

制振高層建物におけるオイルダンパーの地震動に対する最適配置決定法 ～その2～ 平面骨組モデルへの適用

正会員 ○足立冬樹^{*1} 同 田中英稔^{*1} 同 吉富信太^{*1} 同 辻 聖晃^{*1} 同 竹脇 出^{*1}

2. 構造—2. 振動

オイルダンパー, リリーフ荷重, 最適設計, 制振構造, 多層建物

1. 序

前報^[1]で提案した, オイルダンパーの最適配置決定法に対する実用的近似解法を平面骨組モデルに適用し, また計算負荷を軽減する目的で, 縮約モデルを利用した解法を提案する. さらに, 頂部最大絶対加速度を目的関数とした数値例題も示し, 最大層間変位の層方向最大値を目的関数とした場合との最適オイルダンパー配置の相違点について論じる.

2. 最適設計問題の定式化

主体骨組をせん断型構造物モデルとした前報^[1]と同様に, 本報でもリリーフ荷重がダンパー設置コストに最も影響するものと考え, 図1に示す, リリーフ機構付きオイルダンパーが設置された平面骨組モデルが地震動を受ける場合について, 次の最適設計問題を考える.

問題 F: リリーフ荷重の総和に関する等式制約条件

$$\sum_{j=1}^N d_{Rj} = D_R \quad (1)$$

及び最大減衰力比に関する不等式制約条件

$$r_{\max j} \leq \alpha \quad (j=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

を満足し, かつ目的関数 F を最小化するようなリリーフ荷重の層方向の分布 $\mathbf{d}_R$ を求めよ. ここで, d_{Rj} は第 j 層に設置するダンパーのリリーフ荷重, $r_{\max j}$ は第 j 層のダンパーに生じる最大減衰力のリリーフ荷重に対する比 (最大減衰力比) を表す.

本報では目的関数 F として, 最大層間変位の層方向最大値 $D_{\max}$ と頂部最大絶対加速度 $A_{\max}$ を扱う.

問題 F を解いて求められる解 $\mathbf{d}_R$ は, リリーフ荷重総和の指定値 D_R ごとに存在する. 前報と同様の考え方にに基づき, 異なる D_R のレベルに対して連続的に解を求めていくことで, 設計者が指定する目的関数の上限値を超えることなく, かつコストを最小化するリリーフ荷重分布を決定することができる.

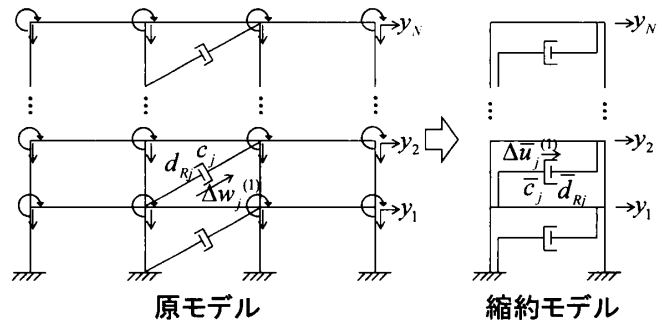


図1 平面骨組モデルとその縮約モデル

3. 平面骨組モデルから少自由度モデルへの縮約

平面骨組モデルを水平方向のみに自由度を有するモデルに縮約する. 縮約前後のモデルをそれぞれ原モデル, 縮約モデルと呼ぶ.

3.1 主体骨組の静的縮約^[2]

N 層平面骨組モデルに水平方向地震動 $\ddot{u}_g$ が入力されたときの非減衰時の運動方程式は(3)式となる.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g \quad (3)$$

$\mathbf{M}, \mathbf{K}$ はそれぞれ骨組モデルの質量行列, 剛性行列であり, $\mathbf{U}$ は変位ベクトル, $\mathbf{r}$ は上 N 成分が 1, その他が全て 0 のベクトルである.

(3)式を水平成分とそれ以外の成分で分けて考えると, (4)式のように書ける.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} & 0 \\ 0 & \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{y}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{m} & 0 \\ 0 & \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (4)$$

$\mathbf{m}$ は層質量からなる質量行列, $\mathbf{J}$ は各節点の鉛直方向に関する質量と回転慣性からなる質量行列を表す. また, $\mathbf{y}$ は水平変位ベクトル, $\boldsymbol{\theta}$ は各節点の鉛直と回転方向に関する変位ベクトルである.

