

不均等長方形ラーメンの弾性座屈荷重略算法

森野 捷輔・川口 淳・鈴木 博子

APPROXIMATE METHOD OF ELASTIC BUCKLING LOAD ANALYSIS FOR IRREGULAR FRAMES

By Shosuke MORINO, Jun KAWAGUCHI and Hiroko SUZUKI

Synopsis

An approximate method is proposed to evaluate the elastic buckling strength of a multi-story, multi-bay rectangular frame with irregular arrangements of beam and column rigidities and column axial force distribution, combining two methods separately developed by Sakamoto and Wood for single-story, multi-bay frames and multi-story, single-bay frames, respectively. Sample calculations were made for a 14-story, 8-bay frame designed in the real practice, and 6-story, 2-bay frames in which one column was extremely slender or subjected to excessive axial force. It is shown that the proposed method gives very good estimates to the buckling strength although in the unsafe side, and that rather technical treatment is required in the process of calculation.

1. 序 論

鋼構造ラーメンの実施設計では、柱座屈長さの評価が必要であるが、柱座屈長さはラーメン全体の弾性座屈荷重から求めなければならず、かなりの計算を要する。一般的にはいくつかの仮定のもとで近似的に与えられる柱座屈長さを用いる。例えば、剛なブレースのあるラーメンなどは節点の水平移動は拘束され、柱座屈長さは階高より一般に短くなるから、この場合は安全側近似として柱座屈長さは階高とする。一方、節点の水平移動が拘束されていない場合は柱座屈長さは階高より長くなり、ラーメン全体の精確な座屈解析が必要となるが、座屈解析が行われることは希で、Alignment Chart と呼ばれる座屈長さ計算図表を用いることが多い。しかし、この計算図表は均等な長方形ラーメンについて用意されたものであるため、柱・はりの剛性や柱軸力の分布が不均等なラーメンに適用すると大きな誤差が生じる。本研究は、節点の水平移動のある不均等長方形ラーメンの弾性座屈荷重を近似的に求める方法の開発を目的としたもので、既往の2方法をもとにした座屈荷重略算法を提案し、精解と略算解とを比較検討して、略算法の妥当性を検証する。

2. 多層多スパンラーメンの座屈荷重計算法

2.1. 均等なラーメンの柱座屈長さ

実施設計において、水平変位の拘束されていないラーメンの柱座屈長さの算定に用いられる計算図表は、次のような仮定を満たす均等多層多スパンラーメンを対象として導かれている。すなわち、ラーメンが全

体として座屈する瞬間には、①すべての柱について負担軸力 P 、断面2次モーメント I_c 、ヤング係数 E 、長さ l_c で表されるパラメータ

$$Z = \sqrt{\frac{Pl_c^2}{EI_c}} \dots\dots\dots (1)$$

の値が等しく、すべての柱が同時に座屈すること、②はりの拘束モーメントはその上下の柱の剛度に応じて配分されること、③柱を拘束するはりの両端の節点回転角の大きさが等しく向きが同じであること、を仮定する¹⁾。以上を前提として、座屈によって変形した柱を座屈たわみ角法を用いて解析すると、次の座屈条件式が得られる²⁾。

$$\frac{G_a G_b \left(\frac{\pi}{\gamma} \right)^2 - 36}{6(G_a + G_b)} = \frac{\frac{\pi}{\gamma}}{\tan \frac{\pi}{\gamma}} \dots\dots\dots (2)$$

$$G = \frac{\sum \frac{I_c}{l_c}}{\sum \frac{I_g}{l_g}}$$

ここに、 γ は座屈長さ係数である。 G の添字 a, b は柱の両端の節点を示し、 I, l はそれぞれ部材の断面2次

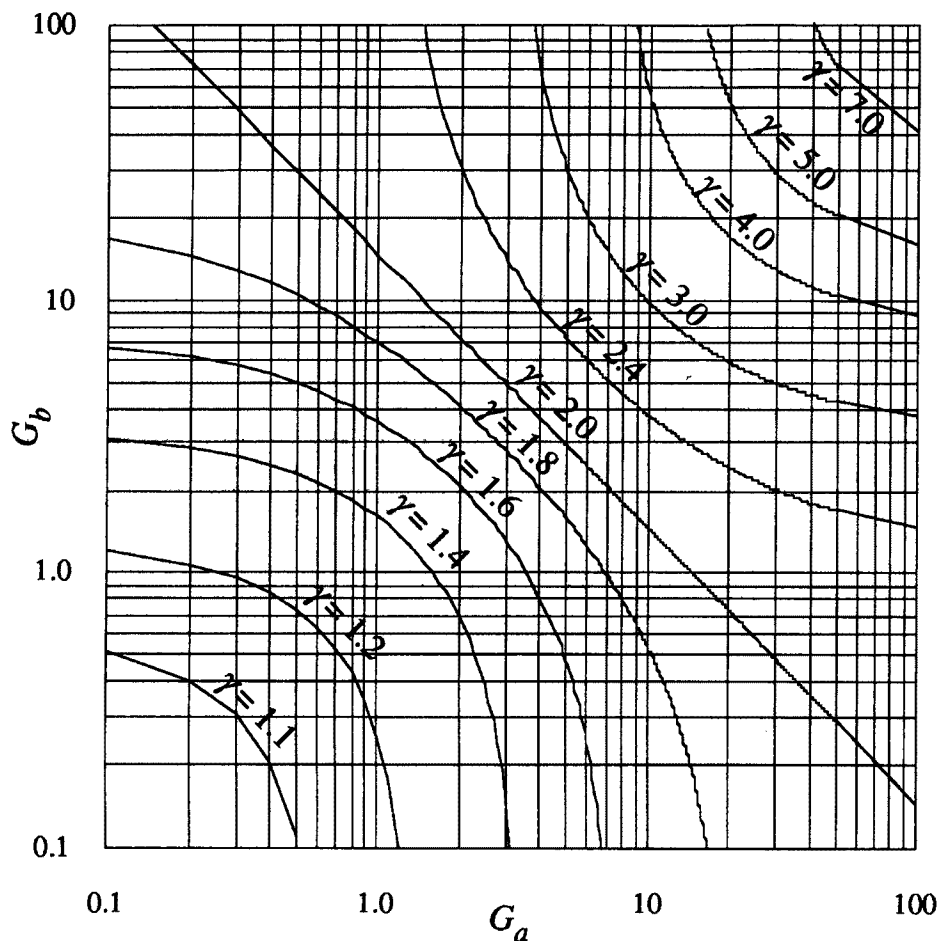


Fig. 1. Alignment chart.

