

数学教育における認知的道具を用いた 「知」の伸長に関する考察

神戸大学大学院・人間発達環境学研究科 山名 一就 (Kazunari Yamana)
Graduate School of Human Development and Environment,
Kobe University

1 「知」の伸長

数学教育における認知科学的能力の伸長とは、課題に対する問題解決能力の伸長つまり「知」の伸長である。これらは「客観知」、「主観知」、「受動知」、「能動知」などから構成されたものである ([1])。具体的には、知識・情報保有量の増大、理解の拡大、応用能力の拡大などがこれに含まれる。そして、これらの発達 は自然になされるものではない。以下の図 1 で「知」の継続的な伸長について示す。

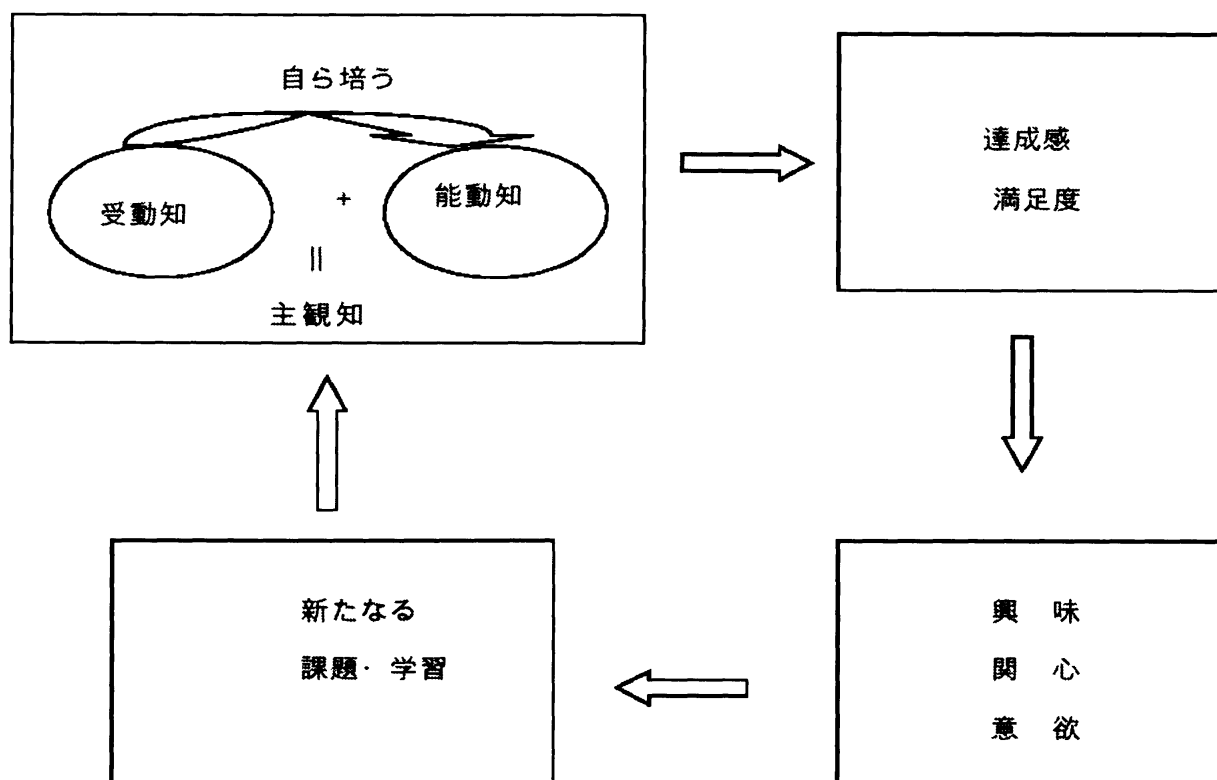


図 1：知の継続的な伸長

2 問題遂行課程

道具を使用しない場合と、道具を使用する場合における問題遂行過程は以下のように形式化して書ける（図2，3）。

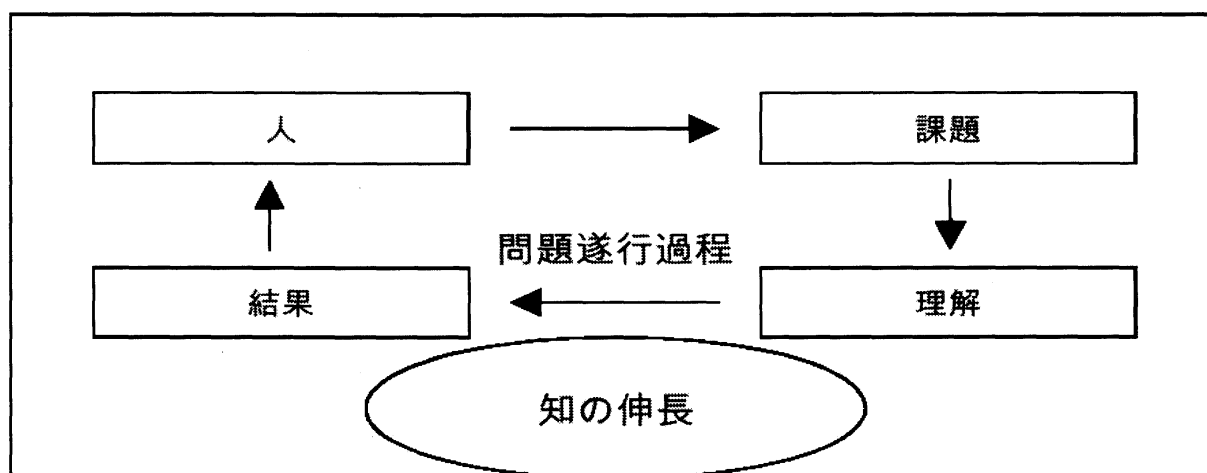


図2：認知的道具を使用しない場合

まず，認知的道具を使用しない場合の問題遂行過程は，人は課題に取り組み，理解・解釈し，その結果を得る。この過程において人の知の伸長は図られる。

次に，認知的道具を使用した場合の問題遂行過程は，人は課題に取り組む時に道具を使用する。そのため道具の操作方法等がまず新しい課題となる。それをクリアして道具を使用すれば，結果はすぐに得られる。ここでは多くの場合課題に対する十分な理解には至っていない。課題に対する十分な理解を得るためには，結果から見えてくる新しい課題（課題に対するアプローチ）を理解・納得することが必要であり，これが理解・納得出来れば知の伸長が図られる。