(4)式を書き換えると(5)式が導かれる.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_{11}\mathbf{y} + \mathbf{K}_{12}\boldsymbol{\theta} = -\mathbf{m}\ddot{u}_g \quad (5a)$$

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_{21}\mathbf{y} + \mathbf{K}_{22}\boldsymbol{\theta} = 0 \quad (5b)$$

(5b)式において第1項を無視すると(6)式が得られる.

$$\boldsymbol{\theta} = -\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21}\mathbf{y} \quad (6)$$

Optimal oil damper design in seismically controlled multi-story buildings
(Part2: Application to building frame)

ADACHI Fuyuki, TANAKA Hidetoshi, YOSHITOMI Shinta, TSUJI Masaaki, and TAKEWAKI Izuru

(6)式を(5a)式に代入することにより(7)式が導かれる。の減衰係数が(13)式で求められる。

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{y}} + (\mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21})\mathbf{y} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g \quad (7)$$

(7)式より、骨組モデルを水平方向にのみ自由度を持つようなモデルに縮約することができ、その縮約モデルの質量行列 $\bar{\mathbf{M}}$ と剛性行列 $\bar{\mathbf{K}}$ は(8)式となる。

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{m}, \quad \bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21} \quad (8a,b)$$

このような自由度の縮約は「静的縮約」^[2]と呼ばれる。

3.2 リリーフ機構付きオイルダンパーの縮約^[3]

原モデルと縮約モデルの非減衰 1 次固有円振動数をそれぞれ $\omega^{(1)}, \bar{\omega}^{(1)}$ 、非減衰 1 次固有振動モードをそれぞれ $\mathbf{u}^{(1)}, \bar{\mathbf{u}}^{(1)}$ 、第 j 層のダンパーの減衰係数をそれぞれ $c_j, \bar{c}_j$ 、リリーフ荷重をそれぞれ $d_{Rj}, \bar{d}_{Rj}$ とする。

まず、縮約モデルのダンパー減衰係数の決定方法を示す^[3]。原モデルと縮約モデルがともに 1 次振動成分のみで振動し、全てのダンパーの減衰力の最大値がリリーフ荷重に到達していないものと仮定する。

このとき、両モデルの第 j 層のダンパーが描く履歴ループの面積 $S_j, \bar{S}_j$ はそれぞれ(9a,b)式のようになる。

$$S_j = \alpha^2 \pi c_j \omega^{(1)} \Delta w_j^{(1)2}, \quad \bar{S}_j = \bar{\alpha}^2 \pi \bar{c}_j \bar{\omega}^{(1)} \Delta \bar{u}_j^{(1)2} \quad (9a,b)$$

ここで、 $\alpha, \bar{\alpha}$ はそれぞれ両モデルの振幅を表すための係数である。また、 $\Delta w_j^{(1)}$ は原モデルの第 j 層のダンパーの軸方向の 1 次相対変位モードを、 $\Delta \bar{u}_j^{(1)}$ は縮約モデルの第 j 層の 1 次層間変位モードを表す。この履歴ループの面積が両モデルで等しいという等価性条件を用いて縮約モデルのダンパーの減衰係数を決定する。この等価性条件は(10)式で表される。

$$S_j = \bar{S}_j \quad (10)$$

(10)式に(9a,b)式を代入することにより、縮約モデルのダンパー減衰係数 $\bar{c}_j$ は(11)式のように表される。

$$\bar{c}_j = \left(\frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \right)^2 \frac{\omega^{(1)} \Delta w_j^{(1)2}}{\bar{\omega}^{(1)} \Delta \bar{u}_j^{(1)2}} c_j = \left(\frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \right)^2 \bar{c}_j \quad (11)$$

ただし、(11)式では $\bar{c}_j$ のうち未定係数 $(\alpha/\bar{\alpha})^2$ 以外の部分を $\bar{c}_j$ と書き換えている。この未定係数を決定するために、原モデルと縮約モデルの非連成近似下での 1 次付加減衰定数 $h_d^{(1)}, \bar{h}_d^{(1)}$ が等しいという等価性条件を用いる。減衰係数 $\bar{c}_j$ のダンパーによる非連成近似下の 1 次付加減衰定数を $\bar{h}_d^{(1)}$ とすれば、この等価性条件により未定係数が(12)式で求められる。

$$\left(\frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \right)^2 = \frac{h_d^{(1)}}{\bar{h}_d^{(1)}} \quad (12)$$