モーメントと材長, 添字 c, g はそれぞれ柱, はりを表し, Σ は節点に集まる部材についての和を表している。通常, この条件式から求まる柱座屈長さ係数 γ は Fig. 1 に示す Alignment Chart と呼ばれる計算図表にして用いられる。座屈長さ係数 γ を用いると, 当該柱の座屈荷重は

$$P_{\alpha} = \frac{\pi^2 EI_c}{(\gamma l_c)^2} \dots \dots \dots (3)$$

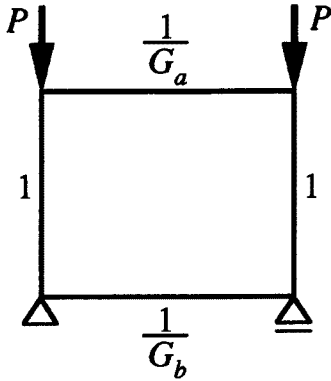


Fig. 2. Unit frame for Eq. (2).

となる。

この条件式は, Fig. 2 に示す柱の剛比が 1, はりの剛比が $1/G_a, 1/G_b$ の対称ロ型ラーメンの座屈解析からも容易に導くことができる。このことから, 逆に座屈条件式(2)式は Fig. 2 のロ型ラーメンをユニットとしてこれを連ねて形成したような多層多スパンラーメンの座屈条件式を表しているとも言え, 従って(2), (3)式を多層多スパンラーメンの個々の柱に適用して得られる座屈荷重が互いにほぼ等しくなるような場合にのみこの方法が適用できることを意味している。(2), (3)式が不均等なラーメンの柱座屈長さに用いられた場合の不都合さについては例えば文献 3), 4) の他これまでたびたび指摘され, 比較的小規模の長方形ラーメンについては, ラーメンの不均等性を考慮した柱座屈長さ修正法を示した研究⁵⁾もあるが, 実施設計に適用できるような一般性のある簡便法はまだない。ここでは, スパン方向に不均等なラーメンと, 層方向に不均等なラーメンに適用できる座屈荷重計算法を以下に示す。

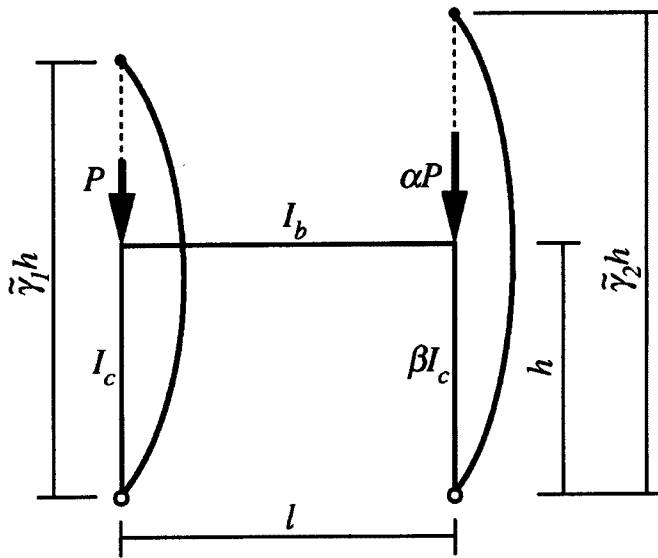


Fig. 3. Sakamoto's method.

2.2. 1層多スパンラーメンの座屈荷重計算法

坂本³⁾は Fig. 1 の Alignment Chart より得られる柱座屈長さを近似値として用いて, スパン方向に剛性分布ならびに柱軸力分布の不均等な 1 層ラーメンに対する柱座屈長さ修正算定法を示

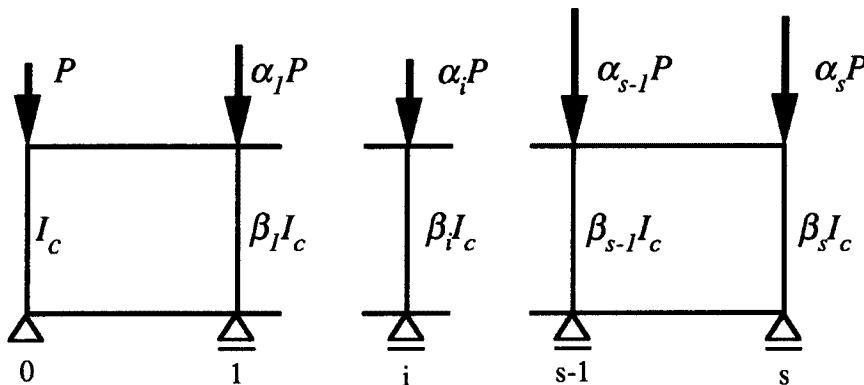


Fig. 4. Single-story multi-bay frame.

