

小沢正直

の理由は既に(3)でのべた。

(5) 当然のことながら、実際観測し得るすべての事象について、 ρ による記述と ψ による記述（但し後で種々の ψ_i に統計的重率をつける）とは全く同等である。また実際問題を解くときの ψ のすぐれた「実用性」を軽視するつもりなど毛頭ない。ただ ψ の「実用性」を「実在性」にすりかえたことが、「波束の収縮」といういまわしい想念（非可逆説をもってしても除去できない）に我々を長年しばりつけてきたのだとすれば、それは不幸というしかない。 ρ を基本量と考える限りこのような想念になやまされることはもはやないのである。

情報理論の観測理論への応用

東工大・理 小 沢 正 直

従来の観測の理論では、von Neumann以来、離散的な物理量の理想的測定だけが主な研究対象となっている。しかし、現実には測定される位置や運動量等が連続スペクトルを持つ事や、離散的な物理量であっても理想的測定が許されない場合が存在するというWignerの指摘などを考慮すると、連続スペクトルを持つ物理量や非理想的測定を含むより広い範囲の測定の一般論を展開することが望まれる。

単純な固有値をもつ離散的物理量 $A = \sum \lambda_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ の理想的測定について、von Neumannによって次の事が示されている。

I. 測定値の分布の公式と反復測定可能性の要請から、物理量 A の測定に際しての系の状態の変化 $\rho \rightarrow \rho'$ は、 $\rho' = \sum |(\rho\psi_i, \psi_i)|^2 |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ によって、一義的に決定される。

II. 観測される系 (S) と測定装置を含む系 (M) との相互作用を考える事によって、Schrödingerの方程式と測定値の分布の公式から、系 S の状態の変化 $\rho \rightarrow \rho''$ を導くことができる。

III. Iで得られる変化 $\rho \rightarrow \rho'$ とIIで得られる変化 $\rho \rightarrow \rho''$ が両立する (i.e. $\rho' = \rho''$) ような S と M の相互作用が存在する。

ところで、Wignerによれば、IIで記述される観測過程に加法的な保存量が存在する場合には、保存量と可換でない物理量の測定に対してIIIは成立しない。また、物理量が連続スペクトルを持つ場合には、Iが成立しない。従って、これらの場合を含む測定の一般論では、反復測定可能性の要請とは独立に測定過程及び測定される系の状態の変化を扱う必要がある。観測の理論のこのような方向を考える上で指摘しておくべきことは、測定による状態の変化が測定され

る物理量によって一義的に決定されるのは、反復測定可能性の要請によるのであって、それを放棄した一般論では、個々の測定過程に依存して系の状態変化が決定されるということである。よって、非理想的測定をも含む測定的一般論では、先ず次の事が問題とされる。

1. 系 S と系 M の相互作用による測定過程の記述からどの様にして測定される系の状態変化が決定されるか。

2. 測定過程から得られる状態変化のうちで、どの様なものが現実的であると考えられるか。

問題 1 に関しては、von Neumann の議論 II を確率論的に再構成することによって、連続スペクトルを持つ場合も含めて任意の物理量に対して、系と装置の相互作用から状態の変化を与える式を導くことができる。測定される系 S の物理量を $A = \int \lambda dE_\lambda$, 測定直前の状態を ρ , 装置を含む系 M の直前の状態を σ , 合成系の時間発展を U で表わすと、測定値が λ を与える部分集団の測定直後の状態 ρ_λ は

$$\rho_\lambda = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} Tr^M [U(\rho(E_{\lambda+\epsilon} - E_\lambda) \otimes \sigma) U^*] / Tr[\rho(E_{\lambda+\epsilon} - E_\lambda)]$$

の様な式で与えられる。(但し、 Tr^M は合成系の Hilbert 空間上で、系 M の Hilbert 空間に関する部分跡である。) また、全集団の状態変化 $\rho \rightarrow \rho'$ は $\rho' = \int \rho_\lambda Tr[\rho dE_\lambda]$ で与えられる。

問題 2 に関しては、同じ測定過程による反復測定に関する誤差評価から判定することができる。例えば、1 回目の測定値と 2 回目の測定値の二乗平均偏差 (MSD) は、 ρ_λ を用いて、

$$MSD = \iint |\lambda - \mu|^2 Tr[\rho_\lambda dE_\mu] Tr[\rho dE_\lambda]$$

で与えられる。“ $MSD = 0$ ” という条件は反復測定可能性の要請と同等であり、物理量 A が連続スペクトルを持つ場合や、可換でない保存量が存在する場合には、 $MSD \neq 0$ であるが、任意に小さい MSD をもつ測定過程が存在することが示される。これらの事実は、量子力学に特有のものであるが、我々が採用した枠組は、情報理論の信号検定理論と密接な関連がある。

詳しくは、下記の論文を参照されたい。

M. Ozawa, “Measuring processes of continuous quantum observables,” J. Math. Phys. (to appear), and “Conditional probability and a posteriori states in quantum mechanics” (preprint).