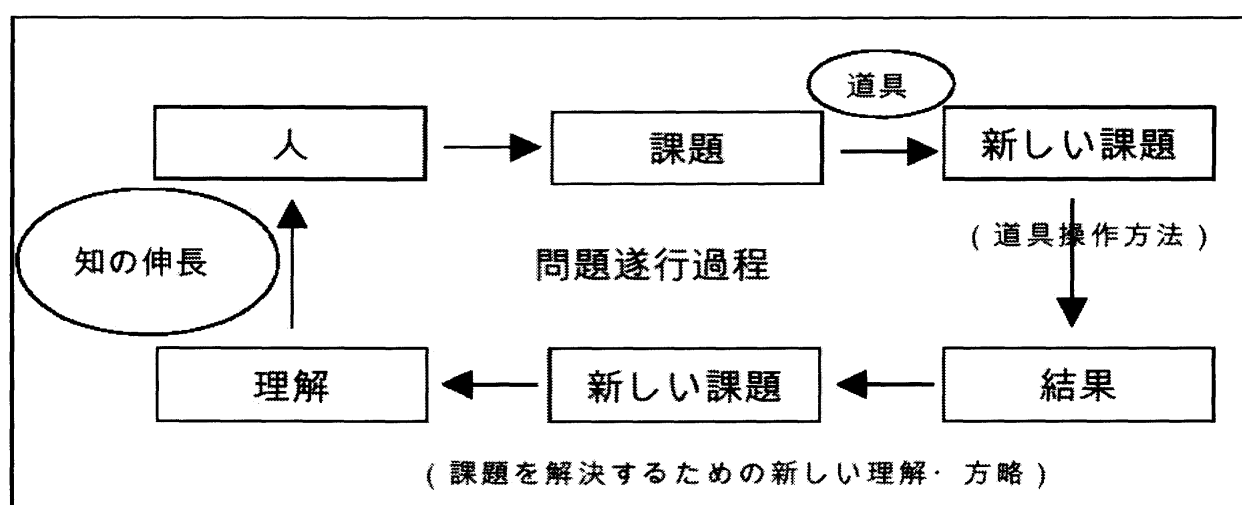


図3：認知的道具を使用する場合

道具を使用する問題遂行過程において、まず注目すべき点は、認知的道具を使用する場合に出てくる新しい課題である。この新しい課題は2通りあり、「道具操作方法等の新しい課題」と、「課題を解決するための新しい理解・方略」である。

1つ目の道具操作方法等の新しい課題とは、認知的道具を使用者の意志・意向に沿ってうまく活用するための道具操作・方法の学習である。2つ目の課題を解決するための新しい理解・方略とは、認知的道具を使用して得た結果をふまえ、その結果が意味する内容や結果にいたるまでの過程を理解することである。これが無ければ、知の伸長がなされたとはいえない。