した。Fig. 3 の骨組例で坂本の方法を示す。まず、柱軸力比 α 、柱剛度比 β 、Alignment Chart より得られる左右の柱座屈長さ係数を第 1 近似値としそれぞれ $\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2$ とする。そして、座屈時における柱のたわみ曲線を $\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2$ を用いて近似表現し、層モーメントの釣合式を用いると、座屈荷重 P_σ は

$$P_\sigma = \frac{\frac{1}{\tilde{\gamma}_1^2} + \frac{\beta}{\tilde{\gamma}_2^2}}{1 + \alpha} \cdot \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \dots\dots\dots (4)$$

となり、座屈長さ係数の定義より、修正座屈長さ係数 γ_1, γ_2 は、

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{1 + \alpha}{1 + \beta \left(\frac{\tilde{\gamma}_1}{\tilde{\gamma}_2} \right)^2}} \tilde{\gamma}_1 \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \gamma_1 \dots\dots\dots (5)$$

となる。この修正式を Fig. 4 に示す 1 層 s スパンラーメンに対しても敷衍すると、座屈長さおよび座屈荷重の修正算定式として下式が導かれる。

$$P_\sigma = \frac{\frac{1}{\tilde{\gamma}_0^2} + \frac{\beta_1}{\tilde{\gamma}_1^2} + \dots + \frac{\beta_s}{\tilde{\gamma}_s^2}}{1 + \alpha_1 + \dots + \alpha_s} \cdot \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \dots\dots\dots (6)$$

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{1 + \alpha_1 + \dots + \alpha_s}{1 + \beta_1 \left(\frac{\tilde{\gamma}_0}{\tilde{\gamma}_1} \right)^2 + \dots + \beta_s \left(\frac{\tilde{\gamma}_0}{\tilde{\gamma}_s} \right)^2}} \tilde{\gamma}_0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{\beta_i}{\alpha_i}} \gamma_0 \quad (i=1, 2, \dots, s)$$

2.3. 1 スパン多層ラーメンの座屈荷重計算法

Wood⁶⁾ の提案したスパン方向に均等な多層ラーメンの座屈荷重の算定方法は、剛性分配法をもとにした算定法で、スパン方向に均等な多層ラーメンを、一本の多層柱が各節点ではりによって回転拘束されている構造に置換して座屈荷重を求める。この方法では、Stability Function を用いて柱の剛度を軸力の大きさに応じて低下させ、骨組が座屈する瞬間には、ある任意の節点において、この節点の上下の柱の修正剛度の和 $\Sigma K''$ とこの節点で柱の回転を拘束するはりの剛度の総和 ΣK_b が、座屈条件式

$$\Sigma K'' + \Sigma K_b = 0 \dots\dots\dots (8)$$

を満足するという性質を利用している。

例えば、Fig. 5 のような骨組で、骨組の座屈荷重を求めるには、節点 B において(8)式が成立するような

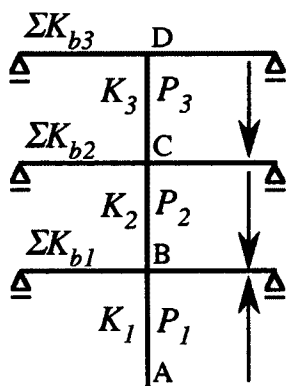


Fig. 5. Wood's method.

荷重を求めればよい。まず、あらかじめ設定された座屈荷重の試行値に対して、最上層の柱 CD の修正剛度 K_3'' を D 節点に接続するはりの剛度和 ΣK_{b3} を加味して求める。次に、C 節点に接続する部材の柱 BC に対する拘束度を K_3'' と C 節点に接続するはりの剛度和を用いて評価し、柱 BC の修正剛度 K_2'' を求める。すなわち節点 C に接続しているはりの修正はり剛度を $\Sigma K_{b2}' = \Sigma K_{b2} + K_3''$ とし、この $\Sigma K_{b2}'$ を考慮にいたった柱 BC の修正剛度 K_2'' を求める。一方、B 節点より下層部でも同様に、柱 AB の修正剛度 K_1'' を求め、B 節点で(8)式が成立するかどうかをチェックする。(8)式の左辺が負値をとる場合は荷重試行値が座屈荷重をすでに超えているので、荷重試行値を低くして、繰り返し計算を行う。今、柱 BC の座屈荷重を求めるために、節点 B において座屈条件式を成立させたが、節点 C において(8)式を満足させるよう計算を行っても結果は同じで、Wood の方法は Fig. 5 のような骨組の座屈荷重

の精算値を与える。

柱修正剛度の式を後で用いる 1 スパン対称ラーメン (Fig. 6(b)) の柱について導くと、次のようになる。

$$K'' = \frac{KZ}{6 \tan Z} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\cos Z} \right)^2 \cdot \left(\frac{\frac{KZ}{6 \tan Z}}{\frac{KZ}{6 \tan Z} + \Sigma K_b} \right) \right\} \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 K は当該柱の剛度 (断面 2 次モーメント/長さ)、 K_b ははり剛度で、 Z は(1)式で与えられる。

3. 多層 1 スパンラーメンによる座屈荷重の近似

3.1. 坂本と Wood の方法の組み合わせ

前章で紹介した坂本の方法および Wood の方法は、それぞれ 1 層ラーメンおよび 1 スパンラーメンにし適用できないので、ここでは、これら 2 方法を組み合わせて多層多スパンラーメンの座屈荷重を計算する方法 (以下 SWC 法と略称) を考える。この座屈荷重計算法は、層ごとの坂本の方法による修正座屈荷重が原骨組のそれと等しい左右対称な多層 1 スパンラーメンを作り、この仮想ラーメンについて Wood の方法を適用して、骨組の座屈荷重を求めようとするもので、対象とするラーメンは柱、はりの剛度と柱軸力比が与えられているものとする。計算手順は、次の通りである。