(12)式を(11)式に代入すれば、縮約モデルのダンパー

$$\bar{c}_j = \frac{h_d^{(1)}}{\bar{h}_d^{(1)}} \bar{c}_j \quad (13)$$

次に、縮約モデルのダンパーのリリーフ荷重の決定方法を示す^[3]。原モデルと縮約モデルがともに 1 次振動成分のみで振動し、すべてのダンパーの減衰力の最大値が丁度リリーフ荷重に到達していると仮定する。このとき、両モデルの第 j 層のダンパーが描く履歴ループの面積 $S_j, \bar{S}_j$ はそれぞれ(14a,b)式のようになる。

$$S_j = \alpha \pi d_{Rj} \Delta w_j^{(1)}, \quad \bar{S}_j = \bar{\alpha} \pi \bar{d}_{Rj} \Delta \bar{u}_j^{(1)} \quad (14a,b)$$

(14a,b)式に(10)式の関係を用いることにより、縮約モデルのダンパーのリリーフ荷重 $\bar{d}_{Rj}$ は(15)式のように表される。

$$\bar{d}_{Rj} = \left(\frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \right) \frac{\Delta w_j^{(1)}}{\Delta \bar{u}_j^{(1)}} d_{Rj} \quad (15)$$

(15)式に(12)式を用いれば、縮約モデルのダンパーのリリーフ荷重が(16)式で求められる。

$$\bar{d}_{Rj} = \sqrt{\frac{h_d^{(1)}}{\bar{h}_d^{(1)}}} \frac{\Delta w_j^{(1)}}{\Delta \bar{u}_j^{(1)}} d_{Rj} \quad (16)$$

4. 縮約モデルを利用した実用的近似解法

最適化に要する計算負荷を軽減するため、縮約モデルを用いた近似解法を以下に示す。

[Step 1]原モデルのリリーフ荷重の初期値を、ダンパーが線形である場合の最大減衰力に等しく設定する。

[Step 2]現在のリリーフ荷重から、一つの層のリリーフ荷重を Δd_R 低減させた候補解(骨組モデル)を層の数だけ生成し、これを縮約モデルに変換する。

[Step 3]Step 2 で生成した候補解(縮約モデル)について、時刻歴応答解析を実行して最大減衰力比と目的関数を計算する。最大減衰力比に関する制約条件を侵した層のダンパーは除去し、縮約モデルの全ての層で制約条件を満足するまでこの作業を繰り返す。

[Step 4]Step 3 で最終的に残った候補解のうち、目的関数が最も小さくなる候補解を選択し、これを現在の設計解更新サイクルにおけるリリーフ荷重総和に対する最適解とする。

[Step 5]Step 3 で縮約モデルのダンパーが除去された場合は、骨組モデルの対応する層のダンパーを除去した上で、Step 2に戻る。原モデルの全ての層のダンパーが除去された場合は、解の更新を終了する。

5. 数値例題

5.1 入力地震動とモデル諸元

入力地震動には El Centro NS 1940 を用い、時刻歴応答解析は 0.002 秒刻みで Newmark- β 法 ($\beta=1/4$) により行う。

解析モデルは剛床仮定を設けた 10 層 3 スパンの平面骨組モデルで、階高は全層で等しく 4m、スパン長は全層全スパンで等しく 7m とする。各層の質量は 120t とし、柱と梁の剛性は実在する鉄骨造建物を参考にして設定する。ダンパーを設置しない場合の 1 次固有周期は 1.39 秒である。また、構造減衰は 1 次モードについて 2% で剛性比例型とする。

ダンパーは全層の中央スパンに K 字型に 2 台ずつ設置し、ダンパーのリリーフ荷重到達前の減衰係数は、1 次の付加減衰定数が 10% となるように全層で等しく $5.3 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ とする。また、ダンパーのリリーフ荷重到達前の減衰係数に対する到達後の減衰係数の比及び最大減衰力比 $r_{\max j}$ の上限値 α は原モデル、縮約モデルともにそれぞれ 0.05, 1.10 とする。

リリーフ荷重の低減量 Δd_R はリリーフ荷重の初期値の層方向最小値の 1/5 とする。なお、設計変数であるリリーフ荷重は各層で異なる値をとるものとするが、同一の層では同じ値 (ダンパー 1 個あたりの値) を用いる。表 1 に、柱の断面 2 次モーメント I_c と断面積 A_c 、梁の断面 2 次モーメント I_b を示す。

表 1 柱・梁の断面諸量

層番号	$I_c (\text{mm}^4)$	$A_c (\text{mm}^2)$	$I_b (\text{mm}^4)$
1~5	2162651392	46464	2920000000
6~10	1898898000	40356	1720000000

(スパン方向には同一の部材を用いる)

5.2 最適リリーフ荷重分布

5.1 節の建物モデルに対し、前報で提案した縮約モデルを用いない解法と、本論文で提案した縮約モデルを用いる解法を適用する。なお、目的関数を最大層間変位の層方向最大値 $D_{\max}$ とする場合を「最適化 D」、頂部最大絶対加速度 $A_{\max}$ とする場合を「最適化 A」と呼ぶことにする。

