

ゆらぎをもつ自励振動子集団の統計理論

京大・理 蔵 本 由 紀

自励振動子の多体系は、生体における生理現象との関連でその重要性が注目されつつあるが、このような系の理論的取扱いは未発達である。生体においては、細胞下レベルから組織、器管、更には固体集団のレベルに至るまで様々な振動現象が見られる。細胞内ではエネルギー代謝に関係した振動として最も良く知られているものに糖の分解があるが、たとえばアルコール発酵を行っている酵母菌のサスペンションにおいて、酵母菌の密度を高めると系全体が歩調を揃えて（即ち同期して）振動するようになる。また、心拍にとって本質的なペースメーカー細胞の集団も、同期した集団としての律動を送り出すことによって心臓の正常な機能を維持している。また、殆ど全ての真核生物において認められる概日性の生理周期も、多細胞生物においては或る種のペースメーカー集団（恐らく内分泌腺に局在した）の集団律動の間接的なあらわれであると考えられている。但し、通常この律動は24時間周期の外力によって強制的に同期させられているが、非常に多くの例において、環境条件が一定であっても律動が長期に亘って持続する。

上に述べたような諸現象から抽出されるひとつの数学的モデルとして以下のようなものを考えることができる。力学系

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) + \mathbf{f}(\mathbf{X}, t) \quad (1)$$

を考え、 $\mathbf{f} = 0$ ならば安定な時間周期解（リミットサイクル） $\mathbf{X}_0(t) = \mathbf{X}_0(t+T)$ をもっているとする。 $\mathbf{f}$ はこの“振動子”に加わるランダムな外力とする。このような振動子を N 個考え（ N は充分大きいとする）、それらの間に2体相互作用が働いているとする。即ちこの系の方程式は

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{F}(\mathbf{X}_i) + \sum_j \mathbf{V}_{ij}(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) + \mathbf{f}_i(\mathbf{X}_i, t) \quad (2)$$

ここで外力 $\mathbf{f}_i$ は各振動子に統計的には独立に働くとし、その統計的性質は i に依らないとする。

(2)を便宜上

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \mathbf{F}(\mathbf{X}_i) + \mathbf{p}_i(\mathbf{X}_i, t) \quad (3)$$

と書いておく。

(2)はかなり一般的な模型で、種々の現実的な場合を含むと思われるが、本理論では特に(3)式における p_i が弱い摂動として扱える場合について考察する。 p_i が微小量であることから理論はいちぢるしく簡単化されるが、それは次の2つの理由にもとづく。

(I) 各振動子の運動はリミットサイクル軌道から大きく外れることはないから、位相のみが重要な状態変数となる。即ち、摂動論的方法によって、(2)式から N 個の位相 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ に関して閉じた運動方程式を導くことができる。

(II) p_i の小ささに対応して長い特性時間 ($\gg T$) が現われる。したがって、この時間スケールで現象を眺める限り、一種の断熱近似 (むしろこの場合は回転波近似と言った方がよい) を採用することができ、 $\{\phi\}$ に対する運動方程式が更に簡単になる。

このような理論にもとづいて、集団的な同期状態と非同期状態の間の相転移現象を議論する。 f_i の効果を熱運動に、また振動子を双極子にたとえれば、このような相転移は磁気的あるいは誘電的相転移と類似の現象とも見られる。またこの類推からも $p_i \rightarrow 0$ がなお意味のある極限であることがわかる。理論のより詳細は、Y. Kuramoto (Physica A, 1980, in press) 参照。

反応拡散系における回転らせん波

京大・理 古賀真史・蔵本由紀

§1 初めに

回転らせん波は空間的に二次元的である反応媒質中に生じる非平衡系に特有な現象の一つである。代表的ならせん波は、ある中心から等濃度線と解される腕がらせん的に伸び、そのらせん形が中心の回りに回転するような波である。

らせん波は様々な系で見られる。主な例は Belousov-Zhabotinsky 反応のような振動性媒質、又その反応と類似した Z-試薬、心筋膜、slime mold の集合モードの場合のような興奮性媒質である。以上の例は腕が一個のらせん波の場合であるが、腕が二個以上の場合も (波であるかどうかは明らかでないが) ある種の菌類の形態形成の際に見られる。

理論的には若干の簡単な系において、計算機実験や解析的な結果が得られているが、上にあげたほとんどの例に共通な性質があり、それは中心を除く領域でのパターンはアルキメデスらせんであることである。我々はこの事実をふまえて、媒質の詳しい性質によらない一般的ななら