- ① Fig. 6(a) に示すような原骨組から基準となる柱として Alignment Chart による座屈荷重が最も低い柱 (この例では左側柱) を選ぶ。
- ② 原骨組のそれぞれの層において、各層の座屈荷重および基準柱の修正座屈長さを坂本の方法により、(6)、(7) 式を用いて求める。
- ③ Fig. 6(b) に示すような仮想的な多層 1 スパン対称ラーメンを作る。はりの剛度は最下層から順次決定するが、このとき 1 スパン対称ラーメンの Alignment Chart による各層の柱座屈長さが、坂本の方法による原骨組基準柱の修正座屈長さに等しくなるようにはり剛度を決定する。すなわち、まず仮想 1 スパンラーメンの最下層の柱座屈長さが、②で決定された基準柱座屈長さに等しくなるように、(2)式を用いて 2 階のはり

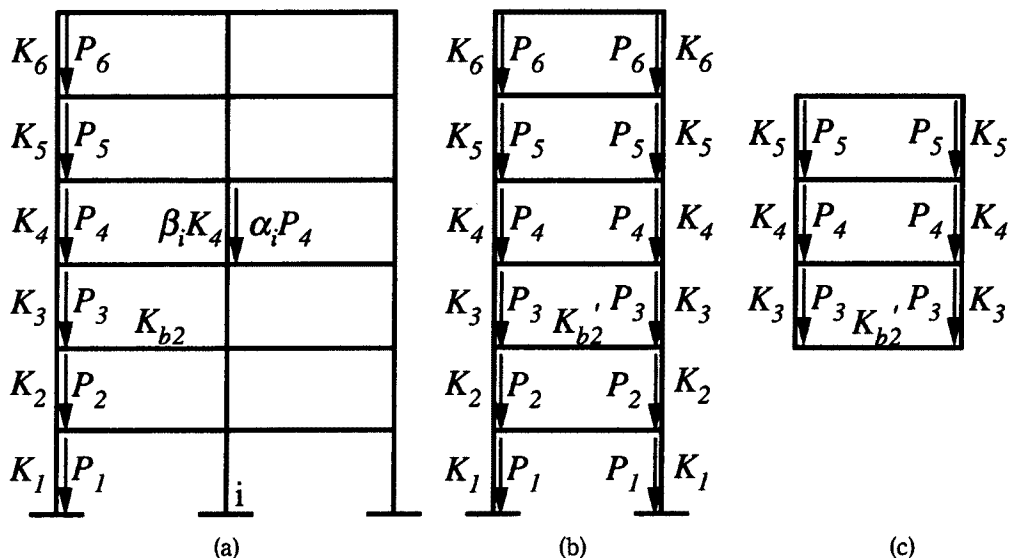


Fig. 6. Method to generate virtual frame.
 (a) Prototype frame
 (b) Virtual frame: symmetrical multi-story single-bay frame
 (c) Virtual frame: 3-story partial frame

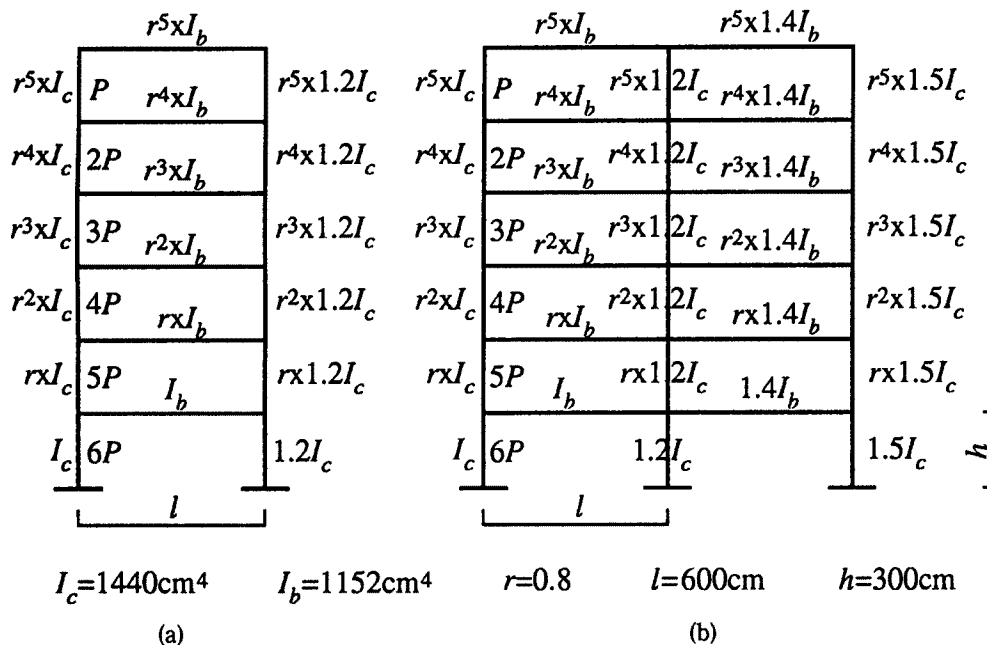


Fig. 7. Sample frames for buckling strength calculation.