図 2 と図 3 に、両最適化によって得られるリリーフ荷重総和 D_R と $D_{\max}$, $A_{\max}$ の関係を示す。この図は、コスト (D_R) と性能 ($D_{\max}$ または $A_{\max}$) の関係を示した図であると言える。また図 4 から図 9 に、 D_R が

近い値となるサイクルにおけるリリーフ荷重、最大層間変位分布、最大絶対加速度分布を示す。縮約モデルを利用して最適化した場合については、得られたリリーフ荷重分布を用いて骨組モデルで時刻歴応答解析を実行して評価した応答値を示している (図 6-9 の (b))。図 4 から図 9 の凡例は D_R の値を表す。

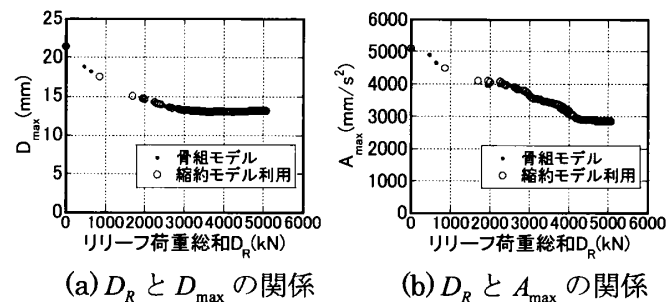


図 2 最適化 D による D_R と $D_{\max}$, $A_{\max}$ の関係

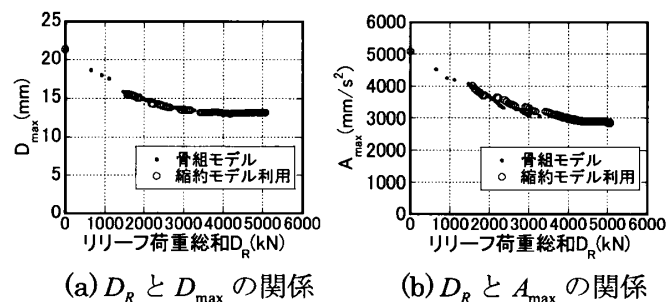


図 3 最適化 A による D_R と $D_{\max}$, $A_{\max}$ の関係

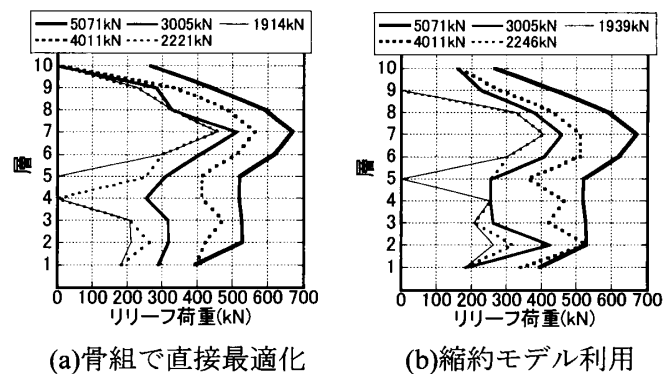


図 4 最適化 D によるリリーフ荷重分布

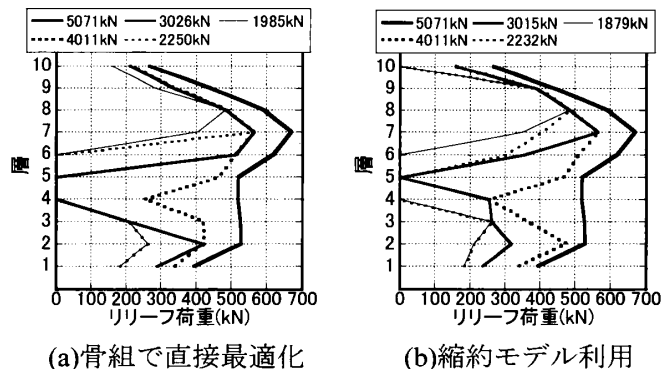
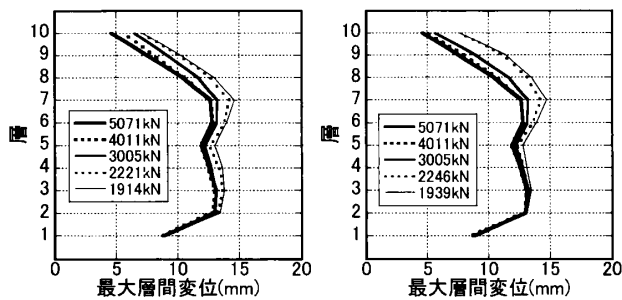
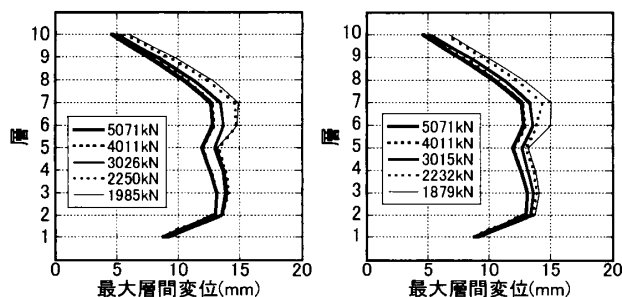


