体(たとえばMarkov chainの全体)のようなものであってもよい。

この多様体に自然に導入されるべき幾何学構造は何であろうか。不変性の原理から、確率分布族のなす多様体には、唯一のRiemann計量と、一組の双対的なaffine接続とが導入される。これは従来のRiemann空間を双対性の導入により拡張したもので、従来のものはこの立場からは自己双対の空間になっている。

この空間の幾何学を調べていくと、美しい構造が現れてくる。特に双対平坦空間には、Legendre変換と結びついた双対座標系、二つのpotential関数、不変なdivergence、拡張ピタゴラスの定理、射影定理などが得られる。

こうした構造は応用上で大きな威力を発揮する。統計的推論の構造と性能を明らかにし、時系列やシステムの近似問題を解決し、さらに情報理論と深くかかわってくる。

情報幾何学は世界でも研究者が増えつつあり、すでに2回の国際ワークショップが開かれ、2回が計画中である。

参考文献

- S. Amari, *Differential - Geometrical Methods in Statistics*, Springer Lecture Notes in Statistics, vol. 28, 1985.
- S. Amari et al. *Differential Geometry in Statistical Inference*, IMS Monograph Series, vol. 10, 1987 Hayword, IMS.
- S. Amari, Differential geometry of a parametric family of invertible linear systems — Riemannian metric, dual affine connections and divergence, *Mathematical Systems Theory*, vol. 20, pp. 53-82, 1987.
- S. Amari and S. T. Han, Statistical inference under multiterminal rate restrictions — a differential geometrical approach, *IEEE Trans. IT* -35, pp. 217-227, 1989.