(a) 6-story 1-bay frame

(b) 6-story 2-bay frame

剛度を決定する。次に求めた2階のはり剛度を用いて第2層の柱座屈長さが、原骨組2層について②で決定された座屈長さに等しくなるよう、3階のはり剛度を決定する。同様な計算を繰り返して、最上層まですべてのはり剛度を決定する。このようにして決定された1スパン対称ラーメンと原骨組とは各層での坂本の方法による座屈荷重が等しくなっている。

④上で求めた仮想的な多層1スパン対称ラーメンについて、Woodの方法で座屈荷重を求める。Woodの方法では、先に述べたように多層1スパンラーメンの精解が求まる。

この方法のポイントはWoodの方法が適用できるように原骨組を1スパン対称ラーメンに圧縮するところにあり、この1スパン対称ラーメンの少なくとも層ごとに分離して計算される座屈荷重が原骨組のそれと等しくなるよう坂本の方法を適用している。

3.2. 計算例

(a) 比較的均等に設計されたラーメン

計算例として、比較的均等な6層1スパン(例題1)、6層2スパンラーメン(例題2)と実施設計された14層8スパンラーメン(例題3)を用いる。Fig. 7に示した6層1スパン、6層2スパンラーメンは、すべての節点に鉛直荷重 P が作用し、すべての柱で柱軸力は最上層から P , $2P$, ..., $6P$ となっている。また、柱およびはりの断面2次モーメントは公比0.8の等比級数で上層にいくにしたがって減少する。6層1スパンラーメンでは、右柱の剛度は左柱の1.2倍となっている。また、6層2スパンラーメンでは、中柱および右柱の剛度は左柱に対してそれぞれ1.2, 1.5倍で、はりの剛度は右側が左側に対して、1.4倍となっている。層高 h およびス

Fig. 8. Rigidities of left exterior column and adjacent beams.

パン長 l は同一である。計算例では $I_c=1440$ (cm⁴), $I_b=1152$ (cm⁴), $l=600$ (cm), $h=300$ (cm) とし, またヤング係数は $E=205.8$ (kN/mm²) とした。また計算例では左側柱を基準柱として座屈荷重を求める。Fig. 8 は 6 層 1 スパン, 6 層 2 スパンラーメンの左側柱とこれに接続するはりの剛度である。Table 1 にまず, 坂

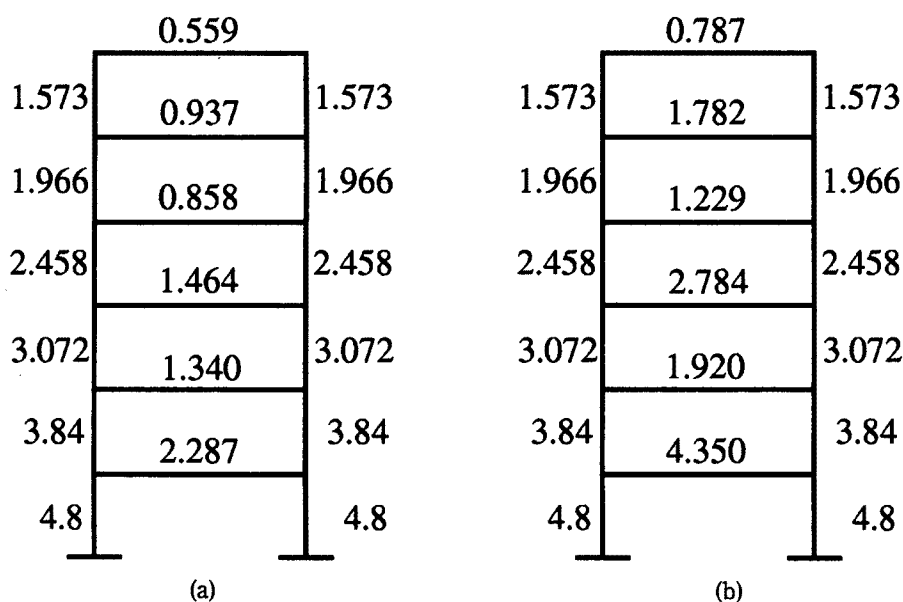


Fig. 9. Virtual frames for SWC method.

(a) Virtual frame for 6-story 1-bay prototype frame

(b) Virtual frame for 6-story 2-bay prototype frame

Table 1. Buckling strengths by SWC method: Examples 1, 2 and 3 (kN)

Sample frame	Buckling strength of each story by Sakamoto's method						SWC method	Exact analysis
	1st story	2nd	3rd	4th	5th	6th		
Example 1	264.8	116.0	116.0	123.8	148.5	300.1	136.7 (1.013)	134.9
Example 2	331.7	168.3	168.3	179.5	215.4	422.6	189.5 (0.990)	191.5
Example 3	21979	18595	18505	20058	20993	20691	19401 (1.007)	19267

Table 2. Buckling strengths by SWC method: Examples 4 and 5 (kN)

Sample frame and unbalanced column		SWC method	Exact analysis
①	Left col.	183.4 (0.967)	189.6
②	Middle col.	182.0 (0.988)	184.3
③	Right col.	190.5 (1.008)	188.9
④	Left col.	159.0 (0.962)	165.2
⑤	Middle col.	166.3 (1.008)	165.0
⑥	Right col.	167.2 (1.011)	165.3

本の方法によって求めた各層の座屈荷重算定値を示す。次に、Fig. 8 の原骨組の左側柱を基準柱とした6層1スパン対称ラーメンを作り、各層での座屈荷重が先に求めた Table 1 の坂本の方法による算定値に等しくなるように、仮想的なはり剛度を決定すると、Fig. 9 の対称ラーメンが得られる。このラーメンについて Wood の方法を適用して得られた座屈荷重算定値、すなわち SWC 法による算定値と、座屈たわみ角法を用いた数値解析による精算値とを Table 1 に示す。() 内は SWC 法による値の精算値に対する比である。なお、座屈たわみ角法による数値解析では、不均等性によって生ずる鉛直荷重載荷時の水平変位や、各部材の曲げモーメントの影響は無視している。Table 1 に実施設計された14層8スパンラーメンについてもこの方法を適用した結果が併せて示されている。Fig. 10 にこのラーメンの最上層左柱を基準とした各部材の剛比および各柱の軸力比を示す。なお、7層以上における坂本の方法による座屈荷重算定値はいずれも6層までの最大値より大きいので省略した。これらの計算例から SWC 法が大変よい精度を示していることが分かる(最大誤差1.3%)。