図 5 最適化 A によるリリーフ荷重分布



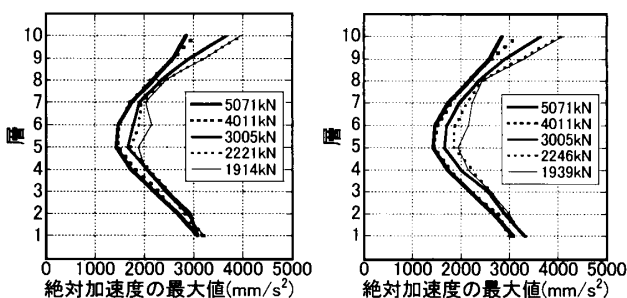
(a)骨組で直接最適化 (b)縮約モデル利用

図6 最適化Dによる最大層間変位分布



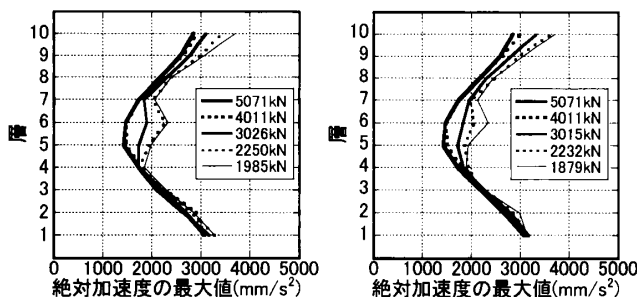
(a)骨組で直接最適化 (b)縮約モデル利用

図7 最適化Aによる最大層間変位分布



(a)骨組で直接最適化 (b)縮約モデル利用

図8 最適化Dによる最大加速度分布



(a)骨組で直接最適化 (b)縮約モデル利用

図9 最適化Aによる最大加速度分布

図2と図3より、最適化Dと最適化Aはともに、リリーフ荷重総和が初期値の半分程度になるまで $A_{\max}$ と $D_{\max}$ をほとんど増加させることなくリリーフ荷重総和を減少させられることがわかる。ただし、最適化Aの方が、リリーフ荷重の減少に伴う $A_{\max}$ の上昇をより少なくできるといえる。

図4と図5より、最適化Dでは上層のダンパーが早期に取り除かれるのに対し、最適化Aでは中間層のダンパーが早期に取り除かれる傾向があることがわかる。また、両最適化で、最大層間変位の層方向分布はほとんど同じであるのに対し、最大加速度の層方向分布は、ダンパーの取り除かれる層の違いにより有意な差が生じていることがわかる。

最適化に要した時間は、縮約モデルを用いた場合で約1時間、骨組モデルを用いた場合で約4時間であった。縮約モデルと骨組モデルとを用いて最適化を行った場合では、両者により得られたリリーフ荷重分布に有意な差がみられたが、両者の $D_R - D_{\max}$ 関係、 $D_R - A_{\max}$ 関係はともにほぼ重なっている。本報で提案する縮約法は、コストー性能関係においては精度を損なうことなく、最適化に要する時間を大幅に短縮することが可能であると言える。

6. 結論

前報(その1)で提案した最適なりリーフ荷重分布を決定するための実用的近似解法を平面骨組モデルに適用し、最大層間変位の層方向最大値または頂部最大絶対加速度を最小化するようなリリーフ荷重分布の特徴を明らかにすると同時に、縮約モデルを利用した解法の精度と有効性を示した。

参考文献

- [1] 田中英稔他, 制振高層建物におけるオイルダンパーの地震動に対する最適配置決定法 その1 日本建築学会近畿支部研究発表会 (2012)
- [2] R. J. Guyan : Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA J.*, 3, p.380 (1965)
- [3] 辻聖晃他 : 地震動を受ける粘性ダンパー付建物の層方向自由度に関する縮約法, 日本建築学会構造系論文集, No.665, pp.1281-1290 (2011.7)