次に注目すべき点は、図2と図3で「理解」と「結果」の順序が入れ替わることである。

3 表現システム

表現システムは(1)「解釈者」、(2)「表現された世界」、(3)「表現する世界」の3つの本質的な要素から成り立っている ([2])。

(1) 「解釈者」

表現システムを解釈・理解しようとしている者のことであり、そのときに必要となる操作や手順なども含めて考える。

(2) 「表現された世界」表現対象であり、解釈者からすれば表現したいもの・形となる(表現の手本となるもの)。

(3) 「表現する世界」

「表現された世界」をなにか他のもの・方法・形で表現しようとしたときの表現の世界におけるシンボルの集合であり、解釈者の手元に届く情報構造。

以下では、表現システムとして、問題解決過程を考察することにより、認知的道具の位置づけを行う。

問1の解答を Mathematica のシートで2通り表現すると、図4, 5のように表せる。

[問1] 曲線 $y = (x - 1)^2 + 2$ を軸方向に2, 軸方向に3平行移動した関数を求めよ。

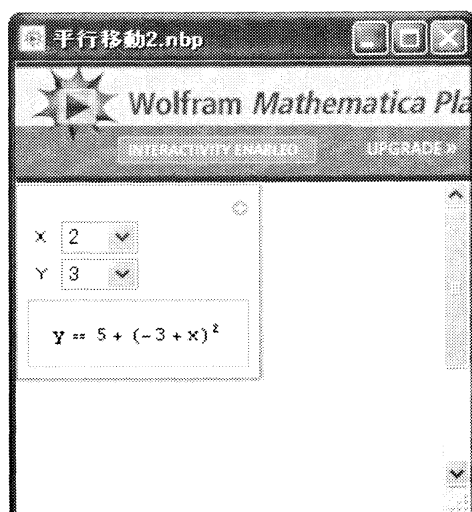


図4：平行移動 1

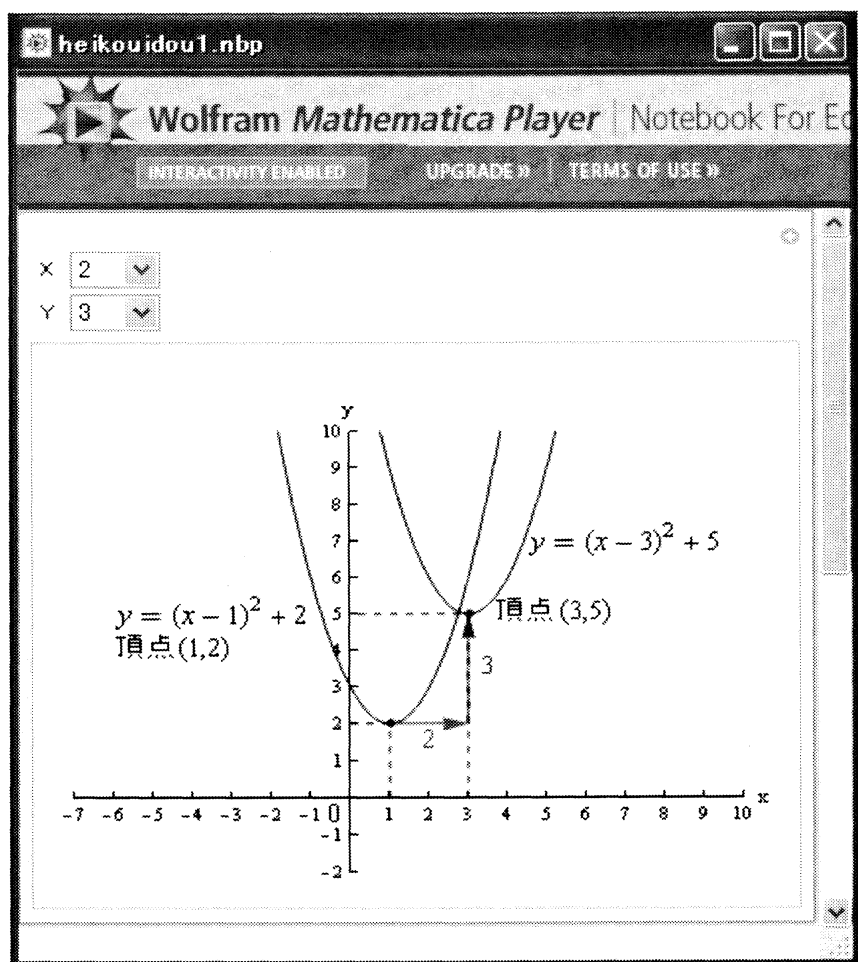


図5：平行移動 2

問1の解答を Mathematica のシートで表現した場合、表現システムは以下のようになる。

〈表現システム〉

- (1)「解釈者」…問題を解こうとする人間。
- (2)「表現された世界」…平行移動した関数とその概念。
- (3)「表現する世界」…MathematicaPlayerでの表現とその背景にある情報構造。