	0.84	0.78	0.84	0.84	0.84	0.84	0.78	0.84	
1.0	1.28	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	1.28	1.0	398
	0.84	0.78	0.84	0.84	0.84	0.84	0.78	0.84	
1.0	1.28	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	1.28	1.0	〃
	0.84	0.78	0.84	0.84	0.84	0.84	0.78	0.84	
1.0	1.28	1.34	1.34	1.34	1.34	1.34	1.28	1.0	〃
	0.97	0.90	0.97	0.97	0.97	0.97	0.90	0.97	
1.11	1.42	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.42	1.11	〃
	0.97	0.90	0.97	0.97	0.97	0.97	0.90	0.97	
1.11	1.42	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.42	1.11	〃
	0.97	0.90	0.97	0.97	0.97	0.97	0.90	0.97	
1.11	1.42	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.42	1.11	〃
	0.97	0.90	0.97	0.97	0.97	0.97	0.90	0.97	
1.21	1.69	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.69	1.21	〃
	1.12	1.04	1.12	1.12	1.12	1.12	1.04	1.12	
1.21	1.69	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.69	1.21	〃
	1.12	1.04	1.12	1.12	1.12	1.12	1.04	1.12	
1.21	1.69	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.69	1.21	〃
	1.12	1.04	1.12	1.12	1.12	1.12	1.04	1.12	
1.31	1.82	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.82	1.31	〃
	1.33	1.23	1.33	1.33	1.33	1.33	1.23	1.33	
1.31	1.82	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.82	1.31	〃
	1.33	1.23	1.33	1.33	1.33	1.33	1.23	1.33	
1.31	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.31	〃
	1.33	1.23	1.33	1.33	1.33	1.33	1.23	1.33	
2.06	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.31	398
	1.83	1.70	1.83	1.83	1.83	1.83	1.70	1.83	
1.66	1.75	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.75	1.46	498
	640	690	640	640	640	640	690	640	

(a)

Fig. 10. 14-story 8-bay sample frame.

(a) Stiffness ratio

(b) 柱の剛度や軸力が極端に変化するラーメン

次の例題は、柱の剛度や軸力が極端に変化するラーメンで、前項計算例で用いた6層2スパンラーメン (Fig. 7(b)) に対して、4層の左、中、右柱のどれか1本の剛度が半分に減少したラーメン (例題4) と、軸力が4層以下で2Pだけ増加したラーメン (例題5) である。Fig. 11 にはそれぞれ左柱の条件を変化させたラーメンを示した。計算結果を Table 2 に示す。この場合も SWC 法の精度は非常によい (最大誤差 -3.8%)。

4. 略 算 法

4.1. 3層部分骨組による座屈荷重の略算

前節までに述べた SWC 法、すなわち Fig. 6(a) の原骨組に対して坂本の方法を適用しながら Fig. 6(b) に示す1スパン対称ラーメンを作り、これに Wood の方法を適用して座屈荷重を求める方法は、多層多スパンラーメンに適用すると相当計算量が多くなる。そこで、Fig. 6(c) に示すようにある層を基準層とし、その上下層とあわせた3層部分骨組で Wood の方法を適用し、座屈荷重を決定するという言わばローカル

1.0	1.50	1.36	1.38	1.41	1.37	1.35	1.49	0.97
1.51	2.19	2.05	2.09	2.13	2.07	2.05	2.19	1.49
2.02	2.89	2.71	2.79	2.85	2.77	2.70	2.90	2.00
2.53	3.60	3.45	3.51	3.58	3.48	3.44	3.61	2.49
3.04	4.31	4.15	4.23	4.31	4.19	4.14	4.32	3.01
3.54	5.02	4.85	4.95	5.04	4.89	4.84	5.04	3.51
4.04	5.74	5.55	5.67	5.78	5.61	5.54	5.76	4.01
4.56	6.47	6.25	6.40	6.52	6.33	6.24	6.46	4.52
5.07	7.21	6.95	7.12	7.27	7.05	6.95	7.24	5.02
5.57	7.96	7.65	7.84	8.01	7.76	7.64	7.99	5.52
6.09	8.70	8.35	8.57	8.76	8.48	8.34	8.74	6.03
6.61	9.45	9.04	9.29	9.51	9.19	9.04	9.50	6.54
7.18	10.26	9.76	10.04	10.29	9.92	9.76	10.28	7.04
7.46	11.02	10.50	10.81	11.11	10.68	10.51	11.08	7.55

(b)

Fig. 10. (continued)

(b) Axial force ratio

な略算法が成立するかどうかを調べるために、前出の例題1～3について最上層と最下層を除いたすべての層を基準層とした3層部分骨組について、Woodの方法で座屈荷重を求めたものが、Table 3である。これらの値のうち最小値を原骨組の座屈荷重の略算値とみなすことにすると、Table 3より、略算値が精算値とよく一致すること（（ ）内は精算値に対する比で、これらの例題では誤差の最大値は+3.3%）、また、最小値はいずれの例題でも第3層を基準層として作成した3層部分骨組の座屈荷重となっており、この基準層が、Table 1で示した坂本の方法による座屈荷重が最小となる層（3層）と一致していることなどがわかる。なお、例題3については7層以上を基準層として計算した座屈荷重の値がTable 3中の値よりも大きくなるので省略した。また、略算法による値（表中の Approx. method）については後述する。

4.2. 基準柱および基準層の選定法

さて、これまでのところ1スパン仮想ラーメンを作るときに基準とする柱は、直観的に最も座屈しやすい柱を（すなわち(2)式あるいは Alignment Chart から得られる座屈荷重が最も小さくなる柱を含むように）選んできた。本節では略算の過程に必要な3層1スパン部分骨組を作成する際の基準柱および基準層の選び方について、下記のようなルールを設け、これに従って作成した3層1スパン部分骨組の座屈荷重が、Table 3の例で示したような各層を順次基準層とした3層部分骨組すべてについて求めた座屈荷重の最小

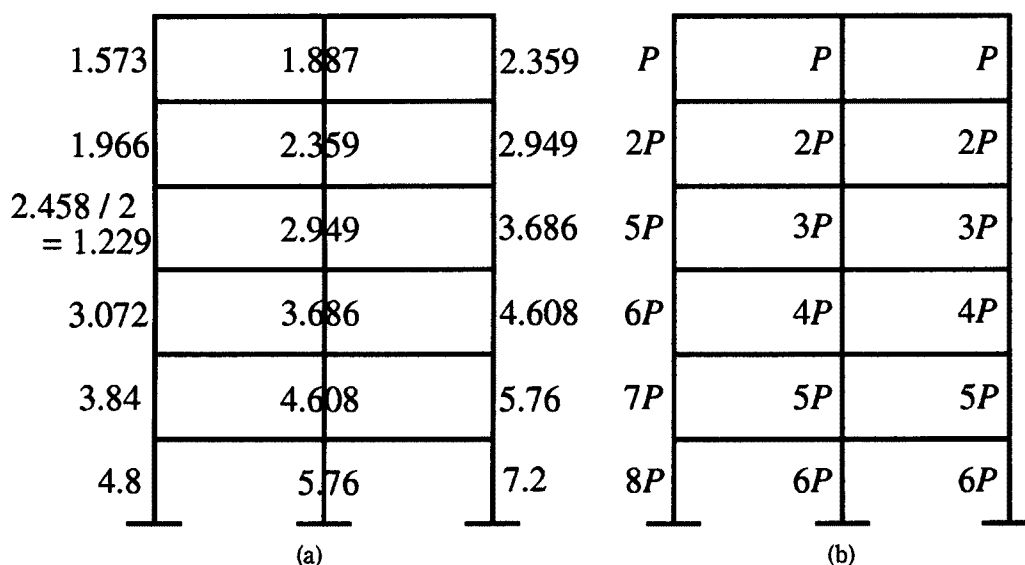


Fig. 11. Sample frames with unbalanced distribution of column rigidity or axial force.

- (a) Sample frame with unbalanced column rigidity
(b) Sample frame with unbalanced column axial force

Table 3. Buckling strengths of 3-story partial frames: Examples 1, 2 and 3 (kN)

Sample frame	Reference story						Approx. method	Exact analysis
	1st story	2nd	3rd	4th	5th	6th		
Example 1	-	149.3	139.3 (1.033)	149.1	171.5	-	139.8 (1.037)	134.9
Example 2	-	200.2	193.6 (1.011)	209.5	232.0	-	193.7 (1.012)	191.5
Example 3	-	19703	19617 (1.018)	22001	22257	23551	20384 (1.058)	19267

値に一致するかどうかを、前出の計算例題 4, 5 (Fig. 11) を用いて検討する。

(i) 基準柱としては、すべての柱のうち(2), (3)式あるいは Alignment Chart から求まる単一柱としての座屈荷重が最も小さくなる柱を含むように選ぶ。

(ii) 多層 1 スパン仮想骨組から 3 層 1 スパン部分骨組を作る際の基準層としては、原骨組の各層について坂本の方法による(6)式で計算される層の座屈荷重が最小となる層を選ぶ。

Table 4, 5 は 3.2.(b)項で計算例題 4, 5 として用いた 4 層の柱の剛度あるいは軸力比が極端に乱れる 6 層 2 スパンラーメンについて、上のルールの妥当性を検討した結果である。表中最左欄は剛度ならびに軸力比が乱れる柱、(I) は最上段に示す柱を基準柱とし、3.1.節の計算手順①から③に従って作成した多層 1 スパン仮想ラーメンの、2～5 層の各層を順次基準層として作った 3 層 1 スパン部分骨組 4 個について Wood の方法を適用して求めた座屈荷重のうちの最小値で、座屈たわみ角法を用いた数値解析による精算値 (IV) に対する比 (カッコ内の数値) と併せて示してある。なお、(I) に示す最小値はすべての場合で 3 層を基準層として作成した部分骨組で生じている。(V), (VI) は(2), (3)式による単一柱としての座屈荷重が最小となる柱および坂本の方法による(6)式で計算した原骨組の各層の座屈荷重のうち最小値をとる層を示したもので、これをもとにして上記のルール (i), (ii) に従って作成した 3 層 1 スパン部分骨組の座屈荷重を Wood の方法で計算した結果が (II) である。(I) の値は 1 個の骨組例題に対して基準柱のとり方を左, 中, 右柱と変えて計算しているから、3 個の値のうち○印を付した値が最小の値を与えることになる。この点を踏まえて上記のルール (i), (ii) の妥当性を検討すると、まず基準柱の選び方については (I) の座屈荷重値が骨組②, ⑤では中柱, ⑥では左柱を基準柱としたとき最小値を与えるのに対して (V) に示したルール (i) によって選んだ柱がそれぞれ左柱および右柱となっていて一致していない。また、基準層も先に示したようにすべての場合 3 層を基準層として作成した 3 層部分骨組が座屈荷重最小値を与えるのに

Table 4. Buckling strengths of 3-story partial frames: Example 4, unbalanced rigidity (kN)