教師から見れば、図4,5の「表現された世界」と「表現する世界」は、共に近いと見ることができる。しかし、図5はグラフや平行移動の様子や注目すべき点（頂点）が表現されているのに対し、図4では、その結果しか表現されていない。平行移動の概念を知らない生徒にとって、図4は「表現された世界」と「表現する世界」が近いとは言いがたく、「表現された世界」を正しく理解することは難しい。そのため、平行移動した際に、なぜ $y = (x - 3)^2 + 5$ という結果がでるのかという新課題の解決には至らない。このように、学習者における「表現された世界」と「表現する世界」の隔たり（近いか遠いか）は、認知科学的道具を使用した際の問題解決に大きく影響を与える。これは適切さの原理（[3]）によるものであり、「表現する世界」と「表現される世界」の対応づけがうまく結びつけられていないからである。

現在の認知的道具はこの適切さの原則を配慮して設計されているものが多い（多くの認知的道具で「表現する世界」が「表現された世界」に近くなるように設計されている）。そのため、認知的道具は、その道具を使用するために使い方を学ぶことが少なく、誰もがすぐに使用でき、広く一般的な利用者に受け入れやすく、使いやすい道具になっている。

実践を行う場合、生徒にとって適切な「表現する世界」の設定を考える必要がある。使用した際に、「表現する世界」が「表現された世界」に近くなるような設定を考えなければならない。そのためには、生徒から見た「課題を解決するための新しい理解・方略」に関しても熟考した上で、「表現する世界」の設定を考える必要がある。

参考文献

- [1] 船越俊介 (2006), 「主観知（『受動知』と『能動知』）としての数理」の学びを育む「单元づくり」を!! , 「こども教育」神戸大学発達科学部附属住吉小学校教育研究会, VOL35, pp.6-9
- [2] D.Norman, 野島久雄 訳 (1992), 認知科学ハンドブック, 共立出版, p.57
- [3] D.Norman, 野島久雄 訳 (1992), 認知科学ハンドブック, 共立出版, p.60