Sample frame and unbalanced column	(I)			(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
	Left col.	Middle col.	Right col.					
① Left col.	184.4 (0.973)	197.1 (1.039)	200.2 (1.056)	200.1 (1.055)	204.1 (1.077)	189.6	4th story, Left col.	4th story
② Middle col.	187.2 (1.016)	186.3 (1.011)	194.6 (1.056)	190.0 (1.031)	187.8 (1.019)	184.2	3rd story, Left col.	4th story
③ Right col.	191.6 (1.014)	195.8 (1.036)	189.6 (1.004)	203.1 (1.075)	207.2 (1.097)	188.9	4th story, Right col.	4th story

Table 5. Buckling strengths of 3-story partial frames: Example 5, unbalanced axial force (kN)

Sample frame and unbalanced column	(I)			(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
	Left col.	Middle col.	Right col.					
④ Left col.	160.3 (0.970)	172.4 (1.043)	173.9 (1.053)	160.3 (0.970)	153.0 (0.926)	165.2	4th story, Left col.	3rd story
⑤ Middle col.	169.1 (1.025)	165.4 (1.003)	173.9 (1.054)	169.1 (1.025)	168.7 (1.022)	164.9	3rd story, Left col.	3rd story
⑥ Right col.	169.1 (1.023)	172.4 (1.043)	169.4 (1.025)	169.4 (1.025)	168.3 (1.018)	165.3	4th story, Right col.	3rd story

対して、ルール (ii) によって求まる層が骨組①～③では (VI) に示すように 4 層となっている点で一致しない。このように上記のルール (i), (ii) に従って作成した 3 層部分骨組の座屈荷重は必ずしも最小とならないが、しかしこのルールに則って求めた座屈荷重略算値の最大誤差はこの例題では 7.5% である。なお (III) については後述する。

4.3. 略算法の提案

前節のルールによる座屈荷重算定法は原骨組から原骨組と同じ層数の 1 スパン対称ラーメンを経て 3 層部分骨組を作成するので、場合によっては最初のステップの 1 スパン対称ラーメンの作成に相当の労力を要する。ここではこのステップをとばして、直接 3 層 1 スパン部分骨組を作成する方法を示して、この方法の精度を検討し最終的な略算法の提案とする。この方法の手順は①前節のルール (i), (ii) に従って基準柱・基準層をあらかじめ選定する。②原骨組の基準層とその上下層の 3 層分の柱の剛度および軸力比を変えずに Fig. 6(c) に示す 3 層 1 スパン対称部分骨組を作る。このとき 3 層部分骨組の 1 番下のはりの剛度 (Fig. 6(c) では K_{b2}) は原骨組の基準柱に連なるはり剛度 (Fig. 6(a) の K_{b2}) をとってよい。他のはり剛度は、3 層部分骨組の各層の柱について (2), (3) 式から求まる柱座屈荷重が (6) 式で計算された原骨組の該当する層の座屈荷重に等しくなるように決定する。③上で作成した 3 層 1 スパン対称部分骨組の座屈荷重を Wood の方法で求め、これを原骨組の座屈荷重の略算値とする。

以上による略算法を例題に適用した結果が Table 3 の略算法の値および Table 4, 5 の (III) である。最大誤差は③の骨組の +9.7% で精度は前節までの方法よりやや悪くなる。しかし、実施設計された比較的均等なラーメンでは誤差は +5.8% である。

4.4. 適用範囲

これまでのところ限られた計算例題でしか略算法の精度が検討されていないので、はっきりした適用範囲は設定できないが、まず、検討した例題の範囲では、各柱について求めた (1) 式の Z の値のうち、最大値の最小値に対する比が約 3 に納まっている。また本略算法は①最下層あるいは最上層が基準層とならないこと、②材端あるいは材中間にヒンジがないこと、③吹き抜けがないこと、を前提としている。①については隣接する 2 層を加えて 3 層部分骨組を作ればよいと思われ、②については、少なくとも材端にヒンジがある部材が含まれていても、略算法が理論上は適用できると思われるが、検証されていないので、適用範囲から除いておく。なお、SWC 法も含めてここで示した方法による座屈荷重の値は、精算値に対して安全側に出たり危険側に出たりして一定の傾向がないので、実際の適用については配慮を要する問題である。

5. 結 論

1. 坂本の方法と Wood の方法を組み合わせた座屈荷重計算法 (SWC 法) は非常に良い精度を持ち、ここで計算した例題の範囲では最大誤差 -3.8%, 実施設計された 14 層 8 スパンラーメンではわずかに 0.7% である。
2. 基準柱と基準層の選定方法に一定のルールを設けて、原骨組から 3 層 1 スパン対称部分骨組を直接作成し、これに Wood の方法を適用する座屈荷重略算法は、現実にはあり得ない程柱剛度や柱軸力比がアンバランスな骨組例題の場合、最大誤差 +9.7% を生じるが、実施設計骨組を含む比較的均等な骨組では誤差は +5.8% にとどまっている。
3. SWC 法を含めて、ここで示した方法は危険側誤差を生じるので実施設計への適用については配慮を要する。
4. ヒンジのある部材や吹き抜けを含む骨組にこの略算法が適用できるかどうかは今後の検討課題である。

参 考 文 献

- 1) Structural Stability Research Council: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Edition, edited by Bruce G. Johnston, John Wiley & Sons, 1976, pp. 418-423.
- 2) W. McGuire: Steel Structures, Prentice Hall, 1968, pp. 465-474.
- 3) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，丸善，1980，pp. 224-228.
- 4) F. Cheong-Siat-Moy: Frame Design without Using Effective Column Length, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 104, No. ST1, 1978. 1, pp. 23-33.
- 5) K. H. Chu and H. L. Chow: Effective Column Length in Unsymmetrical Frames, Publications of International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 29-1, 1969, pp. 1-15.
- 6) R. H. Wood: Effective Lengths of Columns in Multi-storey Buildings, The Structural Engineer, Vol. 52, 1974. 7, pp. 235-244.